

Методическое указание № 1:

СТРУКТУРНЫЙ И КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА.

1. ВВЕДЕНИЕ

Большинство применяемых на практике рычажных механизмов построены на основе диад (структурных групп Ассура 2 класса) - ВВВ, ВВП, и ВПВ. В настоящем пособии рассмотрен кинематический анализ таких механизмов с использованием графического метода построения планов положений звеньев механизма, а также графоаналитического метода построения планов скоростей и ускорений. Не используя серьезный математический аппарат, они очень наглядны и обеспечивают удовлетворяющую инженера точность.

Далее в тексте используем следующие обозначения:

1. Через l_{OA} - обозначена истинная длина звена OA в [м]. Это справедливо и для других звеньев.

2. Индексы при обозначениях точек A_1, A_2, A_3 в векторных уравнениях для скоростей и ускорений указывают на принадлежность точки A соответственно звеньям 1, 2, 3. В силу особенностей набора нижних индексов обозначение текста $l_{O_1A_2}$ должно читаться как $l_{O_1A_2}$.

3. В векторных уравнениях двойное подчеркивание обозначения вектора означает, что он известен по величине и направлению. Одно подчеркивание - вектор известен только по направлению своей линии действия.

4. Знак " \perp " - означает перпендикулярен, знак " \parallel " - параллелен, знак " \cdot " - умножение, знак " $/$ " - деление.

5. Обозначения O_1, O_2, \dots соответствуют неподвижным шарнирам.

6. Сокращение л. д. означает - линия действия, а "ф." - формула. В расчетных формулах обозначение, заключенное в круглые скобки, например (ab) , означает масштабную длину вектора на планах скоростей или ускорений.

7. Под масштабным коэффициентом - K с нижним индексом отображаемой величины понимается отношение истинного ее значения к величине отображающего (масштабного) отрезка на чертеже.

8. В дальнейшем звено, совершающее полное вращение будем называть кривошипом. Звено, совершающее плоскопараллельное движение - шатун, поступательное - ползун, возвратное вращение - коромысло.

2. СТРУКТУРНЫЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

Известно [1], что структурный анализ механизма должен предшествовать кинематическому т.к. определяет его последовательность. В качестве примера рассмотрим механизм, схема которого изображена на рис.1а.

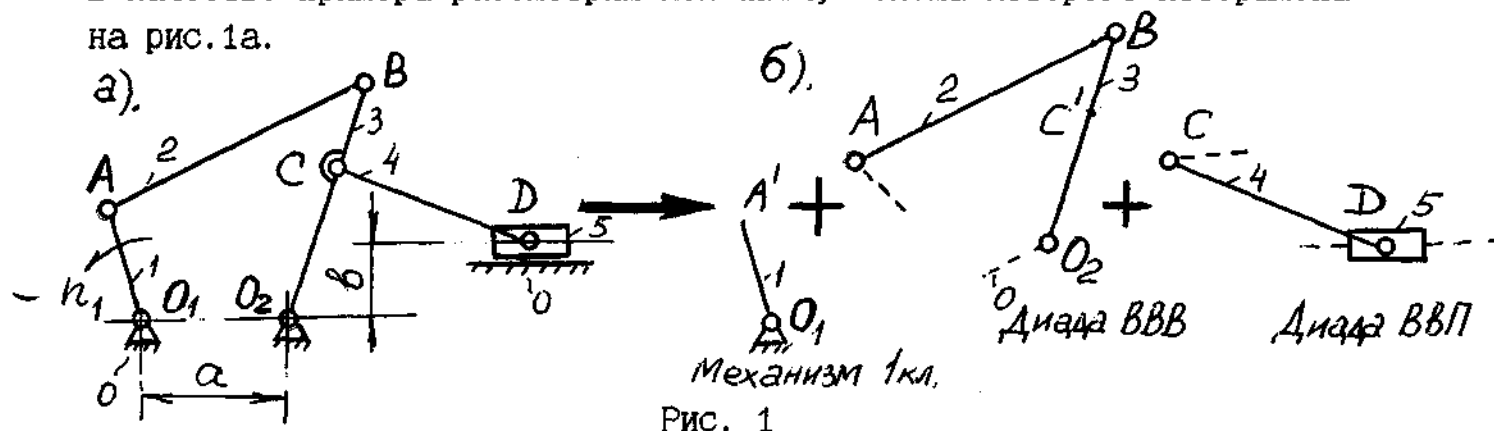


Рис. 1

Число его подвижных звеньев $n=5$. Класс всех кинематических пар - пятый. Их количество $p_5=7$. Подвижность механизма по формуле П. Л. Чебышева

$$W=3 \cdot n - 2 \cdot p_5 - p_4 = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1.$$

В соответствии с этим положение подвижных звеньев определяется одной обобщенной координатой какого-либо звена. Таким звеном выбран кривошип - звено 1 (угловая частота его вращения обозначена через n_1 и измеряется в [об/мин]). Угловая скорость вращения кривошипа определяется формулой

$$\omega_1 = \pi \cdot n_1 / 30. \quad (2.1)$$

На рис.1б показан пример разбивки механизма на механизм 1-ого класса и две последовательно присоединяемые диады. Формула строения механизма имеет вид

$$1_{0,1} \longrightarrow 2_{2,3} \longrightarrow 2_{4,5}. \quad (2.2)$$

В многозвенных механизмах кинематический анализ начинается с механизма 1 класса и идет слева направо в направлении стрелок в ф. (2.2.) Большое количество примеров разложения механизмов на диады приведено в [2, с.21-24].

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МЕХАНИЗМА

3.1. Построение планов положений механизма.

Рассмотрим построение планов положений для механизма на рис.1а. Пусть $n_1 = \text{Const}$ и длины звеньев заданы следующим образом в [м].

Таблица 1

l_{O_1A}	l_{AB}	l_{BC}	l_{O_2C}	l_{CD}	a	b	n_1
0.047	0.12	0.05	0.09	0.15	0.05	0.01	1000

Для изображения механизма на чертеже выберем масштабный коэффициент длины

$$K_L = l_{O_1A}/O_1A = 0.047/47 = 0.001 \text{ м/мм}, \quad (3.1)$$

где обозначения оговорены во введении; O_1A - берется из диапазона (30-60)мм, так чтобы K_L оканчивался цифрой 1 или 2 или 5 (количество нулей после запятой может быть любым). Масштабные длины остальных звеньев в соответствии с ф. (3.1) определяем как отношения

$$AB = l_{AB}/K_L = 0.12/0.001 = 120 \text{ мм} \quad (3.2)$$

$$\tilde{a} = O_1O_2 = a/K_L = 0.05/0.001 = 50 \text{ мм}, \dots \text{ и т.д.}$$

На отведенном поле чертежа наносим положения шарниров O_1 и O_2 и расположение неподвижной направляющей ползуна 5. Все дальнейшие построения планов показаны на рис.2а. Сначала строим положение механизма, при котором выходное звено 5 занимает крайнее (правое или левое) положение. Соответствующий угол поворота кривошипа будем считать равным нулю. Для данного механизма очевидно, что, например, крайнее правое положение звена 5 будет, если относительный угол между кривошипом 1 и шатуном 2 достигнет 180° . Крайнее положение точки В при этом определяем двумя засечками: из точки O_1 радиусом - $O_1B_0 = (O_1A + AB)$; из точки O_2 радиусом равным $O_2B_0 = O_2B$. Соединяем точки O_1, B_0 и O_2 тонкими линиями.

Крайнее положение точки А - A_0 находим как пересечение ее траектории - окружности радиуса O_1A и отрезка O_1B_0 . Положение точки C_0 найдем, откладывая отрезок

$$O_2C = l_{CO_2}/K_L$$

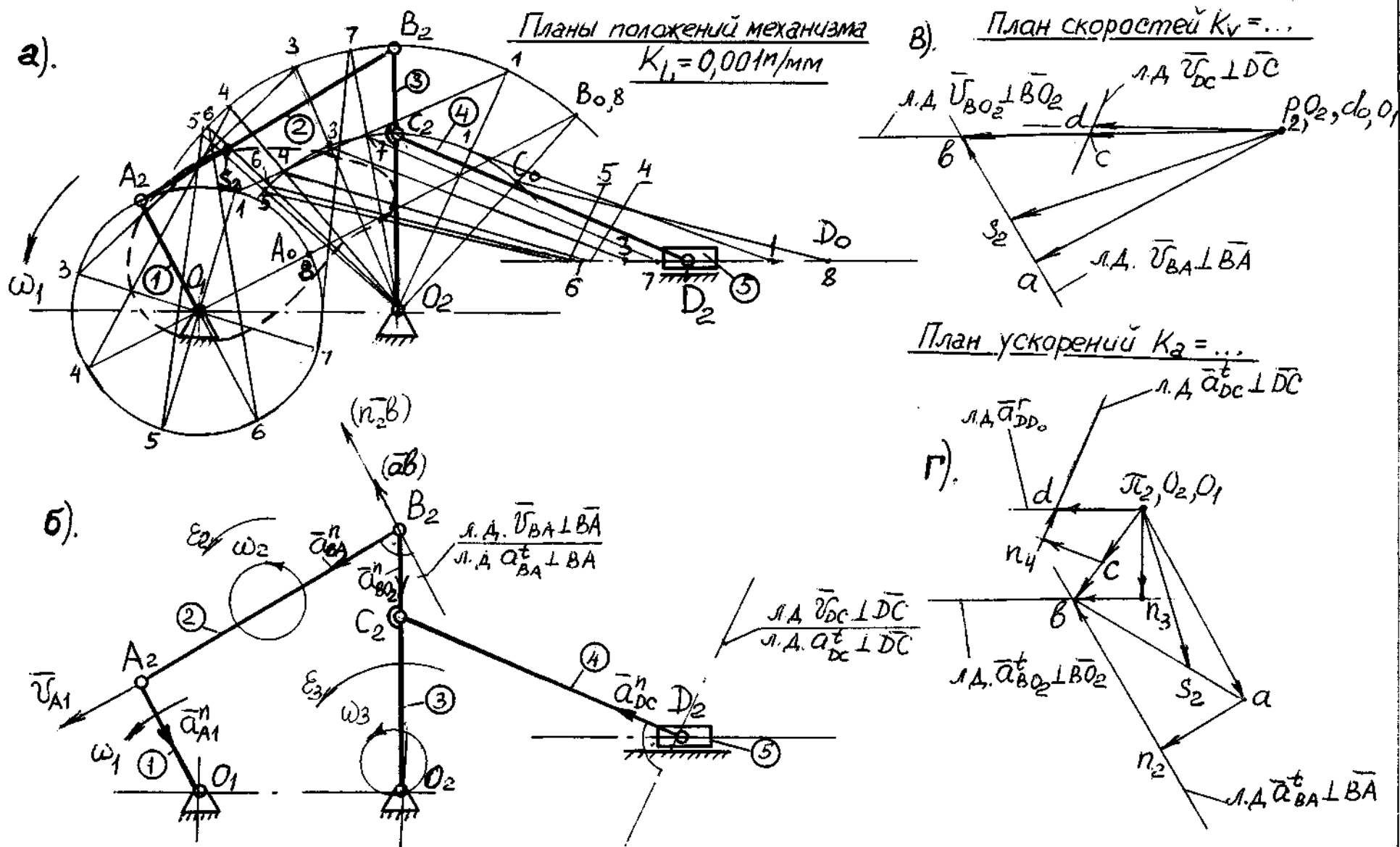


Рис.2

от точки O_2 .

Далее определяем крайнее положение точки D_0 , делая засечку радиусом CD (см. ф. 3.2) на траектории точки D . В том случае, если условия при которых наблюдаются крайние положения выходного звена не столь очевидны, то в качестве начального положения кривошипа можно взять, например, горизонтальное.

Обычно, для кинематического исследования механизма строят несколько планов положений. Для курсовой работы - 8, для проекта - 12. В направлении вращения кривошипа O_1A траекторию точки A - окружность делим на соответствующее число равных частей и полученные точки деления нумеруем. Соединяем их с точкой O_1 тонкими линиями, являющимися равноотстоящими положениями кривошипа. Для каждого из них методом засечек находим соответствующие положения остальных звеньев в виде отрезков тонких линий. Основной (толстой) линией выделяем то положение механизма, которое совпадает с номером варианта числовых значений заданной темы (соответствует второй цифре шифра задания, выданного преподавателем). Для этого положения показываем все кинематические пары.

Поясним построение плана положений №2 на рис. 2а. Положение точки B_2 определяем засечкой из точки A_2 дугой радиуса AB на траектории точки B , затем в пересечении отрезка O_2B_2 с дугой радиуса O_2C определяем точку C_2 . Засечкой дугой радиуса CD из точки C_2 определяем точку D_2 на ее прямолинейной траектории. Полученные точки соединяем попарно тонкими линиями. Остальные планы положений механизма строим аналогично.

С помощью планов положений можно определить, например, закон движения точки D в зависимости от угла поворота кривошипа или траекторию любой точки звена механизма. Например, соединяя текущие положения точки S_2 на звене 2, определяем ее траекторию (штриховая замкнутая кривая на рис. 2а). Отметим также, что порядок определения положений характерных точек механизма при построении плана положений полностью определяется порядком присоединения диад в ф. (2.2).

3.2. Определение скоростей и ускорений в механизмах, состоящих из диад ВВВ и ВВП, методом планов.

Из курса ТММ известно, что скорости и ускорения любой точки диады могут быть легко определены. Это позволяет свести кинематический анализ механизма к кинематическому анализу слагающих его диад. В качестве примера рассмотрим построение плана скоростей для положения механизма 2.

Скорость точки А первого звена

$$V_{A1} = \omega_1 \cdot l_{O_1A}, \quad \overline{V_{A1}} \perp \overline{O_1A},$$

где ω_1 либо задана, либо определяется по ф. (2.1).

В центре отведенного под построение плана скоростей поля отмечаем полюс плана - p_2 (нижний индекс соответствует положению механизма, для которого строится план). От него откладываем произвольный отрезок $p_a = (30-60)$ мм параллельно $\overline{V_{A1}}$ (на рис. 2б). При этом масштабный коэффициент скоростей

$$K_v = V_{A1} / p_a.$$

Далее в соответствии с ф. (2.2) рассмотрим первую присоединяемую диаду ВВВ. Для нее скорости точек присоединения

$$\overline{V_{A2}} = \overline{V_{A1}} \quad \text{и} \quad \overline{V_{O2}} = 0.$$

Для определения скорости точки В используем систему двух векторных уравнений, учитывающих что точка В принадлежит одновременно 2-ому и 3-ему звеньям. [1, с. 82-86], [3, с. 35-38]

$$\begin{cases} \overline{V_B} = \overline{V_A} + \overline{V_{BA}} & \text{для точки } B_2 \\ \overline{V_B} = \overline{V_{O2}} + \overline{V_{BO2}} & \text{для точки } B_3, \end{cases} \quad (3.2)$$

где $\overline{V_A} = \overline{V_{A1}} = \overline{V_{A2}}$; $\overline{V_{BA}}$ - скорость относительного вращения точки В относительно точки А шатуна АВ; $\overline{V_{BO2}}$ - то же для вращения точки В относительно точки O_2 .

Согласно правой части первого уравнения л.д. скорости $\overline{V_{BA}}$ в соответствии с правилом сложения векторов проводится через точку - "а" плана скоростей (рис. 2в) перпендикулярно положению шатуна АВ. По второму уравнению л.д. $\overline{V_{BO2}}$ проводится перпендикулярно коромыслу $\overline{BO_2}$ на плане положений через точку O_2 плана скоростей, совпадающую с полюсом - p_2 , т.к. $\overline{V_{O2}} = 0$. Точка "b" - конец вектора искомой скорости $\overline{V_B}$ будет находиться на пересечении двух построенных л.д.

Отмечаем стрелки векторов \overline{V}_{BA} и \overline{V}_B на плане скоростей в соответствии с уравнениями (3.2). Абсолютную скорость точки S_2 можно найти с использованием свойства подобия планов положений и скоростей [1], [2] т.е.

$$V_{S2A}/V_{BA} = (as_2)/(ab) = l_{AS2}/l_{BA} = AS_2/AB, \quad (3.3)$$

Истинная величина абсолютной скорости

$$V_{S2} = (ps_2) * K_V \quad (3.4)$$

Угловая скорость шатуна - 2 определится по формуле

$$\omega_2 = V_{BA}/l_{BA} = (ab) * K_V / l_{BA} \quad (3.5)$$

Для определения мгновенного направления ω_2 необходимо вектор (ab) , соответствующий скорости \overline{V}_{BA} перенесем в точку B_2 плана положений и определим, куда повернется звено вокруг точки A_2 под действием этого вектора. Это и будет направлением ω_2 (в нашем случае - против часовой стрелки).

Аналогично определяются абсолютная скорость точки C (как и любой другой точки) и угловая скорость ω_3 по величине и направлению.

На следующем этапе согласно ф. (2.2) исследуем диаду ВВП [1, с. 90-92], [2, с. 45- 46]. Используем систему векторных уравнений

$$\begin{cases} \overline{V}_D = \overline{V}_C + \overline{V}_{DC} \\ \overline{V}_D = \overline{V}_{D0} + \overline{V}_{DD0} \end{cases} \quad (3.6)$$

$\perp DC$
 \nearrow горизонт.

первое из которых записано для звена 4, второе - звена 5. Точка D_0 принадлежит стойке (звено $N^2 0$), поэтому d_0 на плане совпадает с полюсом. На плане скоростей через точки C и d_0 проводим две л.д. скоростей: $\overline{V}_{DC} \perp \overline{DC}$ и \overline{V}_{DD0} - горизонтально соответственно. В их пересечении находим искомую точку d , истинную скорость точки D : $V_D = (pd) * K_V$.

Построение планов ускорений проводим в том же порядке, что и планов скоростей. Определяем ускорение точки A_1

$$\overline{a}_{A1} = \overline{a}_{A1}^n + \overline{a}_{A1}^t, \quad (3.7)$$

где нормальная составляющая

$$a_{A1}^n = \omega_1^2 * l_{OA}$$

и вектор $\overline{a}_{A1}^n \parallel \overline{AO}_1$ направлен по кривошпику к центру его вращения - точке O_1 (см рис. 2б), а тангенциальная составляющая

$$a_{A1}^t = \varepsilon_1 * l_{OA} = 0, \quad \text{т.к. } \omega_1 = \text{Const}$$

и следовательно $\varepsilon_1 = 0$.

Определяем масштабный коэффициент плана ускорений

$$K_a = a_{A1}^n / (\pi_a), \quad (3.8)$$

где отрезок (π_a) выбирается из диапазона (30- 60)мм из тех же соображений, что (ρ_a) при определении K_v . На рис. 2г (π_a) откладываем от точки π_2 параллельно вектору \overline{a}_{A1}^n показанному на рис. 2б.

Для первой присоединенной диады ВВВ можно записать систему уравнений

$$\begin{cases} \overline{a}_B = \overline{a}_A + \frac{\overline{a}_{BA}^n}{II \ BA} + \frac{\overline{a}_{BA}^t}{\perp \ BA} & \text{для точки } B_2 \\ \overline{a}_B = \overline{a}_{O2} + \frac{\overline{a}_{BO2}^n}{II \ BO_2} + \frac{\overline{a}_{BO2}^t}{\perp \ BO_2} & \text{для точки } B_3, \end{cases} \quad (3.9)$$

где $\overline{a}_A = \overline{a}_{A1}^n$; $\overline{a}_{O2} = 0$, нормальные составляющие ускорений от носительного вращения (вторые слагаемые в правых частях (3.9))

$$\begin{aligned} a_{BA}^n &= v_{BA}^2 / l_{BA} = (b a \cdot K_v)^2 / l_{BA} \\ a_{BO2}^n &= v_{BO2}^2 / l_{BO2} = (\rho b \cdot K_v)^2 / l_{BO2} \end{aligned} \quad (3.10)$$

Прежде чем их отложить, определим масштабные значения

$$(a_{\pi 2}) = \tilde{a}_{BA}^n = a_{BA}^n / K_a, \quad (\pi_{\pi 3}) = \tilde{a}_{BO2}^n = a_{BO2}^n / K_a. \quad (3.11)$$

Откладываем вторые слагаемые в правых частях уравнений (3.9), причем при определении их направлений учитываем, что центрами от носительных вращений звеньев 2 и 3 являются точки A_2 и O_2 соответственно. Через концы векторов нормальных ускорений проводим известные направления касательных ускорений \overline{a}_{BA}^t и \overline{a}_{BO2}^t . Точка их пересечения - "b" это конец вектора абсолютного ускорения точки В, истинная величина которого

$$a_B = (\pi_b) \cdot K_a, \quad (3.12)$$

а направление соответствует истинному.

Ускорение точки S_2 определяем также по свойству подобия планов ускорения и положений [1], [3]

$$a_{S2A} / a_{BA} = (a_{S2}) / (a_B) = l_{AS2} / l_{AB} = AS_2 / AB \quad (3.13)$$

и соответственно

$$a_{S2} = (\pi_{S2}) \cdot K_a. \quad (3.14)$$

Угловое ускорение шатуна 2

$$\varepsilon_2 = a_{BA}^t / l_{BA} = (\pi_2 b) \cdot K_a / l_{BA}, \quad (3.15)$$

где $(\pi_2 b)$ - отрезок плана ускорений.

Для определения направления ε_2 вектор плана ускорений $(\pi_2 b)$, соответствующий \overline{a}_{BA}^t мысленно переносится в точку B_2 плана положений рис. (2б) и далее, как и в случае определения ω_2 смотрим, куда он поворачивает звено АВ вокруг точки A_2 . В нашем случае ε_2 направлено

против часовой стрелки.

Аналогично, используя свойство подобия и последнее правило, определяем ускорение точки С и ускорение ε_3 .

Переходим к определению ускорений точек диады ВВП. Запишем для нее следующую систему векторных уравнений [1, с. 92-94], [2, с. 46-47]

$$\begin{cases} \bar{a}_D = \bar{a}_C + \underbrace{\bar{a}_{DC}^n}_{\parallel DC} + \underbrace{\bar{a}_{DC}^t}_{\perp DC} & \text{для точки } D_4 \\ \bar{a}_D = \underbrace{\bar{a}_{D0}}_{\text{горизонт.}} + \bar{a}_{DD0}^r & \text{для точки } D_5 \end{cases} \quad (3.16)$$

В них ускорение \bar{a}_{DC}^n и его масштабное значение определяется по выражениям аналогичным (3.10), (3.11). Пересечение л.д. \bar{a}_{DC}^t и \bar{a}_{DD0}^r определяет искомое ускорение точки D.

$$a_D = (\pi d) * K_a. \quad (3.17)$$

Ускорение ε_4 определяется выражением аналогичным (3.15) с использованием отрезка ($n_4 d$) плана ускорений.

3.3. Особенности определения скоростей и ускорений механизмов с диадами ВВП.

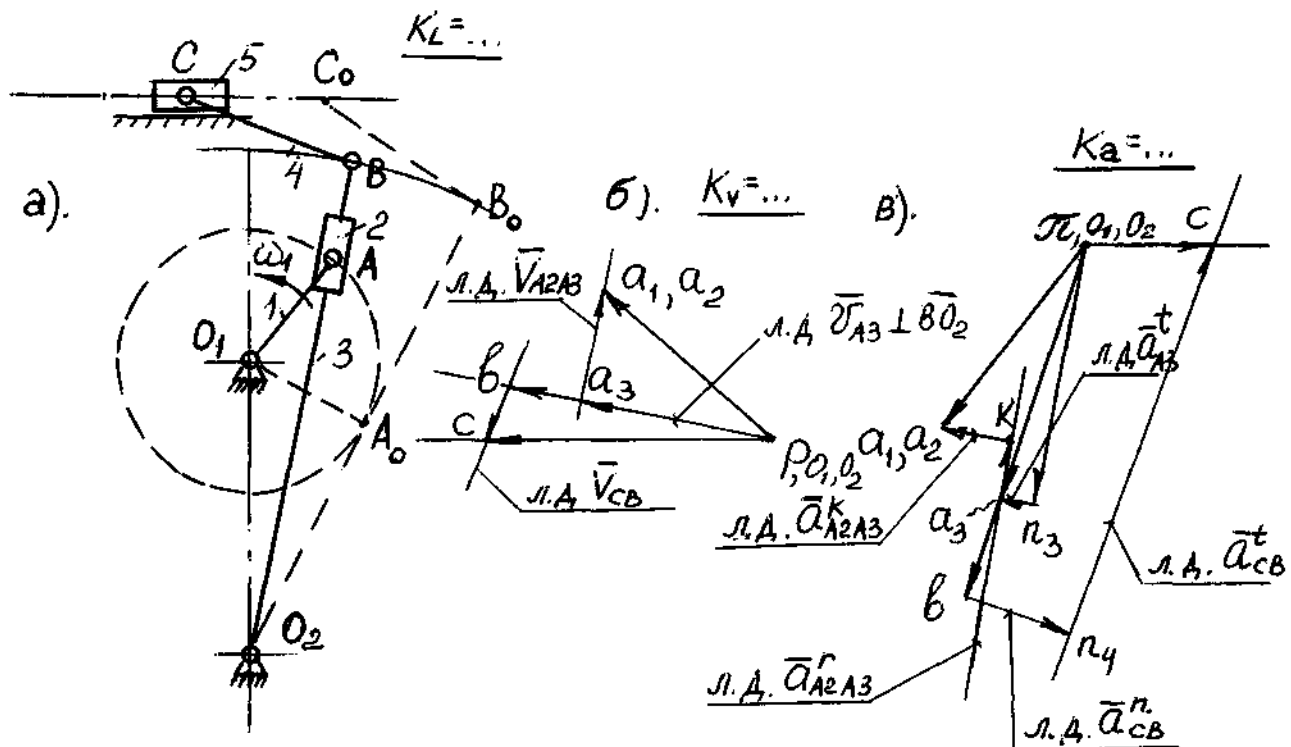


Рис. 3

На рис. 3 показан механизм, в котором первой присоединенной к механизму 1 класса является диада ВВП.

Одно из крайних положений механизма соответствует положению

кривошипа O_1A_0 , где A_0 - точка касания траектории точки A и кулисы. Остальные планы положений строятся также, как и в пп.3.1. При построении плана скоростей механизма (рис.3б) для точек этой диады используется уравнение

$$\underline{\overline{V}_{A2}} = \underline{\overline{V}_{A3}} + \underline{\overline{V}_{A2A3}} \quad (3.18)$$

где $\underline{\overline{V}_{A1}} = \underline{\overline{V}_{A2}} \perp O_1A$ - скорости точек A , равные по величине произведению $\omega_1 * l_{OA}$; $\underline{\overline{V}_{A3}} \perp BO_2$ - скорость точки A звена 3 во вращении относительно точки O_2 ; $\underline{\overline{V}_{A2A3}} \parallel BO_2$ - скорость относительного движения точки A_2 относительно точки A_3 . Проводя через точку " a_2 " плана скоростей линию действия $\underline{\overline{V}_{A2A3}}$, а через полюс плана л.д. $\underline{\overline{V}_{A3}}$, находим точку a_3 .

Определяем абсолютную скорость

$$V_{A3} = (p_{a3}) * K_V.$$

Скорость точки B находим, используя свойство подобия

$$V_B/V_{A3} = (p_b)/(p_{a3}) = l_{O2B}/l_{O2A3} = O_2B/O_2A. \quad (3.19)$$

Построение скоростей для точек следующей диады ВВП рассмотрено в предыдущем подразделе.

При построении плана ускорений ускорение точки A_1

$$a_{A1} = a_{A2} = a_{A1}^n = \omega_1^2 * l_{O1A}.$$

поскольку $\omega_1 = \text{Const}$. Ускорение $\underline{\overline{a}_{A1}} = \underline{\overline{a}_{A2}} \parallel AO_1$

Оно в масштабе откладывается от полюса плана - π по направлению параллельному AO_1 на плане положений в направлении от A к O_1 (центру вращения кривошипа). Для диады ВПВ используем векторное уравнение

$$\underline{\overline{a}_{A1}} = \underline{\overline{a}_{A2}} = \underline{\overline{a}_{A3}^n} + \underline{\overline{a}_{A3}^t} + \underline{\overline{a}_{A2A3}^r} + \underline{\overline{a}_{A2A3}^k} \quad (3.20)$$

$\parallel AO_1 \parallel AO_2 \perp AO_2 \parallel A_2A_3 \perp A_2A_3,$

где $\underline{\overline{a}_{A1}} = \underline{\overline{a}_{A2}}$ - определено ранее; $\underline{\overline{a}_{A3}^n}$ - нормальная составляющая ускорения точки A кулисы, величина которого определяется по формуле

$$a_{A3}^n = V_{A3}^2 / (O_2A * K_L) = [(p_{a3}) * K_V]^2 / (O_2A * K_L) \quad (3.21)$$

Направление $\underline{\overline{a}_{A3}^n}$ от точки A_3 к точке O_2 ; $\underline{\overline{a}_{A3}^t}$ - касательная составляющая ускорения точки A_3 ; $\underline{\overline{a}_{A2A3}^r}$ - относительное ускорение точки A_2 относительно A_3 ; $\underline{\overline{a}_{A2A3}^k}$ - кориолисово ускорение, величина которого определяется по формуле

$$a_{A2A3}^k = 2 * \omega_3 * V_{A2A3} = 2 * (V_B / l_{BO2}) * V_{A2A3} =$$

$$=2*[(pb)*K_V/1_{B02}]*(a_2a_3)*K_V=2*(K_V^2/1_{B02})*(pb)*(a_2a_3), \quad (3.22)$$

где (pb) и (a_2a_3) - отрезки плана скоростей.

Направление этого ускорения совпадает с направлением вектора $\bar{V}_{A_2A_3}$, повернутого на 90° относительно своего начала в направлении угловой скорости переносного движения ω_3 .

От полюса - π (см рис 3в) откладываем ускорение $\bar{a}^n_{A_3}$ [в масштабе $K_a=a_{A_1}/\pi a_1$, где $\pi a_1=(30-60)\text{мм}$], а через его конец проводим линию действия ускорения $\bar{a}^t_{A_3}$. Ускорение $\bar{a}^k_{A_2A_3}$ строим, прикладывая его стрелку к стрелке ускорения \bar{a}_{A_2} , а через его начало точку "К" проводим линию действия ускорения $\bar{a}^r_{A_2A_3}$. Пересечение последней линии действия с л.д. $\bar{a}^t_{A_3}$ дает точку a_3 и соответственно

$$a_{A_3}=(\pi a_3)*k_a$$

Ускорение точки В определяется с использованием свойства подобия. Ускорения для точек диады ВВП определяются также, как это описано в пп. 3.2.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М.: Наука, 1975.
2. Артоболевский И.И., Эдельштейн Б.В. Сборник задач по теории механизмов и машин. М.: Наука, 1973.
3. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин. М.: Высшая школа, 1985.

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Введение.....	1
2. Структурный анализ механизма.....	2
3. Кинематический анализ механизма.....	3
3.1. Построение планов положений механизма.....	3
3.2. Определение скоростей и ускорений механизмов, состоящих из диад ВВВ и ВВП, методом планов.....	5
3.3. Особенности определения скоростей и ускорений механизмов с использованием диадами ВВП.....	8
Библиографический список.....	10