**Задание 4**

Рассматривается функция одной переменной $f(x)$. Решается задача безусловной оптимизации. Пользуясь нижеприведенной таблицей, где указаны знаки производных c первой по четвертую в точке $x\_{i}$, идентифицировать каждую из точек (минимум, максимум, перегиб). Указать случаи, когда нельзя сделать определенных выводов:

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| № п-п |  |  |  |  |  |
| 1 | x1 | 0 | + | нет данных (н.д.) | н.д. |
| 2 | x2 | 0 | 0 | + | н.д. |
| 3 | x3 | 0 | - | н.д. | н.д. |
| 4 | x4 | - | - | н.д. | н.д. |
| 5 | x5 | 0 | 0 | - | н.д. |
| 6 | x6 | 0 | 0 | 0 | + |
| 7 | x7 | 0 | - | + | - |
| 8 | x8 | 0 | 0 | 0 | 0 |

РЕШЕНИЕ:

Точка минимума , так как 

Точка максимума , так как , 

Точка , не является ни точкой максимума или минимума, ни точкой перегиба, так как для этого не выполняются необходимые условия равенства 0 первой или второй производной.

Точки  - точки перегиба, так как , 

Точки  не являются точками перегиба, так как, 

**Так какой ответ для точек *x*6 и *x*8**

**Задание 9**

Найти и классифицировать стационарные точки функции

****

Решение:

Необходимое условие экстремума:



Найдем частные производные заданной функции:



Тогда указанная выше система примет вид



Решая данную систему, находим стационарные точки: , , , .

Исследуем наличие экстремумов в данных точках. Для этого вычислим частные производные второго порядка от данной функции:

.

В точке  получим:

.

Составим и вычислим определитель

.

Поскольку , то в точке  экстремума нет.

**Так каков ответ для точки *x*1 и остальных точек?**

**Задание 10**

Решить задачу нелинейного программирования методом штрафных функций, используя штраф типа квадрата срезки:

$$f\left(x\right)=(x\_{1}-1)^{2}+x\_{2}^{2}\rightarrow min;$$

$$g\_{1}\left(x\right)=-x\_{1}+x\_{2}^{2}/5\geq 0.$$

$$f\left(x\right)=(x\_{1}-1)^{2}+x\_{2}^{2}\rightarrow min;$$

$$g\_{1}\left(x\right)=-x\_{1}+x\_{2}^{2}/5\geq 0.$$

РЕШЕНИЕ:

Штраф типа квадрата срезки:

H = R \* (< g(x) >)2,

$$<g\left(x\right)> = \left\{\begin{array}{c}g\left(x\right), если g\left(x\right)\leq 0,\\0, если g\left(x\right)>0\end{array}\right.$$

В нашем случае:

P(x, R) = (x1 – 1)2 + x22 + R \* <-x1 + x22 / 5>2.

Запишем уравнения, определяющие стационарную точку функции P(x, R):

$\frac{∂P}{∂x\_{1}}=2\left(x\_{1}-1\right)-2R<-x\_{1}+\frac{x\_{2}^{2}}{5}>$=0,

$\frac{∂P}{∂x\_{2}}=2x\_{2}+\frac{4}{5}x\_{2}R<-x\_{1}+\frac{x\_{2}^{2}}{5}>$=0.

Решим полученную систему уравнений. Из второго уравнения следует, что x2 = 0:

$$x\_{2}\left(2+\frac{4}{5}R\left(-x\_{1}+\frac{x\_{2}^{2}}{5}\right)\right)=0$$

Тогда x1 получим:

$$2x\_{1}-2-2R\*\left(-x\_{1}\right)=0,$$

$$x\_{1}-1+x\_{1}R=0,$$

$$x\_{1}\left(1+R\right)=1,$$

$$x\_{1}=\frac{1}{1+R}$$

Переходя к пределу, получим:

$$\lim\_{R\to \infty }\left(\frac{1}{1+R}\right)=0$$

Следовательно, метод сходится к точке х\*выч = [0; 0] и f\* = 1.

Составим таблицу координат стационарных точек штрафных функций P(x, R):

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| R | x1 | x2 | f(x) | g(x) | Н(х) | P(x, R) |
| 0 | 1 | 0 | 0 | -1 | 0 | 0 |
| 0,1 | 0,9 | 0 | 0,01 | -0,9 | 0,08 | 0,09 |
| 1 | 0,5 | 0 | 0,25 | -0,5 | 0,25 | 0,5 |
| 10 | 0,09 | 0 | 0,83 | -0,09 | 0,08 | 9,11 |
| 100 | 0,009 | 0 | 0,98 | -0,009 | 0,008 | 99,19 |

Рисунок 1 – Линии уровня целевой функции

Линии уровня функции P(x, R) при R → 0 сближаются с линиями уровня функции f(x).

Таким образом, стационарная точка функции P(x, 1) есть точка ̴ х = [0,5; 0]. Причем f( ̴ х) = 0,25, g(̴ x) = -0,5 и P(̴ x, 1) = 0,5. При изменении R от 0 до ∞ стационарная точка функции P(x, R) перемещается вдоль прямой, соединяющей точку [1, 0] – безусловный минимум f(x) с точкой [0, 0] ее условного минимума. При любом (конечном) R соответствующая стационарная точка недопустима.

Ответ: х\* = [0; 0], f(х\*) = 1.

**Необходимо рассмотреть все случаи, когда точка минимума лежит или не лежит на поверх-ности того или иного ограничения (т.е. когда каждое ограничение активно или неактивно). Если количество ограничений равно m, то имеем 2m случаев. При этом полагаем R → ∞. Необходимо найти решения для всех случаев, выбрать из них те, которые удовлетворяют ограничениям задачи. Оптимальным будет то, которое обеспечивает наименьшее значение ЦФ. Вы рассмотрели только один вариант, когда ограничение активно. К тому же, нашли не все решения системы уравнений.**