Содержание

Введение…………………………………………………………………………..3

Глава 1. Основные уравнения……………………………………………………5

Глава 2. Алгоритм решения краевой задачи для линейного уравнения………9

Список литературы………………………………………………………………13

Введение

Интерес к исследованию течений парожидкостных систем в пористых средах обусловлен использованием их в энергетике, химических технологиях, при сушке материалов. Кроме того, для анализа масштабов последствий возможных техногенных аварий и природных катаклизмов, сопровождающихся воздействием сильных тепловых нагрузок на насыщенные водой пористые среды, необходимо проводить расчет гидродинамических и температурных полей. Наиболее важными являются задачи об извлечении тепла из геотермальных источников. Как правило, такие технологии предполагают предварительную закачку в геотермальный пласт холодной воды с последующим извлечением ее при высокой температуре или в парообразном состоянии. Также представляет интерес решение задач об инжекции теплоносителя в виде водяного пара с целью разжижения углеводородных систем, медленно текущих в пористой среде. В данной работе в автомодельной постановке исследована задача о вскипании жидкости, насыщающей пористую среду, при депрессионном воздействии.

Пусть температура пористой среды, в исходном состоянии насыщенной жидкостью, равна , а равновесное давление вскипания, соответствующее этой температуре, — . Если давление p жидкости в пористой среде не ниже равновесного давления то состояние жидкости не меняется. В зависимости от решаемой задачи жидкость можно считать несжимаемой или сжимаемой. Однако если в области фильтрации давление, то процесс фильтрации жидкости будет сопровождаться парообразованием (вскипанием). Рассмотрим одномерную задачу, в которой давление на границе пористой среды ниже равновесного давления, соответствующего исходной температуре пористой среды. Примем следующие допущения. При значении давления, меньшем равновесного значения, соответствующего исходной температуре, жидкость перед фронтом кипения мгновенно переходит в новое состояние, характеризующееся однородным распределением давления , причем . Следовательно, фильтрационным течением, обусловленным понижением давления до равновесного значения, при котором упругие волны распространяются в режиме, характерном для линейно сжимаемой среды, можно пренебречь. Кроме того, будем считать, что материал скелета пористой среды и жидкость несжимаемы, а в фильтрационном течении участвует только пар. Температуры скелета, жидкости и пара в любой точке области фильтрации совпадают.

1. Основные уравнения

С учетом принятых допущений уравнение неразрывности

в одномерном случае запишем в виде

 (1.1)



Где , , , - пористость плотность и насыщенность пор -й фазой; индексы ,  соответствуют пару и жидкости;  — скорость пара; значения  и  соответствуют плоской одномерной и радиальной одномерной задачам.

Так как жидкость несжимаема, уравнение состояния пара представляет собой уравнение Клапейрона — Менделеева

,  (1.2)

Здесь и - давление и температура, - приведенная газовая постоянная.

В большинстве случаев, представляющих наибольший практический интерес, уравнение баланса тепла в рассматриваемых системах можно записать в виде

 (1.3)



Где удельные теплоемкости (индекс - соответствует скелету);

- удельная теплота парообразования.

Уравнения баланса тепла в виде (1.3) означают, что кондуктивный и конвективный переносы тепла несущественны, а интенсивность кипения (парообразования) полностью определяется скоростью понижения температуры. В частности, из оценок, приведенных в [4], следует, что теплопроводность может оказать существенное влияние лишь при значении коэффициента фазовой проницаемости . В случае, когда -ная проницаемость состоавляет этому неравенству соответствует

.

Для описания процесса фильтрации пара использовать закон Дарси в виде

 (1.4)

Где ,- динамическая вязкость и коэффициент проницаемости пара соответственно.

Таким образом, согласно принятым выше допущениям коэффициент проницаемости жидкости равен нулю, а коэффициент проницаемости пара определяется по формуле Козени. Поскольку в случае пара “живая” пористость равна , из формулы Козени получаем выражение для коэффициента проницаемости

 (1.5)

Где - абсолютная проницаемость скелета.

В области, где одновременно присутствуют пар и жидкость, температура и давление связаны условием фазового равновесия, которое для состояний, далеких от критического, достаточно точно описывается зависимостью

 (1.6)

Где и  - эмпирические параметры, определяемые на основе табличных данных и зависящие от конкретной среды.

Приведенные выше уравнения и зависимости (1.1)–(1.6) представляют собой замкнутую систему, описывающую гидродинамические и температурные поля в области, где фильтрация сопровождается кипением.

Для области, в которой произошло полное выкипание , из уравнений (1.1), (1.2), (1.4), (1.5), полагая , можно получить уравнение фильтрации газа. В этом случае можно принять условие изотермичности процесса фильтрации.

Уравнение (1.1) представляется в виде

 (1.7)

В случае если режим кипения жидкости не является близким к критическому, выполняется неравенство . Поэтому, пренебрегая значением , в силу того что оно мало по сравнению с , уравнение (1.7) можно записать в виде

 (1.8)

С учетом (1.3)–(1.5) из (1.8) следует

 (1.9)

Здесь  - производная температуры по давлению.

Поскольку теплоемкость рассматриваемой системы в основном определяется скелетом пористой среды, далее будем считать . Теплота парообразования  является функцией давления. Эту зависимость можно получить, записав уравнение Клапейрона - Клаузиуса для режимов, далеких от критического :

 (1.10)

Подставляя (1.10) в (1.3), получаем следующее дифференциальное уравнение, описывающее зависимость текущего значения газонасыщенности от давления:



Полагая  при  и используя формулу (1.6), из этого уравнения находим

 (1.11)

С учетом (1.10) и уравнения состояния пара в (1.2) уравнение (1.9) окончательно можно записать в виде

 (1.12)

Таким образом, задача об определении гидродинамических и температурных полей сводится к решению с учетом (1.11) нелинейного уравнения (1.12) для давления.

В области течения, где жидкость полностью выкипела , имеем уравнение пьезопроводности

 (1.13)

Из выражения (1.11) следует, что текущее значение паронасыщенности  (или водонасыщенности ) однозначно определяется значением давления . Пусть поверхность  (при n = 0 и n = 1 плоскость и цилиндрическая поверхность соответственно) является границей, на которой происходит полное выкипание жидкости (или ). Тогда, используя (1.11), получаем уравнение для давления  на этой поверхности

 (1.14)

Кроме того, из закона сохранения массы на поверхности следует условие

 (1.15)

Здесь знаки “−” и “+” соответствуют значениям скорости фильтрации на фронте полного выкипания со стороны областей, где и . На этой границе имеет место равенство . Кроме того, можно считать, что динамическая вязкость также непрерывна .Тогда условие (1.15) записывается в виде



Отметим, что координата границы выкипания является функцией времени, которую необходимо определить.

1. Постановка задачи и решение

С учетом принятых выше предположений начальное условие для давления записывается в виде

при , 

В плоском одномерном случае (n = 0) давление на границе полубесконечной области мгновенно уменьшается до значения  и в дальнейшем поддерживается постоянным.

Тогда

, , 

При этом возможны два случая. В первом случае, когда значение  не становится меньше значения область полного выкипания отсутствует. При вблизи границы r = 0 образуется область, в которой в пористой среде присутствует только пар.

В радиальном приближении в некоторый момент времени начинается отбор пара скважиной радиусом с постоянным массовым расходом , отнесенным к единице длины скважины. Полагая, что к поверхности скважины примыкает область, в которой жидкость полностью выкипела , это условие можно записать в виде

 при ,  (2.1)

При достаточно больших временах процесса, когда радиус границы области полного выкипания значительно превышает радиус скважины , будем полагать,что размер скважины оказывает слабое влияние на процесс. Тогда с учетом закона Дарси (1.4) и уравнения состояния пара в (1.2), считая, что температура пара  на стенке скважины равна условие (2.1) представим в виде

при , 

Сформулированные задачи имеют автомодельные решения. Введем безразмерные и автомодельные переменные

, , , 

Тогда уравнения (1.12) и (1.13) принимают вид

 при  (2.2)

И  при (2.3)

При этом справедливы следующие соотношения:

, , , ,

, , , 

В этих переменных начальные и граничные условия имеют вид

 при  (n=0,1)

 при  (n=0) (2.4)

 при 

Где

, 

Запишем также условия на границе области полного выкипания

,  при  (2.5)



Для того чтобы получить аналитическое решение уравнения (2.2), следует использовать метод линеаризации Лейбензона . Выполнив такую линеаризацию, это уравнение можно записать в виде

 (2.6)

где  — значение безразмерного давления, в окрестности которого проводится линеаризация. С учетом условий (2.4), (2.5) решения уравнения (2.6) принимают вид

при   (2.7)

при  

В этих решениях значение P(b) является корнем уравнения (1.14), а неизвестный параметр ξ(b) (автомодельная координата границы области выкипания) необходимо определить.

Уравнение (2.3) является нелинейным. В состоянии, близком к исходному состоянию  и определяемом значением , для паронасыщенности имеет место асимптотика



Следовательно, при коэффициент при старшей производной в уравнении (2.3) стремится к нулю по закону . Поэтому значение  в решении достигается в режиме обострения (с вертикальной касательной к кривой зависимости  при конечном значении).

Значение определяет координату границы области закипания:



Структура гидродинамических и тепловых полей области  (или ) определяется численным решением (2.3), которое можно получить следующим образом. Решаем задачу Коши при “начальных” условиях

,  при , 

При этом значения первой производной определяются из граничного условия в (2.5) с учетом аналитических решений (2.7). Тогда

при  

при  

Подбор значения  продолжается до тех пор, пока не будет достигнуто с заданной точностью значение ,которому соответствует вертикальная касательная к кривой зависимости с неизвестной координатой .

Список литературы

1. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред// М.: Наука, 1971. Ч.1
2. *Сыртланов В. Р., Шагапов В.Ш.* Фильтрация кипящей жидкости// Теплофизика высоких температур, 1994, т.32, №1, с.87-93
3. *Баренблатт Г. И., В. М. Ентов, В. М. Рыжик. В. М.* Движение жидкостей и газов в природных пластах// М.: Недра, 1984
4. *Шагапов В.Ш., Рахматуллин И.Р., Насырова Л.А., К теории инжекции влажного пара в пористую среду// ТВТ. 2004. Т42. №6, с.938*