

Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Томский государственный архитектурно-строительный университет»

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Контрольные задания по динамике

Составители М.В. Геттингер
Е.В. Комарь

Томск 2015

Контрольные задания по динамике: методические указания / Сост. М.В. Геттингер, Е.В. Комарь. – Томск: Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2015. – 28 с.

Рецензент проф. Т.А. Ковалевская
Редактор доцент О.И. Данейко

Контрольные задания по дисциплинам «Теоретическая механика», «Механика», «Динамика технических систем» для студентов заочного факультета следующих профилей: МиОЛК, МиОСЭН, МСиОНО, ТДО, ПТСДМиО, АДиА, АС, АиАХ, МиТТ, БТПиП, ИЗОС, ПГС.

Печатается по решению методического семинара кафедры теоретической механики, протокол № 2 от 19.09.2014 г.

Срок действия

с 15.12. 2015 г.
по 15.12. 2020 г.

Оригинал-макет подготовлен авторами

Подписано в печать 15.12.2015
Формат 60х90/16. Бумага офсет. Гарнитура Таймс.
Уч.-изд. л. 1,47. Тираж 50 экз. Заказ №

Изд-во ТГАСУ, 634003, г. Томск, пл. Соляная, 2.
Отпечатано с оригинал-макета в ООП ТГАСУ.
634003, г. Томск, ул. Партизанская, 15.

МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Теоретическая механика» относится к дисциплинам математического и естественнонаучного цикла для большинства направлений (для направления «Техносферная безопасность» дисциплина «Механика» относится к профессиональному циклу).

Целью освоения дисциплины «Теоретическая механика» является формирование у студентов знаний в области механического взаимодействия, равновесия и движения материальных тел, на базе которых строится большинство специальных дисциплин инженерно-технического образования.

Задачами освоения дисциплины являются: 1) формирование первоначальных представлений о постановке инженерных и технических задач, их формализации, о выборе модели изучаемого механического явления; 2) формирование навыков использования математического аппарата для решения инженерных задач в области механики; 3) освоение расчёта конструкций методами статики, методов кинематического исследования строительных конструкций, строительных машин и механизмов; 4) формирование знаний и навыков, необходимых для изучения ряда профессиональных дисциплин; 5) развитие логического мышления и творческого подхода к решению профессиональных задач.

Для изучения дисциплины необходимо иметь соответствующую математическую подготовку, как по элементарной математике (алгебра, геометрия, тригонометрия), так и по высшей. Наиболее важные разделы высшей математики: векторная алгебра, аналитическая геометрия, линейная алгебра, дифференциальное и интегральное исчисление, теория дифференциальных уравнений. Кроме того, необходимы знания основ инженерной и компьютерной графики.

В процессе выполнения контрольных заданий формируются следующие общекультурные и профессиональные компетенции, предусмотренные Федеральным государственным общеобразовательным стандартом (ФГОС-3):

ОК-1 – владение культурой мышления, способность к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;

ОК-8 – осознание социальной значимости своей будущей профессии, обладание высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности;

ПК-1 – способность использовать законы и методы математики, естественных, гуманитарных и экономических наук при решении профессиональных задач.

Выполнение контрольных заданий способствует приобретению студентом

– **знаний** основных законов движения материальных тел и механических систем, основных видов механизмов, способов математического описания движения материальных тел и механических систем, методов расчёта кинематических характеристик механизмов;

– **умений** ставить и решать задачи о движении материальных тел, использовать математические методы в технических приложениях, применять законы и методы теоретической механики для расчётов механизмов, пользоваться литературой по направлению своей профессии;

– **навыков** практического анализа различного рода рассуждений; использовании методов построения математической модели типовых профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов; владения основными методами исследования элементов конструкций при сложном движении; использования инженерной терминологии.

УКАЗАНИЯ К КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАНИЯМ

При изучении теоретической механики студенты осваивают три её раздела: статику, кинематику, динамику. К сдаче зачётов и экзаменов студенты допускаются только после выполнения контрольных работ по соответствующим разделам теоретической механики, которые необходимо **заранее сдать на проверку**.

В данных методических указаниях к контрольным заданиям для каждой задачи даны условия и указана тема, к которой относится данная задача. Изучив указанную тему по учебнику, студент может приступать к решению конкретной задачи.

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения работ, пояснения к тексту

По разделу «Динамика» студенты выполняют контрольные задания (работы), включающие 6 задач.

К каждой задаче дается 10 рисунков и таблица (с тем же номером, что и задача), содержащая дополнительные к тексту задачи условия. Нумерация рисунков двойная, при этом номером рисунка является цифра, стоящая после точки. Например, рис. Д1.4 – это рис. 4 к задаче Д1 и т.д. (в тексте задачи при повторных ссылках на рисунок пишется просто рис. 4 и т.д.). Номера условий от 0 до 9 проставлены в 1-ом столбце (или 1-ой строке) таблицы.

Исходные данные для решения задач выбираются по номеру варианта, состоящему из двух цифр. Первая цифра - номер рисунка, определяется по начальной букве фамилии студента из табл. 1. Вторая цифра - номер условия в таблице данных к каждой задаче, определяется по последней цифре личного шифра (из зачётной книжки).

Таблица 1

Начальная буква фамилии	А	Б	В, Г	Д, Е, Ж, З, И	К	Л, М	Н, О, П	Р, С	Т, У, Ф, Х	Ц, Ч, Ш, Щ, Ы, Э, Ю, Я
Номер рисунка	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Примеры. Студент Онегин, номер зачётной книжки 632Б-003, номер варианта **63** (рисунок 6, условие 3); студентка Воронина, номер зачётной книжки 1121Б-037, номер варианта **27** (рисунок 2, условие 7).

Контрольные задания выполняются в тетради (ученической), страницы которой нумеруются. На обложке указываются: название дисциплины, номер работы, фамилия и инициалы студента, учебный шифр, факультет, специальность. На первой странице тетради записываются: номера решаемых задач и год издания контрольных заданий.

Решение каждой задачи следует начинать записывать на **развороте тетради** (на четной странице, начиная со второй, иначе работу трудно проверять). Сверху указывается номер задачи, далее делается чертёж (можно карандашом) и записывается, что в задаче дано и что требуется определить (**текст задачи не переписывается**). Чертёж выполняется с учетом условий решаемого варианта задачи; на нем все углы, действующие силы, число тел, их расположение на чертеже и т.д. должны соответствовать этим условиям. В результате в целом ряде задач чертёж получится более простой, чем общий.

Чертёж рисунка должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показывать силы (или векторы скорости, ускорений и др.); изображать эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы измерения получаемых величин (**нужно обязательно**). Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или

иные результаты и т.п.) и подробно излагать весь ход расчетов. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

К работе, предъявляемой на повторную проверку (если она выполнена в другой тетради), должна обязательно прилагаться не зачтённая работа.

На экзамене или зачёте необходимо представить зачтённые по данному разделу курса **работы**, в которых все отмеченные рецензентом погрешности должны быть исправлены, поэтому работу на проверку нужно сдать заранее на кафедру теоретической механики.

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Большинство рисунков дано без соблюдения масштаба. На рисунках к задачам Д1–Д6 все линии, параллельные строкам, считаются горизонтальными, а перпендикулярные строкам – вертикальными, и это в тексте задач специально не оговаривается. Также без оговорок считается, что все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми, нити, перекинутые через блок, по блоку не скользят, катки и колеса (в кинематике и динамике) катятся по плоскостям без скольжения. Все связи, если не сделано других оговорок, считаются идеальными.

Если тела на рисунке пронумерованы, то в тексте задач и в соответствующей таблице \bar{P}_1, l_1, r_1 и т.п. означают вес или размеры тела 1; \bar{P}_2, l_2, r_2 – тела 2 и т.д. Аналогично в кинематике и динамике \bar{V}_B, \bar{a}_B означают скорость и ускорение точки B; \bar{V}_C, \bar{a}_C – точки C; ω_1, ε_1 – угловую скорость и угловое ускорение тела 1; ω_2, ε_2 – тела 2 и т.д.

При выполнении задания все преобразования и числовые расчеты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями; в конце решения должны быть даны ответы.

ЗАДАЧИ К КОНТРОЛЬНЫМ ЗАДАНИЯМ

Задача Д1

Груз массой m , получив в точке A начальную скорость V_0 , движется в изогнутой трубе ABC , расположенной в вертикальной плоскости; участки трубы или оба наклонные, или один горизонтальный, а другой наклонный (рис. Д1.0 – Д1.9, табл. Д1); угол наклона $\alpha = 30^\circ$.

На участке AB на груз, кроме силы тяжести, действуют постоянная сила \bar{Q} (её направление показано на рисунках), и сила сопротивления среды \bar{R} , зависящая от скорости V груза (направлена против движения); трением груза о трубу на участке AB пренебречь.

В точке B груз, не изменяя величины своей скорости, переходит на участок BC трубы, где на него кроме силы тяжести действуют сила трения (коэффициент трения груза о трубу $f = 0,2$) и переменная сила \bar{F} , проекция которой F_x на ось x задана в таблице (силы F_x , \bar{Q} , \bar{R} даны в таблице в ньютонах; единицу измерения коэффициента μ должен определить и указать решающий задачу).

Считая груз материальной точкой и зная расстояние $AB = l$ или время t_1 движения груза от точки A до точки B , найти закон движения груза на участке BC , то есть $x = f(t)$, где $x = BD$.

УКАЗАНИЯ. Задача Д1 – на интегрирование дифференциальных уравнений движения точки (решение основной задачи динамики). Решение задачи разбивается на две части. Сначала нужно составить и проинтегрировать методом разделения переменных дифференциальное уравнение движения точки (груза) на участке AB , учтя начальные условия. Затем, зная время движения груза на участке AB

или длину этого участка, определить, какую скорость будет иметь груз в точке B . Эта скорость будет начальной для движения груза на участке BC . После этого нужно составить и проинтегрировать дифференциальное уравнение движения груза на участке BC тоже с учетом начальных условий. При интегрировании дифференциального уравнения движения на участке AB в случае, когда задана его длина, целесообразно перейти к переменной x , учитывая, что

$$\frac{dV_x}{dt} = V_x \frac{dV_x}{dx} = \frac{1}{2} \frac{dV_x^2}{dx}.$$

Таблица Д1

Номер условия	m , кг	V_0 , м/с	Q	R	μ	l , м	t_1 , с	F_x
0	2	20	6	μV	0,4	–	2,5	$2\sin(4t)$
1	2,4	12	6	μV^2	0,8	1,5	–	$6t$
2	4,5	18	9	μV	0,5	–	3	$3\sin(2t)$
3	6	14	18	μV^2	0,6	5	–	$-3\cos(2t)$
4	1,6	18	4	μV	0,4	–	2	$4\cos(4t)$
5	8	10	16	μV^2	0,5	4	–	$-6\sin(2t)$
6	1,8	15	5	μV	0,3	–	2	$9t^2$
7	4	12	12	μV^2	0,8	2,5	–	$-8\cos(4t)$
8	3	22	9	μV	0,5	–	3	$2\cos(2t)$
9	4,8	10	12	μV^2	0,2	4	–	$-6\sin(4t)$

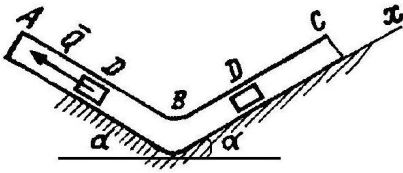


Рис. Д1.0

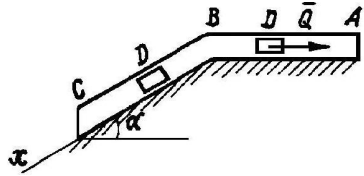


Рис. Д1.1

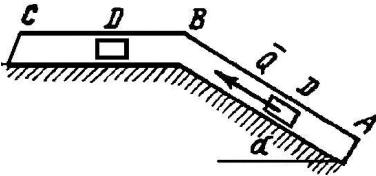


Рис. Д1.2

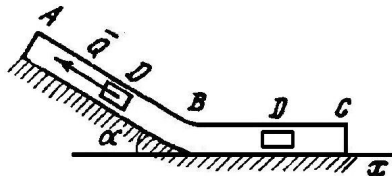


Рис. Д1.3

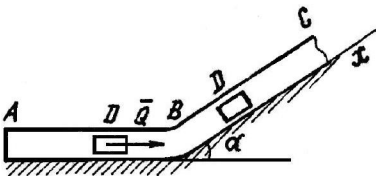


Рис. Д1.4

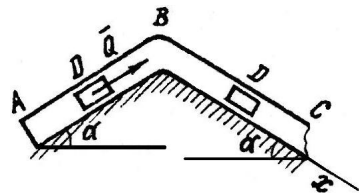


Рис. Д1.5

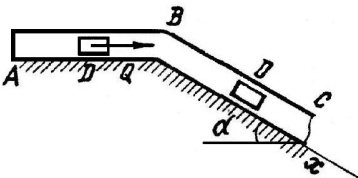


Рис. Д1.6

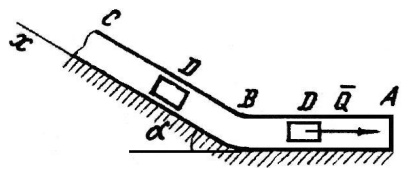


Рис. Д1.7

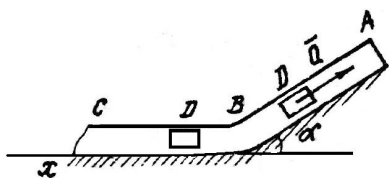


Рис. Д1.8

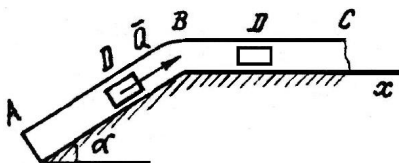


Рис. Д1.9

Задача Д2

Груз массой m укреплен на пружинной подвеске в лифте (рис. Д2.0–Д2.9, табл. Д2). Лифт движется вертикально по закону

$$x_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 + a_2 \sin(\omega t) + a_3 \cos(\omega t)$$

(ось x_1 направлена по вертикали вверх; x_1 выражено в метрах, t – в секундах). На груз действует сила сопротивления среды $R = \mu V$, где V – скорость груза по отношению к лифту.

В таблице приняты следующие обозначения: c_1, c_2, c_3 – коэффициенты жёсткости пружин, $\lambda_{\text{ст}}$ – статическое удлинение пружины с эквивалентной жёсткостью, λ_0 – удлинение пружины с эквивалентной жёсткостью в начальный момент времени $t_0 = 0$, V_0 – начальная скорость груза по отношению к лифту (направлена вертикально вверх). Прочерк во всех столбцах c_1, c_2, c_3 стоит, когда задано $\lambda_{\text{ст}}$, а прочерк в одном из столбцов означает, что соответствующая пружина отсутствует и на чертеже изображаться не должна. Если при этом конец одной из оставшихся пружин окажется свободным, его следует прикрепить в соответствующем месте или к грузу или к потолку (полу) лифта; то же следует сделать, если свободными окажутся соединённые планкой концы обеих оставшихся пружин.

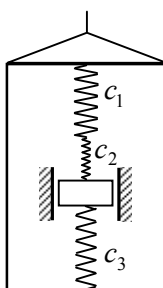
Найти закон движения груза по отношению к лифту, т. е. $x = f(t)$; начало координат поместить в положении статическо-

го равновесия груза при неподвижном лифте. При подсчётах можно принять $g \approx 10 \text{ м/с}^2$.

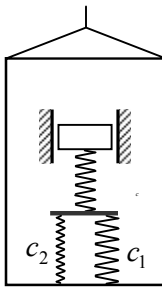
УКАЗАНИЯ. Задача Д2 охватывает одновременно темы относительное движение и колебания материальной точки. Сначала нужно составить дифференциальное уравнение относительного движения (по отношению к лифту) рассматриваемого в задаче груза, для чего присоединить к действующим силам переносную силу инерции. При этом заменить подвеску одной пружиной с жёсткостью, эквивалентной жёсткости подвески. Затем проинтегрировать полученное линейное дифференциальное уравнение второго порядка, учтя начальные условия.

Таблица Д2

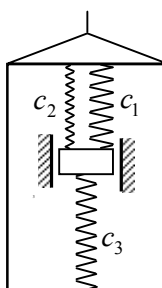
Номер условия	m , кг	c_1 , Н/м	c_2 , Н/м	c_3 , Н/м	$\lambda_{\text{ст}}$, м	a_1	a_2 , м	a_3 , м	ω , 1/с	μ , Н·с/м	λ_0 , м	V_0 , м/с
0	0,5	300	150	—	—	0	0,1	0	25	—	0	0
1	2	—	240	120	—	— 1,5g	0	0	—	16	0,1	0
2	4	—	—	—	0,1	— 0,5g	0,3	0	5	—	0	4
3	1	240	—	160	—	0	0	0,2	16	—	0	0
4	0,5	80	120	—	—	-g	0	0	—	12	0,15	0
5	2	—	400	400	—	0,5g	0	0,15	15	—	0	0
6	0,4	—	—	—	0,05	g	0	0	—	8	0	2
7	0,5	120	—	180	—	0	0,12	0	20	—	0	0
8	0,4	50	200	—	—	0	0	0,12	20	—	0,15	0
9	1	200	—	300	—	1,5g	0	0	—	20	0	3



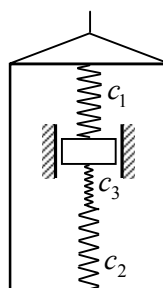
Д2.0



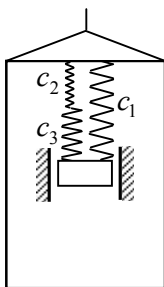
Д2.1



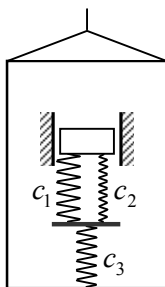
Д2.2



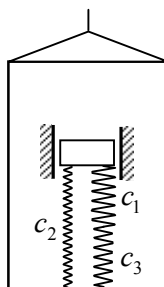
Д2.3



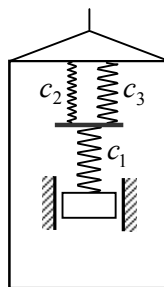
Д2.4



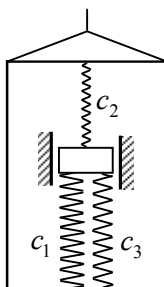
Д2.5



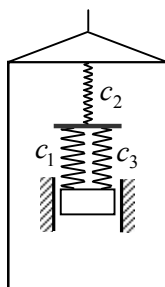
Д2.6



Д2.7



Д2.8



Д2.9

Задача Д3.

Механическая система состоит из катков (или катка и подвижного блока) 1 и 2, ступенчатого шкива 3 с радиусами ступеней $R_3=0,3$ м, $r_3=0,1$ м и радиусом инерции относительно оси вращения $i_3=0,3$ м, блока 4 радиуса $R_4=0,2$ м и грузов 5 и 6 (рис. Д3.0 – Д3.9, таблица Д3); тела 1 и 2 считать сплошными однородными цилиндрами, а массу блока 4 – равномерно распределенной по ободу. Коэффициент трения грузов о плоскость $f=0,1$. Тела системы соединены друг с другом нитями, перекинутыми через блоки и намотанными на шкив 3 (или на шкив и

один из катков); участки нитей параллельны соответствующим плоскостям. К одному из тел прикреплена пружина с коэффициентом жесткости c .

Под действием силы $F=f(S)$, зависящей от перемещения S точки её приложения, система приходит в движение из состояния покоя; деформация пружины в момент начала движения равна нулю. При движении на шкив 3 действует постоянный момент M сил сопротивления (от трения в подшипниках).

Определить значение искомой величины в тот момент времени, когда перемещение S станет равным $S=0,2$ м. Искомая величина указана в столбце «Найти» таблицы, где обозначено: V_{c1} – скорость центра масс тела 1 , ω_3 – угловая скорость тела 3 и т.д.

Все катки, включая и катки, обмотанные нитями (как, например, каток 2 на рис. ДЗ.3), катятся по плоскостям без скольжения.

На всех рисунках не изображать груз 5 или 6 , если $m_5 = 0$ или $m_6 = 0$, а также каток 1 на рис. ДЗ.0–ДЗ.4, если $m_1 = 0$, и каток 2 на рис. ДЗ.5–ДЗ.8, если $m_2 = 0$; все остальные тела должны изображаться и тогда, когда их масса равна нулю.

УКАЗАНИЯ. Задача ДЗ – на применение теоремы об изменении кинетической энергии системы. При решении задачи учесть, что кинетическая энергия T системы равна сумме кинетических энергий всех входящих в систему тел; эту энергию нужно выразить через ту скорость (линейную или угловую), которую в задаче надо определить. При вычислении T , для установления зависимости между скоростями точек тела, движущегося плоскопараллельно, или между его угловой скоростью и скоростью центра масс воспользоваться мгновенным центром скоростей (кинематика). При вычислении работы надо все перемещения выразить через то, которое в задаче задано.

Таблица ДЗ

Номер условия	m_1 , кг	m_2 , кг	m_3 , кг	m_4 , кг	m_5 , кг	m_6 , кг	c , Н/м	M , Н·м	$F=f(S)$, Н	Найти
0	2	0	4	0	6	0	180	1,2	$80(3+4S)$	V_{C_1}
1	0	2	0	6	0	4	120	0,6	$20(6+5S)$	V_{C_2}
2	6	0	0	2	4	0	400	1,8	$60(4+S)$	ω_3
3	0	4	6	0	0	2	240	0,3	$40(3+8S)$	ω_4
4	4	0	0	2	0	6	320	1,5	$50(5+2S)$	V_6
5	2	0	4	0	0	6	100	0,9	$30(4+3S)$	V_{C_2}
6	0	4	0	6	2	0	160	2,4	$60(2+5S)$	V_5
7	6	0	0	4	0	2	120	0,3	$80(1+4S)$	ω_4
8	0	6	2	0	4	0	200	1,2	$20(8+3S)$	V_{C_1}
9	0	2	0	4	6	0	100	0,6	$40(3+2S)$	ω_3

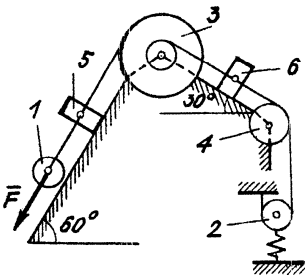


Рис. ДЗ.0

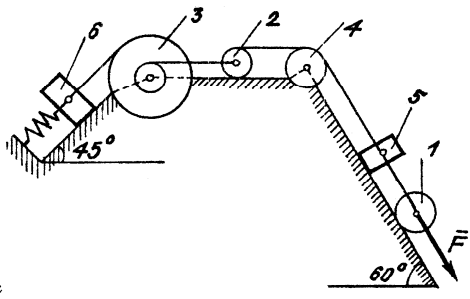


Рис. ДЗ.1

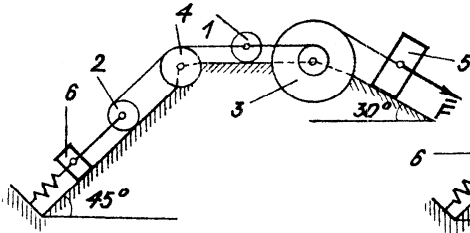


Рис. Д3.2

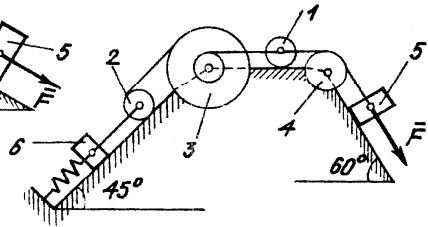


Рис. Д3.3

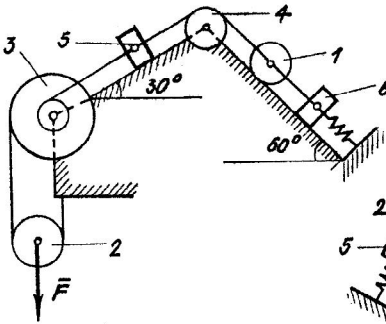


Рис. Д3.4

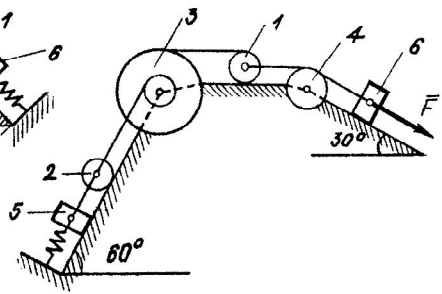


Рис. Д3.5

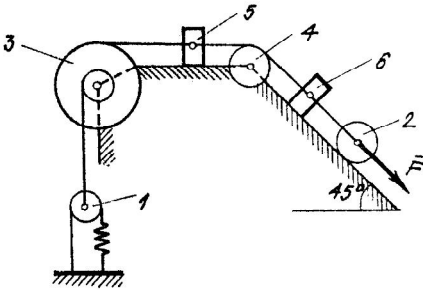


Рис. Д3.6

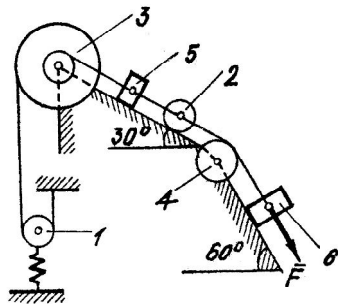


Рис. Д3.7

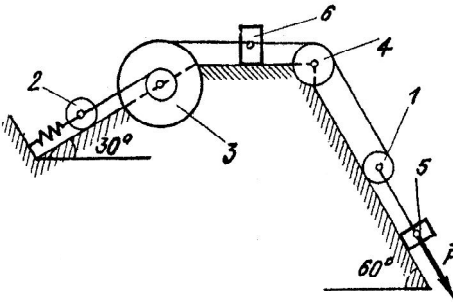


Рис. Д3.8

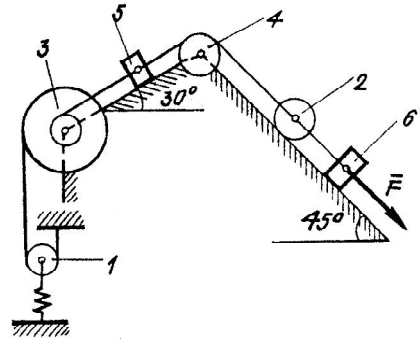


Рис. Д3.9

Задача Д4.

Механическая система состоит из прямоугольной вертикальной плиты I с массой $m_1 = 18$ кг, движущейся вдоль горизонтальных направляющих, и груза D с массой $m_2 = 6$ кг (рис. Д4.0 – Д4.9, табл. Д4,а, Д4,б). В момент времени $t_0 = 0$, когда плита имеет скорость $U_0 = 2$ м/с, груз под действием внутренних сил начинает двигаться по имеющемуся на плите желобу.

На рис. Д4.0–Д4.3 желоб EK прямолинейный и при движении груза расстояние $S = AD$ изменяется по закону $S = f_1(t)$, а на рис. Д4.4–Д4.9 желоб – окружность радиуса $R = 0,8$ м и при движении груза угол $\varphi = \angle AC_1D$ изменяется по закону $\varphi = f_2(t)$. В табл. Д4 эти зависимости даны отдельно для рис. Д4.0 и Д4.1, для Д4.2 и Д4.3 и т.д., где S выражено в метрах, φ – в радианах, t – в секундах.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить величину, указанную в таблице в столбце «Найти», где обозначено: x_1 – перемещение плиты за время от $t_0 = 0$ до $t_1 = 1$ с; U_1 , a_1 , N_1 – величины в момент времени $t_1 = 1$ с скорости плиты, ускорения плиты и полной нормальной реакции направляющих, соответственно.

Таблица Д4,а

Номер условия	$S = f_1(t)$		Найти
	Рис. 0, 1	Рис. 2, 3	
0	$0,4(2t^2 - 1)$	$0,2(1 - 3t^2)$	x_1
1	$0,8 \cos\left(\frac{\pi}{6}t^2\right)$	$0,4 \sin\left(\frac{\pi}{3}t^2\right)$	U_1
2	$0,2 \cos(\pi t^2)$	$1,8 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	a_1
3	$0,5(2 - 3t^2)$	$0,3(6t^2 - 5)$	x_1
4	$0,8 \sin\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)$	$0,4 \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)$	N_1
5	$0,6 \cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)$	$1,2 \sin\left(\frac{\pi}{6}t^2\right)$	U_1
6	$0,2(4 - 7t^2)$	$0,6(1 - 2t^2)$	x_1
7	$1,2 \cos\left(\frac{\pi}{2}t^2\right)$	$0,6 \sin(\pi t^2)$	a_1
8	$0,5 \sin(\pi t^2)$	$1,8 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$	N_1
9	$1,2 \sin\left(\frac{\pi}{4}t^2\right)$	$0,8 \cos\left(\frac{\pi}{4}t\right)$	U_1

Таблица Д4,б

Номер условия	$\varphi = f_2(t)$			Найти
	Рис. 4, 5	Рис. 6, 7	Рис. 8, 9	
0	$\frac{\pi}{3}(3-2t^2)$	$\frac{\pi}{4}(1-3t^2)$	$\frac{\pi}{3}(1-4t^2)$	x_1
1	$\frac{\pi}{3}(t^2+1)$	$\frac{\pi}{6}(t^2-3)$	$\frac{\pi}{4}t^2$	U_1
2	$\frac{\pi}{6}(1+2t^2)$	$\frac{\pi}{2}t^2$	$\pi(2-t^2)$	a_1
3	$\frac{\pi}{3}(1-3t^2)$	$\frac{\pi}{6}(3-4t^2)$	$\frac{\pi}{4}(5t^2-1)$	x_1
4	$\frac{\pi}{2}(t^2-2)$	$\pi(2t^2-1)$	$\frac{\pi}{6}(4t^2-1)$	N_1
5	$\frac{\pi}{3}(t^2+3)$	$\frac{\pi}{6}(5-t^2)$	$\frac{\pi}{4}(t^2+2)$	U_1
6	$\frac{\pi}{6}(3+4t^2)$	$\frac{\pi}{3}t^2$	$\frac{\pi}{6}(3t^2-1)$	x_1
7	$\frac{\pi}{3}(t^2-4)$	$\frac{\pi}{4}(5-3t^2)$	$\frac{\pi}{2}(t^2+1)$	a_1
8	$\frac{\pi}{6}(t^2+2)$	$\frac{\pi}{4}(t^2+1)$	πt^2	N_1
9	$\frac{\pi}{4}(2-t^2)$	$\frac{\pi}{6}(1-5t^2)$	$\frac{\pi}{3}(3+t^2)$	U_1

УКАЗАНИЯ. Задача Д4 на применение теоремы о движении центра масс и об изменении количества движения системы.

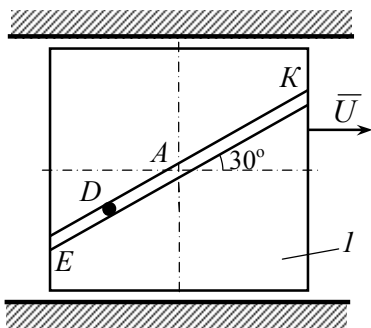


Рис. Д4.0

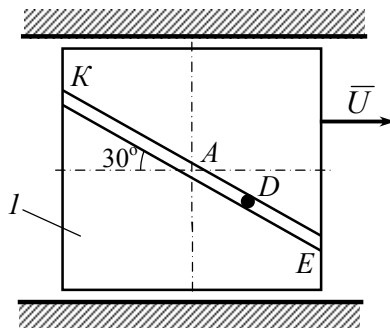


Рис. Д4.1

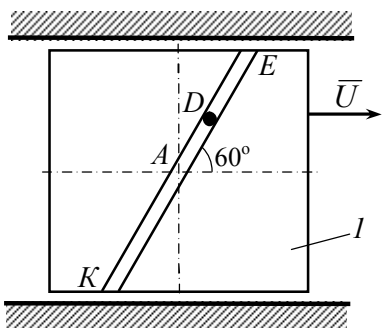


Рис. Д4.2

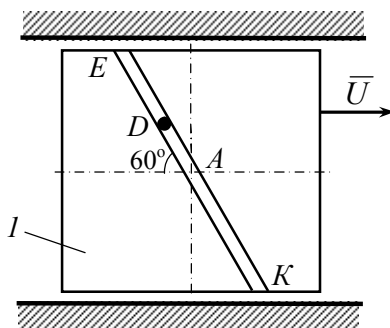


Рис. Д4.3

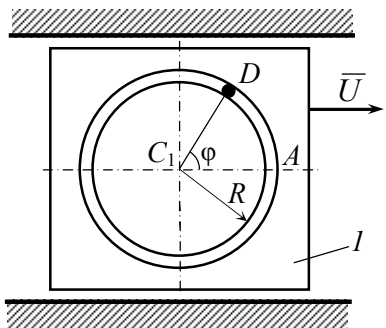


Рис. Д4.4

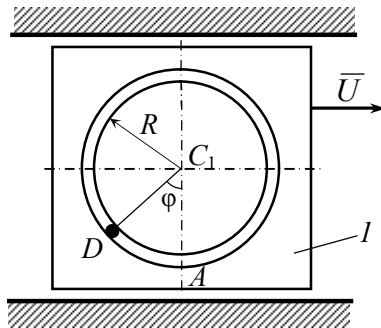


Рис. Д4.5

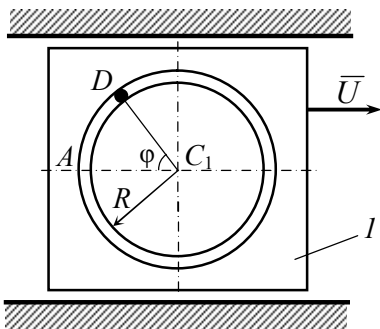


Рис. Д4.6

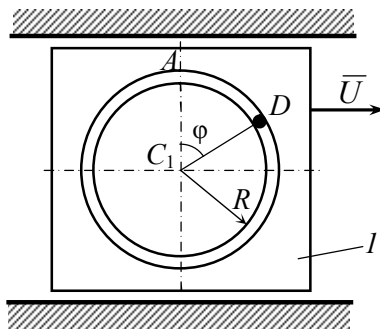


Рис. Д4.7

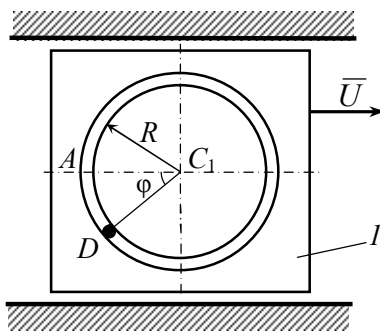


Рис. Д4.8

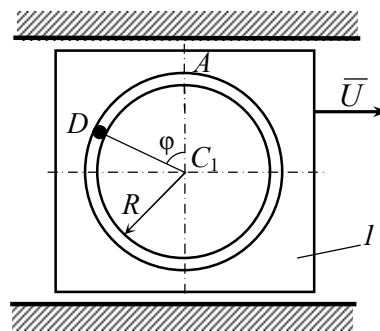


Рис. Д4.9

Задача Д5.

Барабан, вес которого равен P , а радиус R , имеет шейку (вытачку) радиуса r (рис. Д5.0 – Д5.4) или цапфы (цилиндрические выступы) радиуса r (рис. Д5.5 – Д5.9), где $r = 0,6R$. Барабан и его шейка (или цапфы) обмотаны нитями; к концам нитей приложены постоянные силы \bar{F}_1 и \bar{F}_2 , направления которых определяются углом β . Кроме сил на барабан действует пара с моментом M . При движении, которое начинается из состояния покоя, барабан или его цапфы катятся без скольжения по

наклонной шероховатой плоскости с углом наклона α (у барабана с цапфами для самого барабана в плоскости есть вырез).

Пренебрегая сопротивлением качению, определить закон движения центра масс C барабана, т. е. $x_C = f(t)$, и наименьшее значение коэффициента трения f о плоскость, при котором возможно качение без скольжения. Барабан рассматривать как сплошной однородный цилиндр, т. е. массой шейки или цапф пренебречь.

УКАЗАНИЯ. Задача Д5 – на применение дифференциальных уравнений плоскопараллельного движения твёрдого тела. Следует составить все 3 уравнения (уравнение в проекции на ось y , перпендикулярную к плоскости по которой катится барабан, служит для определения нормальной реакции N этой плоскости). Во избежание ошибок в знаках ось x следует направлять вдоль плоскости в ту сторону, куда Вы предположите направленной скорость \bar{V}_C центра масс барабана, и считать тогда все моменты положительными, когда они направлены в сторону вращения барабана. Силу трения, когда не ясно, куда она направлена фактически, можно направлять в любую сторону. Если фактически направление \bar{V}_C является другим, то в ответе получится $a_C < 0$, но найденная величина $|a_C|$ будет верной.

При определении наименьшего значения коэффициента трения, при котором возможно качение без скольжения, учесть, что сила трения не может быть больше предельной, т. е. что $|F_{\text{тр}}| \leq fN$, откуда $f \geq |F_{\text{тр}}|/N$. Очень существенно, что во все эти выражения входят модули сил (мы не пишем $|N|$, так как в данной задаче не может быть $N < 0$). Если при расчётах получится $F_{\text{тр}} < 0$, то это означает лишь, что фактически сила $F_{\text{тр}}$ направлена в другую сторону; в остальном весь расчёт будет верным.

Таблица Д5

Номер условия	α°	β°	F_1	F_2	M
0	30	60	0	$0,4P$	0
1	30	30	$0,2P$	0	0
2	0	30	0	$0,2P$	$0,1PR$
3	30	—	0	0	$0,4PR$
4	30	90	$0,1P$	0	$0,2PR$
5	0	60	$0,3P$	$0,1P$	0
6	30	0	0	$0,3P$	$0,2PR$
7	0	60	$0,2P$	0	$0,3PR$
8	30	90	0	$0,2P$	$0,4PR$
9	30	60	$0,1P$	$0,1P$	$0,3PR$

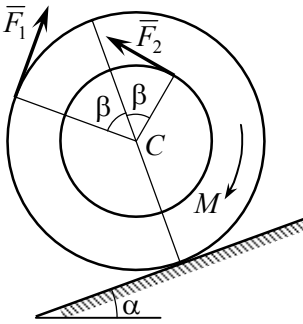


Рис. Д5.0

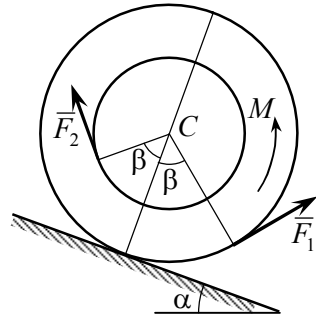


Рис. Д5.1

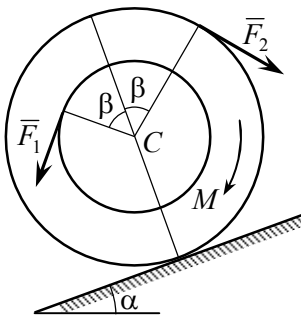


Рис. Д5.2

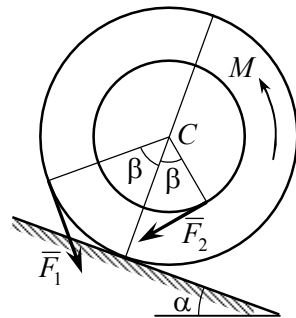


Рис. Д5.3

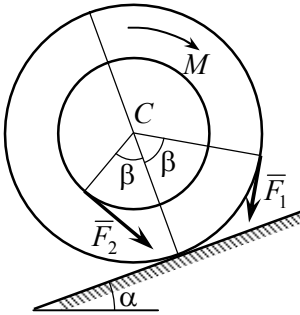


Рис. Д5.4

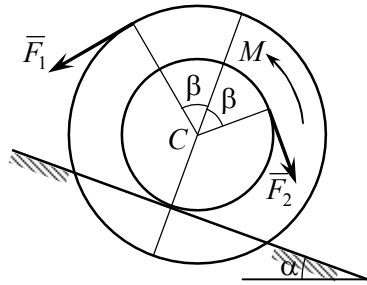


Рис. Д5.5

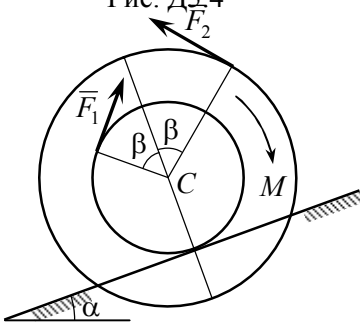


Рис. Д5.6

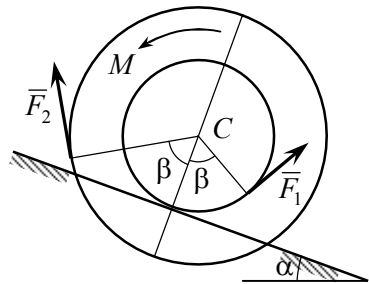


Рис. Д5.7

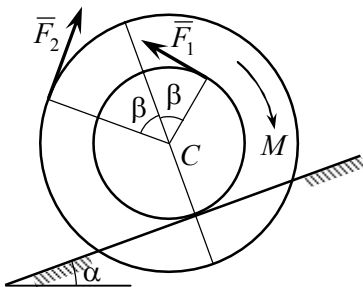


Рис. Д5.8

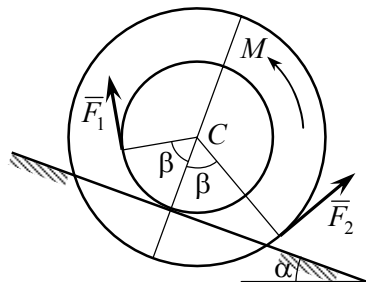


Рис. Д5.9

Задача Д6.

Вертикальный вал AK (рис. Д6.0–Д6.9, табл. Д6), вращающийся с постоянной угловой скоростью $\omega = 10 \text{ с}^{-1}$, закреплён подпятником в точке A и цилиндрическим подшипником в точке, указанной в табл. Д6 в столбце 2 ($AB = BD = DE = EK = b$). К валу жёстко прикреплены невесомый стержень 1 длиной $l_1 = 0,4 \text{ м}$ с точечной массой $m_1 = 6 \text{ кг}$ на конце и однородный стержень 2 длиной $l_2 = 0,6 \text{ м}$, имеющий массу $m_2 = 4 \text{ кг}$; оба стержня лежат в одной плоскости. Точки крепления стержней к валу указаны в таблице в столбцах 3 и 4, а углы α и β – в столбцах 5 и 6.

Пренебрегая весом вала, определить реакции подпятника и подшипника. При окончательных подсчетах принять $b = 0,4 \text{ м}$.

УКАЗАНИЯ. Задача Д6 – на применение к изучению движения системы принципа Даламбера. При решении задачи учесть, что когда силы инерции частиц тела (в данной задаче стержня 2) имеют равнодействующую $\overline{\Phi}$, то численно $\Phi = ma_C$, где a_C – ускорение центра масс C стержня, но линия действия силы $\overline{\Phi}$ в общем случае не проходит через точку C .

Таблица Д6

Номер условия	Подшипник в точке	Крепление		α°	β°
		стержня 1 в точке	стержня 2 в точке		
1	2	3	4	5	6
0	<i>B</i>	<i>D</i>	<i>K</i>	30	45
1	<i>D</i>	<i>B</i>	<i>E</i>	45	60
2	<i>E</i>	<i>D</i>	<i>B</i>	60	75
3	<i>K</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	75	30
4	<i>B</i>	<i>E</i>	<i>D</i>	90	60
5	<i>D</i>	<i>K</i>	<i>B</i>	30	45
6	<i>E</i>	<i>B</i>	<i>K</i>	45	30
7	<i>K</i>	<i>E</i>	<i>B</i>	60	75
8	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>K</i>	75	60
9	<i>E</i>	<i>K</i>	<i>D</i>	90	45

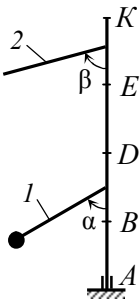


Рис. Д6.0

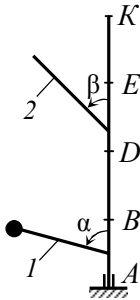


Рис. Д6.1

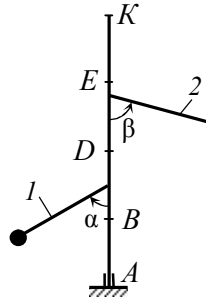


Рис. Д6.2

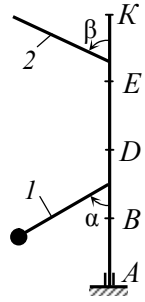


Рис. Д6.3

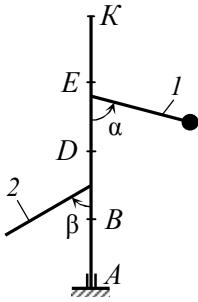


Рис. Д6.4

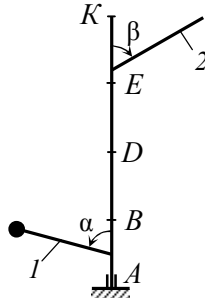


Рис. Д6.5

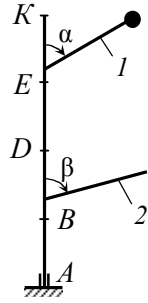


Рис. Д6.6

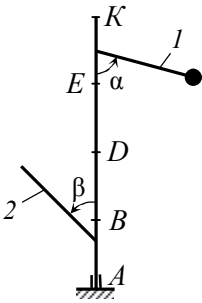


Рис. Д6.7

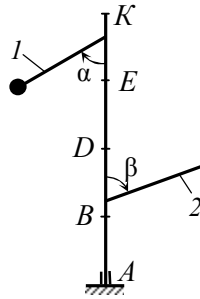


Рис. Д6.8

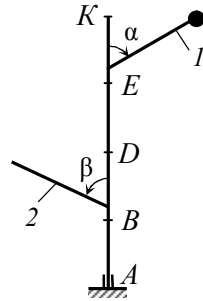


Рис. Д6.9

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Основная:

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики / С.М. Тарг – М.: Высшая школа, 2010. – 416с.
2. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики / Бутенин Н.В.– СПб.: Изд-во «Лань», 2009. – 736с.
3. Яблонский, А.А. Курс теоретической механики / А.А. Яблонский, В.М. Никифорова – М.: КноРус, 2010. – 608 с.
4. Григорьева, Н.А. Курс лекций по динамике / Н.А. Григорьева, О.И. Данейко, О.Н. Попов – Томск: Изд-во ТГАСУ, 2006. – 121 с.
5. Никитин, Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин – СПб.: Изд-во «Лань», 2011. – 720с.

Дополнительная:

6. Бать, М.И., Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2. Динамика. / М.И. Бать, Г.Ю. Джанелидзе, А.С. Кельзон – СПб.: Изд-во «Лань», 2013. – 640с.