

ТЕМА 11. РАСТЯЖЕНИЕ - СЖАТИЕ

В **СМ** принято решать задачи расчетов на прочность в параметрах, выражая длины участков стержня через параметры длины, размеры поперечного сечения через параметр размера сечения, приложенные внешние нагрузки через параметр нагрузки.

Алгоритм решения задач

1. Расчетная схема стержня:

- изобразить стержень в масштабе, указать размеры, выразив их через параметры длины и размера сечения;
- показать внешние нагрузки, выразив их через параметр нагрузки.

2. Анализ нагруженности стержня:

- построить эпюру нормальной силы ΣN .

3. Анализ напряженного состояния:

- построить эпюру нормальных напряжений $\Sigma \sigma$;
- определить наибольшее действующее напряжение $\max \sigma$.

4. Расчет на прочность:

- записать условие прочности стержня;
- определить допускаемые напряжения.

5. Определение искомой величины:

- выразить из условия прочности и вычислить искомую величину.

З а м е ч а н и я

1. Решение должно быть выполнено в общем виде. Числовые значения исходных данных необходимо подставлять только в конечную расчетную формулу для вычисления искомой величины. Подстановку выполнять с учетом размерностей всех величин. Ответ приводить с точностью до трех значащих цифр (например, 8,51 кН; 5,67 мм).

2. В проектировочных расчетах размеры сечения стержня требуется округлить в **большую** сторону в соответствии с ГОСТом 6636–69 на нормальные линейные размеры, часть которого приведена в табл. 1.

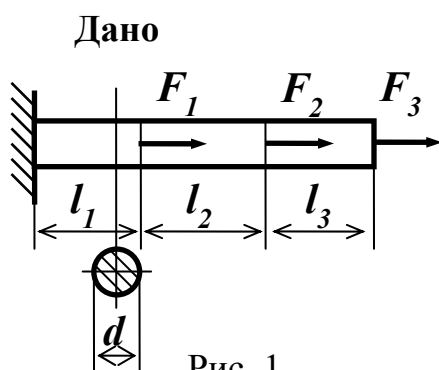
Нормальные линейные размеры. ГОСТ 6636–69. Ряд Ra40.

1.00	1.05	1.10	1.15	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	1.9
2.0	2.1	2.2	2.4	2.5	2.6	2.8				
3.0	3.2	3.4	3.6	3.8						
4.0	4.2	4.5	4.8							
5.0	5.6									
6.0	6.3	6.7								
7.1	7.5									
8.0	8.5									
9.0	9.5									
10										

Числа <1 и >10 получают соответственно делением или умножением приведенных выше величин на 10, 100, 1000 и т. д.

Примеры решения задач

Задача 1



Консольный стержень (см. рис. 1) круглого поперечного сечения нагружен сосредоточенными силами. Исходные данные: $l_1 = l$; $l_2 = 2l$; $l_3 = 1,5l$; $F_1 = 5P$; $F_2 = -4P$; $F_3 = P$. Параметр длины $l = 40$ см; параметр нагрузки $P = 100$ кН. Материал стержня — сталь 45 с $\sigma_T = 320$ МПа; $[n_T] = 2$.

Определить

размер d поперечного сечения стержня из расчета на прочность.

Решение

1. Расчетная схема стержня. Изобразим стержень в масштабе (см. рис. 1), проставим размеры, выразив их через параметры длины l . Покажем внешние нагрузки, выразив их через параметр нагрузки P .

2. Анализ нагруженности стержня. Построим эпюру нормальной силы ЭН (см. рис. 2).

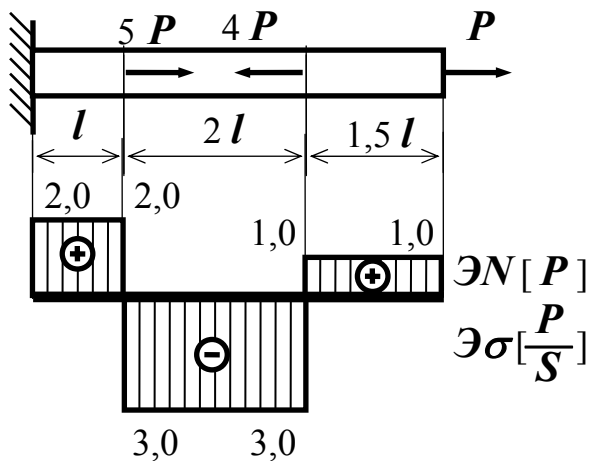


Рис. 2

3. Анализ напряженного состояния.

Нормальные напряжения в поперечном сечении стержня при растяжении-сжатии

вычисляются по формуле: $\sigma = \frac{N}{S}$.

В задаче рассматривается стержень постоянного поперечного сечения:

$$S = \frac{\pi}{4} d^2 = \text{const.}$$

Следовательно, эпюра нормальных

напряжений $\mathcal{E}\sigma$ подобна эпюре нормальной силы $\mathcal{E}N$, но имеет размерность $[\frac{P}{S}]$ (см. рис. 2).

Наибольшее действующее напряжение в стержне

$$\max \sigma = \frac{\max N}{S} = 3,0 \frac{P}{S}.$$

Подставив выражение для S , получим:

$$\max \sigma = \frac{12}{\pi} \cdot \frac{P}{d^2}.$$

4. Расчет на прочность. Запишем условие прочности стержня:

$$\max \sigma \leq [\sigma].$$

Определим допускаемое напряжение:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{т}}}{[n_{\text{т}}]} = 320 \text{ МПа} / 2 = 160 \text{ МПа}.$$

Подставим наибольшее действующее напряжение в условие прочности:

$$\frac{12}{\pi} \cdot \frac{P}{d^2} \leq [\sigma].$$

5. Размер сечения. Выразим и вычислим размер d поперечного сечения стержня

$$\begin{aligned} d &\geq \sqrt{\frac{12}{\pi} \frac{P}{[\sigma]}} = 1,954 \cdot \sqrt{\frac{P}{[\sigma]}} = 1,954 \cdot (100 \cdot 10^3 \text{ Н} / 160 \cdot 10^6 \text{ Па})^{1/2} = \\ &= 1,954 \cdot 0,025 \text{ м} = 0,0489 \text{ м} = 48,9 \text{ мм} \approx 50 \text{ мм (ГОСТ 6636-69)}. \end{aligned}$$

Ответ

Размер поперечного сечения стержня $d = 50 \text{ мм}$.

Задача 2

Дано

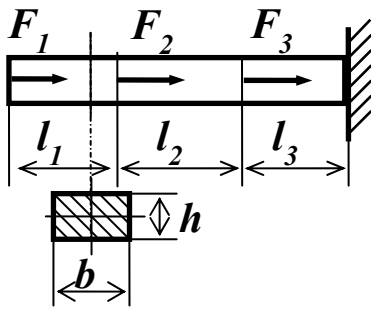


Рис. 3

Консольный стержень (см. рис. 3) прямоугольного поперечного сечения нагружен сосредоточенными силами. Исходные данные: $l_1 = 1,5 l$; $l_2 = l$; $l_3 = 1,5 l$; $F_1 = 2 P$; $F_2 = -3 P$; $F_3 = 2 P$. Параметр длины $l = 30$ см; размеры сечения: $h = 30$ мм, $b = 50$ мм. Материал — сталь 20 с $\sigma_T = 220$ МПа; $[n_T] = 1,4$.

Определить

допускаемое значение параметра нагрузки размер P из расчета на прочность.

Решение

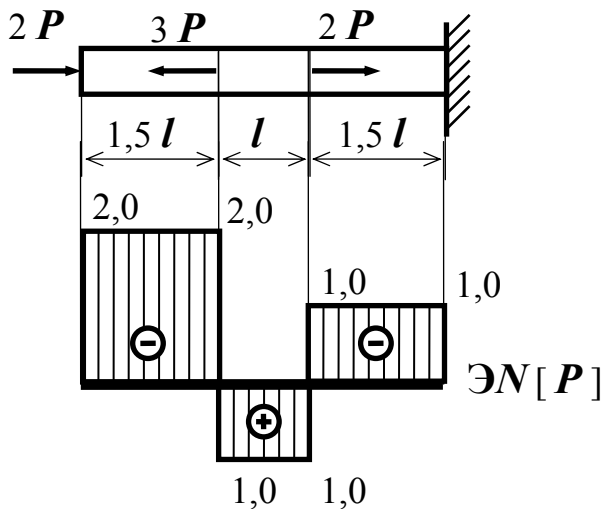


Рис. 4

1. Расчетная схема стержня показана на рис. 4.

2. Анализ нагруженности стержня. Построим $\mathcal{E}N$ (см. рис. 4).

3. Анализ напряженного состояния.

$$\sigma = \frac{N}{S}; S = b h = \text{const} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \mathcal{E}\sigma\left[\frac{P}{S}\right] \sim \mathcal{E}N[P].$$

$$\max \sigma = \frac{\max N}{S} = 2,0 \frac{P}{S}.$$

Подставив выражение для S , получим:

$$\max \sigma = 2,0 \cdot \frac{P}{b h}.$$

4. Расчет на прочность. Условие прочности стержня:

$$\max \sigma \leq [\sigma].$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n_T]} = 220 \text{ МПа} / 1,4 = 157 \text{ МПа}.$$

$$2,0 \cdot \frac{P}{b h} \leq [\sigma].$$

$$P \leq [\sigma] \cdot b h / 2,0 = 157 \cdot 10^6 \text{ Па} \cdot 0,03 \text{ м} \cdot 0,05 \text{ м} / 2,0 = 117750 \text{ Н} \approx 117 \text{ кН}.$$

Ответ

Допускаемое значение параметра нагрузки $[P] = 117$ кН.

Задача 3

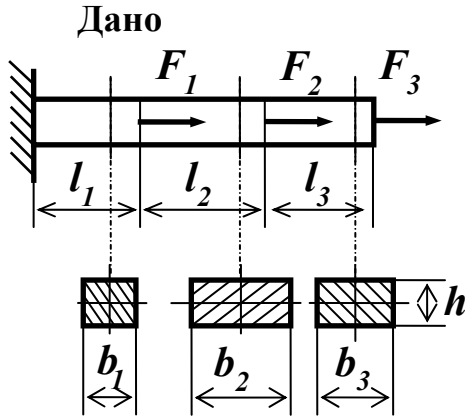


Рис. 5

Определить

фактический коэффициент запаса прочности стержня.

Решение

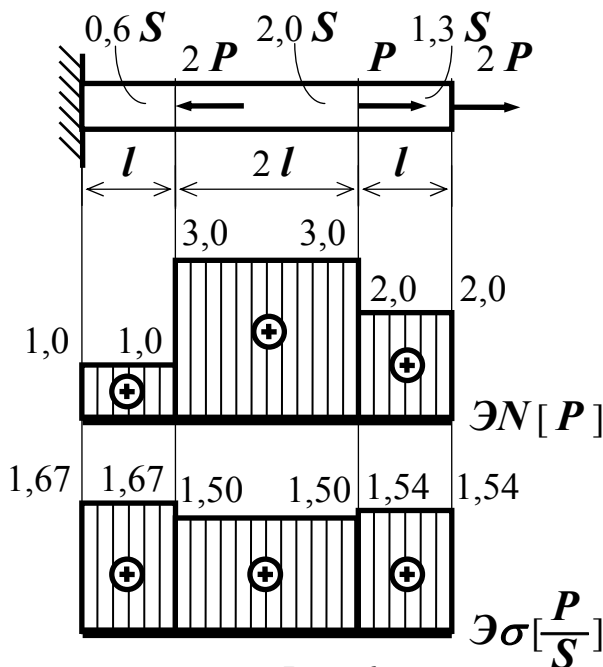


Рис. 6

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{S_1} = P / (0,6 S) = 1,67 \frac{P}{S}; \quad \sigma_2 = \frac{N_2}{S_2} = 3,0 P / (2,0 S) = 1,50 \frac{P}{S};$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{S_3} = 2,0 P / (1,3 S) = 1,54 \frac{P}{S};$$

$$\max \sigma = \sigma_1 = 1,67 \frac{P}{S} = 1,67 \cdot 40 \cdot 10^3 \text{ Н} / (4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2) = 167 \text{ МПа}.$$

4. Фактический коэффициент запаса прочности стержня.

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\max \sigma} = 240 \text{ МПа} / 167 \text{ МПа} = 1,44 > 1.$$

Консольный стержень (см. рис. 5) кусочно-постоянного поперечного сечения нагружен сосредоточенными силами. Исходные данные: $l_1 = 2 l$; $l_2 = l$; $l_3 = l$; $l = 50 \text{ см}$; $F_1 = -2 P$; $F_2 = P$; $F_3 = 2 P$; $P = 40 \text{ кН}$. Размеры сечения: $h = 20 \text{ мм}$, $b_1 = 12 \text{ мм}$, $b_2 = 40 \text{ мм}$, $b_3 = 26 \text{ мм}$. Материал стержня — сталь Ст. 4 с $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$.

1. Расчетная схема стержня показана на рис. 6. Для удобства расчетов введем параметр

$$S = h^2 = 4 \text{ см}^2.$$

Тогда, площадь сечения стержня на первом (левом) участке

$$S_1 = b_1 h = 0,6 S;$$

на втором (среднем) участке

$$S_2 = b_2 h = 2,0 S;$$

на третьем (правом) участке

$$S_3 = b_3 h = 1,3 S.$$

2. Анализ нагруженности стержня. Построим $\mathcal{E}N$ (см. рис. 6).

3. Анализ напряженного состояния. Построим $\mathcal{E}\sigma$ (см. рис. 6).

Практическое задание

Задача 13

Дано

Консольный стержень (см. рис. 7.1, 7.2) нагружен сосредоточенными силами. Параметр длины l ; параметр нагрузки P , параметр площади поперечного сечения S . Принять $S = 5 \text{ см}^2$; $l = 0,5 \text{ м}$; $[n_T] = 2$.

Исходные данные приводятся в табл. 2. Механические характеристики материалов взять из табл. 3.

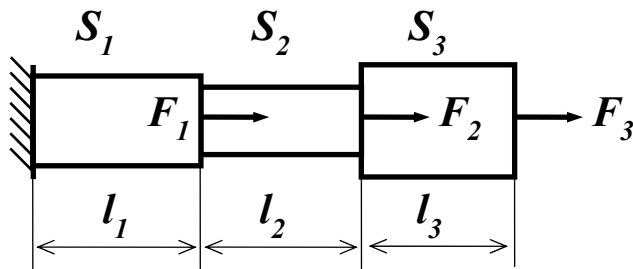


Схема 7.1

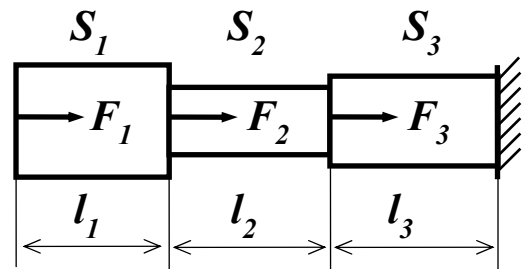


Схема 7.2

Рис. 7

Таблица 2

Цифра вари- анта	Порядковый номер цифры в варианте										
	1			2			3			4	
	$\frac{F_1}{P}$	$\frac{l_2}{l}$	$\frac{S_3}{S}$	$\frac{F_2}{P}$	$\frac{l_3}{l}$	$\frac{S_1}{S}$	$\frac{F_3}{P}$	$\frac{l_1}{l}$	материал	$\frac{S_2}{S}$	схема
0	2,5	1,0	1,20	-1,5	2,9	1,15	1,0	3,5	Ст. 3	0,62	13.1
1	2,8	1,1	1,22	-1,8	2,8	1,12	-1,0	3,4	Ст. 4	0,65	13.2
2	3,0	1,2	1,25	-2,0	2,5	1,10	1,5	3,2	Ст. 5	0,68	13.1
3	3,2	1,3	1,28	-2,2	2,6	1,05	-1,5	3,0	20	0,70	13.2
4	3,4	1,4	1,30	-2,4	2,5	1,00	2,0	2,8	35	0,72	13.1
5	-3,5	1,5	1,32	2,5	2,4	0,98	-2,0	2,6	45	0,75	13.2
6	-3,8	1,6	1,35	2,8	2,3	0,95	2,5	2,5	20ХН	0,78	13.1
7	-4,0	1,7	1,38	3,0	2,2	0,92	-2,5	2,4	40Н	0,80	13.2
8	-4,2	1,8	1,40	3,2	2,1	0,90	3,0	2,2	40Х	0,82	13.1
9	-4,5	1,9	1,42	3,5	2,0	0,88	-3,0	2,0	40ХН	0,85	13.2

Определить

допускаемое значение параметра нагрузки P из расчета на прочность.

Таблица 3

Механические свойства сталей

Материал	Марка	σ_T , МПа	σ_B , МПа	τ_T , МПа	E , ГПа
Сталь углеродистая	Ст. 3	230	380...470	160	200
	Ст. 4	240	430...550	170	
	Ст. 5	280	520...650	190	
	20	220	400...500	160	
	35	270	550	190	
	45	320	600	220	
Сталь легированная	20ХН	600	800	350	210
	40Н	400	700	260	
	40Х	800	1000	440	
	40ХН	750	900	390	