

М. Ю. Кабакова, Е.С. Носкова

# ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

**Учебное пособие  
для студентов заочной формы обучения**

Архангельск

2014

Рекомендовано к изданию методической комиссией  
Института энергетики и транспорта  
Северного (Арктического) Федерального университета  
имени М.В. Ломоносова  
протокол № 9 от 26.11.2014г.

Составители:

М. Ю. Кабакова, доц., канд. техн. наук,  
Е.С. Носкова, доц., канд. техн. наук,

Рецензент:

Н.И. Дундин, доц., канд. техн. наук;

УДК 531 (07) + 539.3/.6 (07) + 621.81 (07)

ББК 22.21 + 30.12 + 34.44

*Кабакова М. Ю.* Прикладная механика: учебное пособие для студентов заочной формы обучения / М. Ю. Кабакова, Е.С. Носкова. – САФУ, 2014. – 130 с.

Подготовлено кафедрой технического инжиниринга.

В учебном пособии изложены отдельные вопросы дисциплин «Прикладная механика» и «Механика», приведены задания для выполнения контрольных работ по различным разделам курса. Рассмотрена методика решения задач, входящих в контрольные работы, указан перечень литературы, рекомендуемой для изучения вопросов и решения задач.

Пособие предназначено для студентов заочной формы обучения, изучающих дисциплины «Механика» и «Прикладная механика».

Ил.86 , Табл.26 , Список литературы 10 назв.

© САФУ, 2014

## **ВВЕДЕНИЕ**

В дисциплине «Прикладная механика» рассматриваются основные вопросы сопротивления материалов, деталей машин и основ конструирования, а также теории механизмов и машин. Для освоения дисциплины «Прикладная механика» необходимы знания физики, теоретической механики, математики, материаловедения и инженерной графики. Цель изучения данного курса - получение необходимых знаний, навыков для постановки и решения инженерных задач в практической деятельности и успешного освоения последующих профессиональных дисциплин.

В учебном пособии приведены отдельные вопросы курса в объеме, достаточном для выполнения контрольных работ студентами заочной формы обучения по дисциплине «Прикладная механика». Пособие может быть использовано студентами в качестве дополнительного источника при изучении данной учебной дисциплины.

Обучающиеся после изучения дисциплины «Прикладная механика» должны знать основные положения теоретической механики, теории механизмов и машин, сопротивления материалов и деталей машин в объеме, достаточном для самостоятельного решения задач по расчету и проектированию деталей и узлов машин общего назначения. Изучается курс на кафедре технического инжиниринга.

### **ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ДИСЦИПЛИНЫ ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА**

#### **1. Сопротивление материалов**

Основные понятия, гипотезы и допущения сопротивления материалов. Использование метода сечений для определения внутренних усилий, основные виды деформаций. Нормальные и касательные напряжения.

Деформация осевого растяжения, сжатия. Нормальные напряжения, абсолютные и относительные деформации при осевом растяжении и сжатии. Закон Гука. Механические испытания материалов на растяжение и сжатие, определение допускаемых напряжений. Условие прочности и жесткости при осевом растяжении, сжатии.

Деформации сдвига и смятия. Напряжения при сдвиге и смятии. Закон Гука при сдвиге. Условия прочности, практические расчеты на срез и смятие.

Деформация кручения. Определение крутящего момента в сечении стержня и построение эпюр. Напряжения и углы закручивания при кручении стержней круглого поперечного сечения. Условия прочности и жесткости при кручении. Полярный момент инерции и полярный момент сопротивления.

Прямой поперечный изгиб. Эпюры изгибающих моментов и поперечных сил. Нормальные и касательные напряжения при изгибе. Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям. Осевые моменты инерции и осевые моменты сопротивления.

Сложное сопротивление. Гипотезы прочности.

Косой изгиб. Внецентренное растяжение, сжатие

Расчет вала на совместное действие изгиба с кручением.

Расчет тонкостенных оболочек. Уравнение Лапласа.

Устойчивость сжатых стержней. Формула Эйлера для определения критической силы устойчивости сжатого стержня. Критическое напряжение и пределы применимости формулы Эйлера. Условие устойчивости сжатых стержней и задачи.

Прочность материалов при напряжениях, циклически изменяющихся во времени. Предел выносливости и влияющие на него факторы.

Динамическое действие нагрузки. Продольный и поперечный удар.

## **2. Детали машин и основы конструирования**

Понятия о машине и механизме. Виды машин и механизмов. Основные требования к деталям машин и критерии работоспособности. Основные сведения о машиностроительных материалах.

Общие сведения о механических передачах. Классификация, кинематические и силовые соотношения в передачах. Образование механического привода. Энергетический и кинематический расчеты привода технологических машин.

Ременные передачи. Типы приводных ремней. Геометрические, кинематические и силовые параметры передач, критерии работоспособности. Расчет клиноременных и плоскоременных передач по тяговой способности.

Цепные передачи. Типы приводных цепей. Основные параметры цепных передач и критерии работоспособности.

Зубчатые передачи: общие сведения, классификация. Геометрические и силовые параметры цилиндрических прямозубых передач. Расчет передач из условия изгибной и контактной усталостной прочности.

Основные геометрические и силовые параметры косозубых цилиндрических, конических и червячных передач.

Общие сведения об осях и валах. Критерии работоспособности валов и осей, проектный и проверочный расчет осей и валов.

Общие сведения о подшипниках. Подшипники скольжения. Подшипники качения: конструкции, классификация, условное обозначение. Подбор подшипников качения.

Общие сведения о муфтах. Виды муфт. Классификация, конструкции и подбор муфт.

Сварные и заклепочные соединения. Общие сведения и расчет на прочность.

Резьбовые соединения. Винтовая линия. Классификация резьбовых соединений. Расчеты на прочность.

Конструкции шпоночных и шлицевых соединений. Расчет шпоночных соединений.

### **Методические рекомендации для студентов**

Пособие предназначено для студентов заочной формы обучения технических направлений подготовки. Выбор задач для решения определяет преподаватель, читающий дисциплину. Номер варианта для решения задачи определяется по последней цифре номера зачетной книжки студента. Наименование кафедры «**Технический инжиниринг**».

Контрольная работа оформляется в соответствии со стандартом САФУ (Общие требования к оформлению и изложению документов учебной деятельности обучающихся. Стандарт организации СТО 89-03.5 -2013 (изм. и доп. в соответствии с приказом ректора № 1256 от 30.12.2013)).

## ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

### РАЗДЕЛ «СТАТИКА»

Методы расчетов, которые используются в сопротивлении материалов, опираются на законы и теоремы общей механики и в первую очередь на законы статики, без знания которых изучение данного предмета становится практически невозможным.

Окружающие нас реальные тела отличаются формой, размерами, материалом, массой. Объектами «теоретической механики» служат не реально существующие тела, а наделенные идеальными свойствами их абстрактные образы (модели). Важнейшим для статики является абстракция – абсолютно твердое материальное тело. *Абсолютно твердым телом* называют тело, в котором расстояние между любыми двумя точками всегда остается неизменным, для которого масса, форма и размеры существенны, но изменения формы настолько малы, что ими можно пренебречь.

В *статике* рассматривается общее учение о силе и условия равновесия абсолютно твердых материальных тел или их систем, находящихся под действием систем сил. Система сил – совокупность сил, действующих на рассматриваемое тело или материальную точку. Внешние силы, действующие со стороны других тел, по способу приложения могут быть сосредоточенными или распределенными. *Сосредоточенной* называют силу, действующую на тело через площадку очень малого размера (условно считают силу приложенной в точке). *Распределенная* сила приложена ко всем точкам данного объема или данной части поверхности тела.

Под *равновесием* понимают состояние покоя или равномерного прямолинейного движения тела, или его равномерного вращения вокруг некоторой оси.

В большей части технических задач рассматриваются несвободные тела, то есть такие, которым нельзя сообщить любое перемещение в пространстве. В этом случае говорят, что на тело наложены *связи*, и сила, с которой связь действует на твердое тело, называется *реакцией связи*  $R$ . Всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если действие связей заменить силами - реакциями связей.

Таким образом, на несвободное тело действуют две группы внешних сил: реакции связей и активные силы, т.е. силы которые могут вызвать движение тел, например, силы тяжести, сила тяги, сила электрического взаимодействия и т.д.

*Задача определения реакций связей – одна из основных задач статики.* Определяя реакции связей, необходимо иметь в виду, что они приложены к телу в точках соприкосновения тела со связью и направлены в сторону, противоположную той, куда связь не дает перемещаться телу.

Направление реакции связи зависит от вида связи, ее расположения относительно тела и характера соприкосновения или соединения связи с телом.

В данном разделе приведены задачи, решаемые из условия равновесия плоской системы сил для тел, находящихся в состоянии покоя.

*Плоской системой сходящихся сил* называют такую, в которой линии действия сил пересекаются в одной точке и лежат в одной плоскости. Для равновесия плоской системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы векторная сумма сил равнялась нулю (геометрическое условие):

$$\sum \overline{F}_i = 0 \quad (1)$$

или чтобы сумма проекций сил на оси координат  $x$  и  $y$  каждая в отдельности равнялась нулю (аналитическое условие):

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

*Плоской системой произвольно расположенных сил* называют систему, в которой силы расположены в одной плоскости, но линии их действия не пересекаются в одной точке. Для равновесия данной системы сил необходимо и достаточно, чтобы сумма проекций сил на координатные оси  $x$  и  $y$  каждая в отдельности равнялась нулю (условие 2), и чтобы сумма моментов сил относительно любой точки системы, например, относительно некоторой точки  $A$ , была равна нулю:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum M_A(F_i) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

Система сил, линии действия которых расположены как угодно в пространстве, называется *пространственной*. Для равновесия пространственной системы сходящихся сил необходимо и достаточно, чтобы равнодействующая любого числа сходящихся сил  $R$ , равная векторной сумме сил, расположенных в пространстве, равнялась нулю:

$$R = 0 \quad (4)$$

$$\sum \overline{F}_i = 0 \quad (5)$$

или чтобы алгебраические суммы проекций всех сил на каждую из трех осей координат были равны нулю (аналитическое условие):

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum F_{iz} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

Для равновесия твердого тела, находящегося под действием произвольной пространственной системы сил, необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из трех координатных осей были равны нулю (условие 6), и чтобы сумма их моментов относительно этих осей были равны нулю (условие 7):



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \\ \sum F_{iz} = 0 \\ \sum M_{Ox} = 0 \\ \sum M_{Oy} = 0 \\ \sum M_{Oz} = 0 \end{array} \right. \quad (7)$$

### Задача №1

Определить реакции опор для балок, изображенных на рисунке 2 и 3. Балка на рис. 2 имеет две опоры – шарнирно-подвижную (А) и шарнирно-неподвижную (В), балка на рис. 3 имеет одну опору – жесткую заделку. Исходные данные приведены в табл.1 и 2. Балка воспринимает внешние силы и передает их на опоры, виды которых приведены на рис. 1.

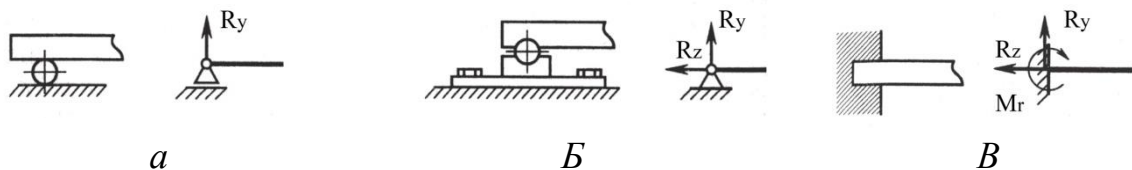


Рис. 1. Примеры конструкций опор и их условные обозначения с указанием реакций: а - шарнирно-подвижная опора, реакция  $R_y$  направлена по нормали к опорной плоскости; б – шарнирно-неподвижная опора (направление реакции неизвестно, находят ее составляющие  $R_y$  и  $R_z$ ); в – жесткая заделка (находят составляющие реакции  $R_y$  и  $R_z$  и момент в заделке  $M_r$ )

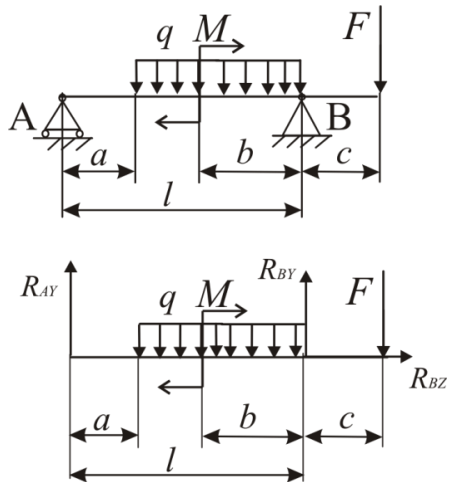
#### Порядок решения задачи:

- имеем плоскую систему произвольно расположенных сил;
- составить расчетную схему балки, заменив опоры их реакциями;
- составить уравнения равновесия, для двухопорной балки, рис. 2: сумма моментов сил относительно точек А ( $\sum M_A = 0$ ) и В ( $\sum M_B = 0$ ). Для балки, имеющей одну опору в виде жесткой заделки (далее – консольная балка) (рис. 3), составить уравнение суммы моментов сил относительно точки С ( $\sum M_C = 0$ ) и уравнение  $\sum F_{iz} = 0$ ;

- из уравнений равновесия для двухопорной балки найти реакции  $R_{AY}$  и  $R_{BY}$ , для консольной - реакцию  $R_{CY}$  и момент в заделке  $M$ ;

- проверить правильность определения реакций, составив уравнение равновесия  $\sum F_{iy} = 0$  для каждой из балок. Если сумма проекций сил на ось  $y$  равна нулю, решение верно.

Пример решения задачи для двухопорной балки, ниже приведена схема нагружения и расчетная схема, где в точках опор указаны реакции:



$$F=3 \text{ кН}, M=4 \text{ кН} \cdot \text{м}, q=2 \text{ кН/м};$$

$$l=6 \text{ м}, a=1 \text{ м}, b=1 \text{ м}, c=1 \text{ м}.$$

Для нахождения реакций в опорах составим уравнения равновесия:

$$\sum M_A = -F \cdot (l+c) - M + R_{BY} \cdot l - q(l-a)\left(a + \frac{l-a}{2}\right) = 0;$$

$$\sum M_B = -F \cdot c - M - R_{AY} \cdot l + q(l-a)\left(\frac{l-a}{2}\right) = 0;$$

$$\sum F_{iz} = R_{Bz} = 0$$

Отсюда:

$$R_{BY} = \frac{M + q(l-a)\left(a + \frac{l-a}{2}\right) + F \cdot (l+c)}{l};$$

$$R_{BY} = \frac{4 + 2(6-1)\left(1 + \frac{6-1}{2}\right) + 3 \cdot (6+1)}{6} = 10 \text{ кН};$$

$$R_{AY} = \frac{-F \cdot c + q(l-a)\left(\frac{l-a}{2}\right) - M}{l};$$

$$R_{AY} = \frac{-3 \cdot 1 + 2(6-1)\left(\frac{6-1}{2}\right) - 4}{6} = 3 \text{ кН};$$

$$R_{Bz} = 0$$

Выполним проверку:

$$\sum F_Y = R_{BY} + R_{AY} - F - q(l - a) = 0;$$

$$\sum F_Y = 10 + 3 - 3 - 2(6 - 1) = 0$$

Решение верно.

Таблица 1

Исходные данные к задаче № 1 (рис. 2)

Величина*	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$ , кН	10	5	6	20	10	3	10	14	9	14
$M$ , кН·м	6	12	8	10	15	8	9	7	5	6
$q$ , кН/м	8	10	12	14	9	15	7	6	18	16
$a$ , м	0,8	1,2	1,4	0,4	1,9	1,3	2,0	1,8	2,4	3,0
$b$ , м	0,6	0,9	1,2	1,3	1,5	2,7	1,5	0,4	2,8	1,5
$c$ , м	0,5	1,4	0,6	1,5	0,8	0,5	0,6	1,0	1,6	2,4
$l$ , м	4	5	6	7	8	9	10	10	11	12

\*Примечание: если какой-либо параметр: размер или нагрузка на схеме не указан (например момент  $M$  на схеме 0 или размер  $c$  на схеме 1), в расчете он не используется и данный параметр из таблицы выписывать не нужно.

Таблица 2

Исходные данные к задаче № 1 (рис. 3)

Величина*	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$ , кН	4	6	4	20	10	11	10	14	15	14
$M$ , кН·м	6	12	8	10	15	8	9	7	5	6
$q$ , кН/м	6	10	12	14	9	15	7	6	18	16
$a$ , м	0,8	1,2	1,4	1,4	1,9	1,3	2,0	2,8	2,4	3,0
$b$ , м	0,6	0,9	0,2	1,3	1,5	1,7	3,5	2,4	3,8	4,5
$l$ , м	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

\*Примечание: если какой-либо параметр: размер или нагрузка на схеме не указан (например размер  $b$  на схеме 4), в расчете он не используется и данный параметр из таблицы выписывать не нужно.

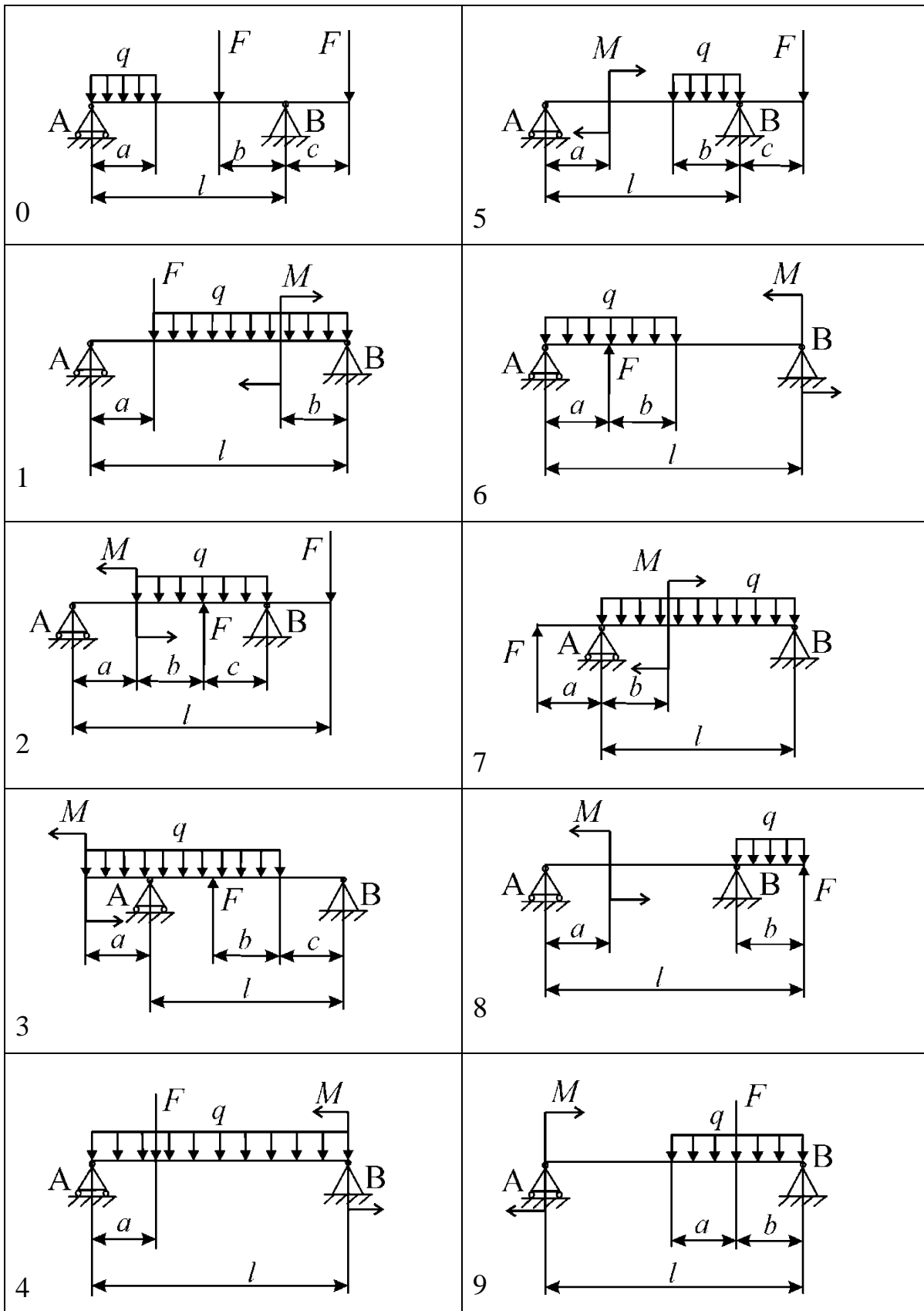


Рис. 2. Схемы двухопорных балок к задаче 1

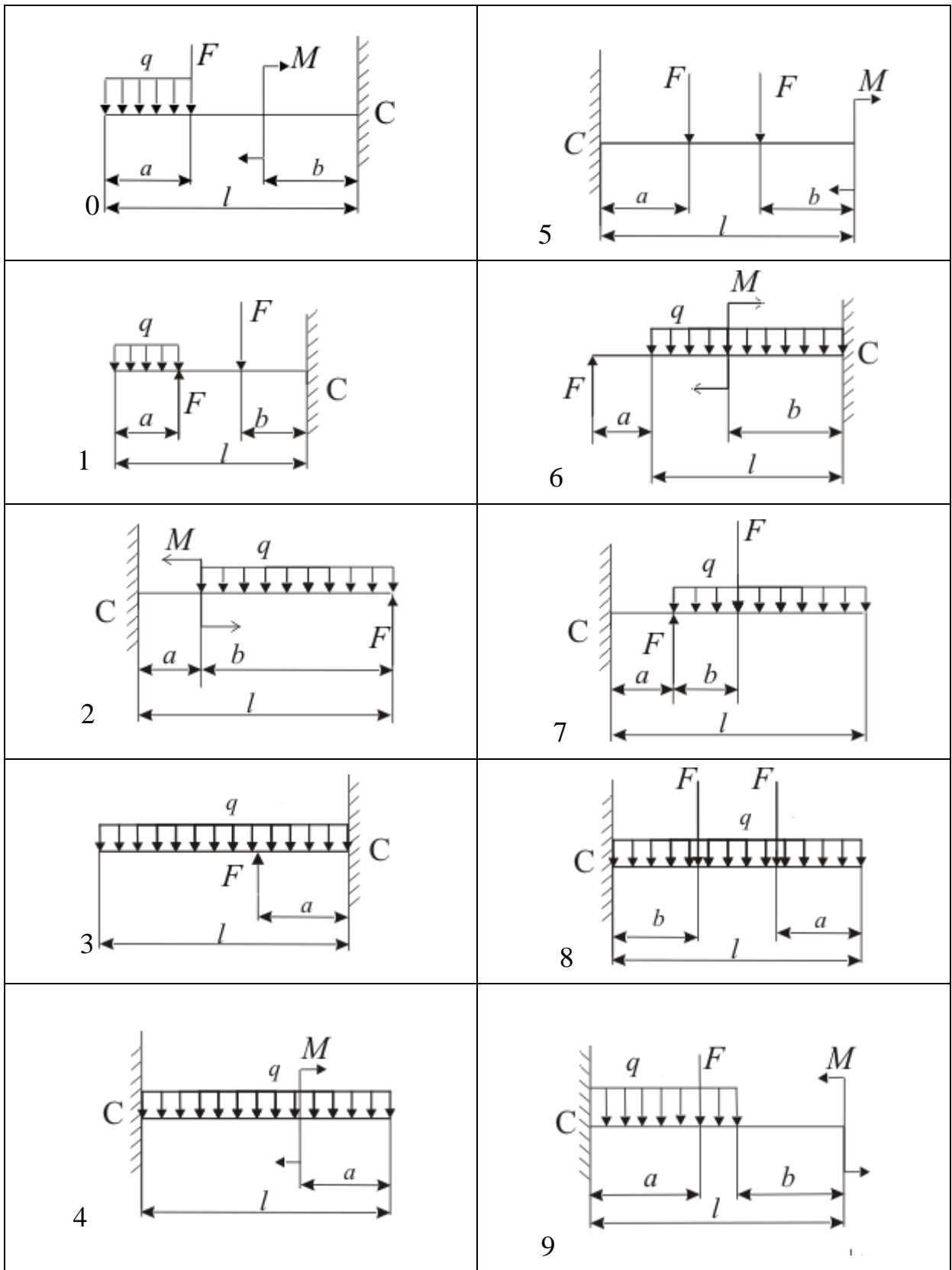


Рис. 3. Схемы консольных балок к задаче 1

## РАЗДЕЛ «СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»

Проблемами расчета различных типов сооружений и их несущих конструкций, а также механизмов на прочность, жесткость и устойчивость занимается инженерная наука – сопротивление материалов. *Сопротивление материалов* является дисциплиной, в которой изучаются основные понятия и принципы, используемые в этих расчетах.

Сопротивление материалов – инженерная наука, использующая ряд упрощающих гипотез, допущений и приближенные приемы расчета. Методы сопротивления материалов широко используются в расчетах деталей машин общего назначения и элементов специальных конструкций. В сопротивлении материалов закладывается фундамент для грамотного проектирования конструкций. Изучаются основные виды деформаций, такие, как растяжение, сжатие, кручение, изгиб, механика развития этих деформаций и приемы оценки прочности.

Изучение сопротивления материалов требует хороших знаний по физике, математике, теоретической механике.

Любое инженерное сооружение – здание, мост, тоннель, любая машина – автомобиль, корабль – помимо элементов, обеспечивающих функциональное назначение данного объекта, обязательно имеет *несущие элементы конструкции*, составляющие «силовой каркас» и предназначенные для восприятия нагрузок и различных силовых воздействий на конструкцию. Часто функциональные и несущие свойства совмещаются, например, стены и перекрытия здания выполняют ограждающие функции и одновременно входят в состав несущей части конструкции.

Первая задача сопротивления материалов – расчет элементов конструкции на прочность. *Прочность* – способность тела сопротивляться разрушению или появлению остаточных деформаций при действии на него внешних сил. При этом следует обратить внимание, что в сопротивлении материалов под нарушением прочности понимают не только разрушение в буквальном смысле слова – разрыв, излом, но и возникновение пластических (остаточных) деформаций.

Вторая задача сопротивления материалов – расчет элементов конструкций на жесткость. Возникновение упругих деформаций в нагруженной конструкции неизбежно, также неизбежны и обусловленные этими деформациями перемещения, отдельных точек конструкции. Может оказаться, что значения этих перемещений больше допустимого по условиям нормальной работы конструкции, хотя её прочность вполне достаточна. В этом случае говорят, что конструкция имеет недостаточную жесткость. *Жесткость* – способность тела сопротивляться появлению упругих деформаций при действии на него внешних сил. Можно также сказать, что жесткостью конструкции

называют её способность воспринимать нагрузку без существенного изменения геометрических размеров.

Третья задача сопротивления материалов – расчет элементов конструкций на устойчивость. *Устойчивость* – способность тела сохранять первоначальную форму упругого равновесия под действием нагрузок. При достижении нагрузок критического значения первоначальная форма равновесия элемента становится неустойчивой, при этом качественном изменении характера деформации конструкция практически выходит из строя: она или разрушается, или в ней возникают недопустимо большие перемещения (прогибы). Поэтому расчет конструкции должен обеспечить такое соотношение нагрузок, размеров и свойств материалов, при котором гарантирована устойчивость заданной формы равновесия.

### Метод сечений

Для расчета на прочность элементов конструкций требуется знать величины внутренних сил (усилий), которые возникают в рассматриваемых объектах при нагружении. В сопротивлении материалов для этого используется метод сечений. Заключается метод в следующем: для объекта проводится поперечное сечение, одна из частей отбрасывается и рассматривается равновесие оставшейся части (рис. 4). Возникающие при приложении нагрузок внутренние усилия в поперечном сечении находят из уравнений равновесия оставшейся части (при этом можно отбрасывать любую часть объекта).

В поперечном сечении могут возникнуть следующие составляющие внутренних сил:

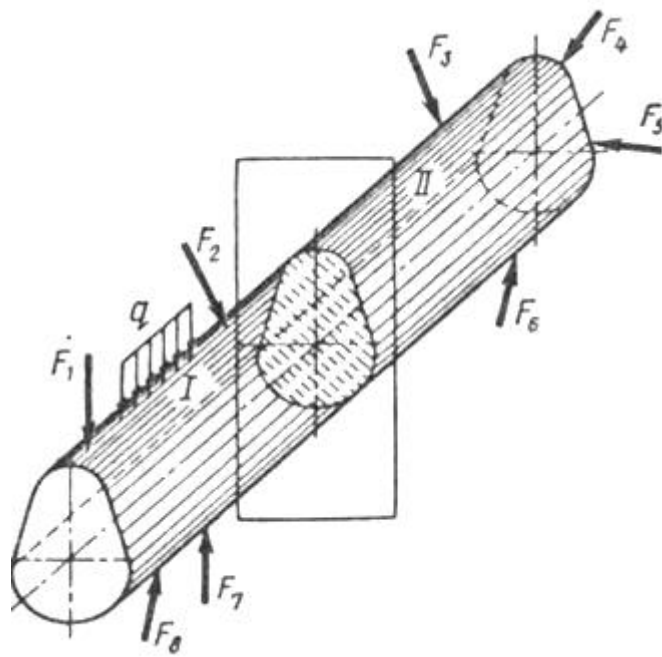
$N_z$  – продольная внутренняя сила (продольное усилие),  $Q_x$ ,  $Q_y$  – поперечные внутренние силы.

$M_z$  – крутящий момент,  $M_x$  и  $M_y$  – изгибающие моменты.

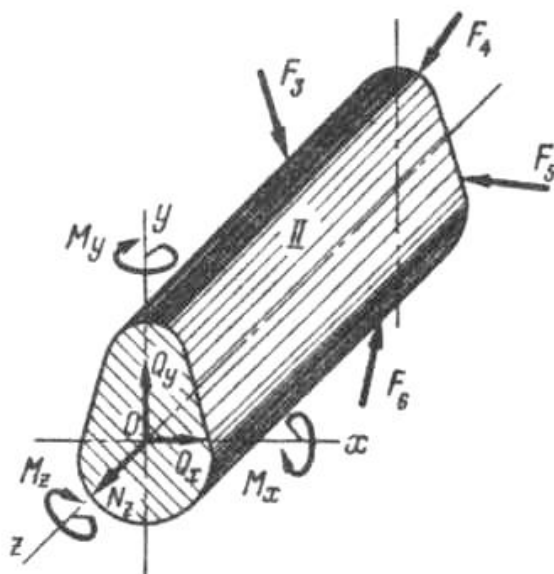
Если возникает только  $N_z$ , то это соответствует деформации осевого растяжения (или осевого сжатия). Если возникает  $Q_x$ , или  $Q_y$ , то речь идет о деформации сдвига.

$M_z$  соответствует деформации кручения,  $M_x$  и  $M_y$  – деформации изгиба.

Если возникает несколько внутренних сил, то это соответствует сложному напряженному состоянию или сложной деформации, например, изгиб совместно с кручением, кручение совместно с растяжением и другие.



*a*



*б*

Рис. 4. Метод сечений: *a* – рассматриваемый объект под действием нагрузок целиком, *б* - объект после отсечения его левой части.

Мерой интенсивности внутренних сил является механическое напряжение, измеряемое в МПа ( $\text{Н/мм}^2$ ). Составляющая вектора напряжения, направленная перпендикулярно плоскости поперечного сечения, называется



нормальным напряжением  $\sigma$ . Например, при осевом растяжении (сжатии) нормальное напряжение вычисляется как:

$$\sigma_z = \frac{N_z}{A}, \quad (8),$$

где  $N_z$  – продольное усилие в поперечном сечении, Н;  
 $A$  – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>.

Составляющая напряжения, расположенная в плоскости, называется касательным напряжением  $\tau$ . Касательное напряжение возникает, например, при сдвиге:

$$\tau_y = \frac{Q_y}{A}, \quad (9)$$

где  $Q_y$ , – поперечная сила, возникающая в поперечном сечении, Н;  
 $A$  – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>.

### **Допускаемые напряжения. Коэффициент запаса прочности**

Допускаемое напряжение – это наибольшие напряжения, которые можно допустить в конструкции при условии его безопасной, надежной и долговечной работы.

При проектировании конструкций ставится цель создать структуру, которая, будучи прочной, в то же время была бы легкой и экономной.

Прочность конструкции обеспечивается тем, что каждому элементу придают такие размеры, при которых максимальное рабочее напряжение в нем не будет превышать допускаемого:

$$\sigma \leq [\sigma] \text{ или } \tau \leq [\tau], \quad (10)$$

где  $\sigma$  и  $\tau$  – расчетные нормальные и касательные напряжения, соответственно;  $[\sigma]$  и  $[\tau]$  – допускаемые нормальные и касательные напряжения, соответственно. Эти неравенства называют *условиями прочности*.

Напряжения, при которых материал теряет прочность, называются *пределными или опасными*.

Деталь из пластичного материала, как правило, теряет прочность, когда напряжение в ней достигает предела текучести ( $\sigma_T$ ), так как при этом из-за слишком большой деформации деталей машина или конструкция перестает соответствовать своему назначению.

Если же деталь выполнена из хрупкого материала, то она почти не деформируется, и потеря ею прочности совпадает с ее разрушением, то есть при достижении напряжением значения, равного пределу прочности ( $\sigma_{нч}$ ).

*Расчетный коэффициент запаса прочности  $n$*  – величина показывающая, во сколько раз предельное (опасное) напряжение для данного материала больше расчетных, он должен быть не меньше допускаемого коэффициента запаса прочности  $[n]$ :

$$n = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\text{расч}}} \geq [n] \quad (11)$$

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{\text{пред. (опас.)}}}{[n]}, \quad (12)$$

$[n]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности, на величину которого влияют следующие факторы: степень ответственности детали; отклонения расчетной схемы от действительных условий работы (неточность в составлении расчетной схемы, неточность в определении действующих нагрузок); динамичность нагрузки, неоднородность материала детали.

В качестве предельных (опасных) напряжений, в зависимости от группы материала, при статическом нагружении принимают следующие механические характеристики:

для пластичных материалов – физический или условный предел текучести -  $\sigma_T$  или  $\sigma_{0,2}$ ;

для хрупких материалов – предел прочности  $\sigma_{нч}$ .

Таким образом, подчеркнем, что на протяжении всего курса сопротивления материалов будут встречаться три выше упомянутые категории напряжений:

1. *Предельные напряжения*, при достижении которых появляются признаки непосредственного разрушения или возникают пластические деформации ( $\sigma_T$  или  $\sigma_{0,2}$ ,  $\sigma_{нч}$ ).

2. *Допускаемые напряжения* – наибольшие напряжения, которые можно допустить в рассчитываемой конструкции из условий её безопасности, надёжной и долговечной работы. Эти напряжения зависят от свойств материала, вида деформации и требуемого (принятого, или заданного) коэффициента запаса прочности.

3. *Расчетные напряжения*, которые возникают в элементе конструкции под действием приложенных к нему внешних сил. Эти напряжения зависят от действующих на элемент конструкции нагрузок и его размеров.

Основные расчетные зависимости, а также условия прочности и жесткости при некоторых видах деформации приведены ниже.

## Осевое растяжение, сжатие

При растяжении (сжатии) прямого бруса в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор – продольная сила  $N$  (рис. 5) Сила здесь обозначена без индекса, соответствующего продольной оси, так как оси могут быть обозначены по-разному.

Модуль и направление (знак) продольной силы определяются из условия равновесия, составленного для отсеченной (оставленной после проведения сечения) части бруса.

Продольная сила в произвольном поперечном сечении бруса численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных к оставленной части. Продольной силой  $N$  в поперечном сечении бруса называется равнодействующая внутренних нормальных сил, возникающих в этом сечении.

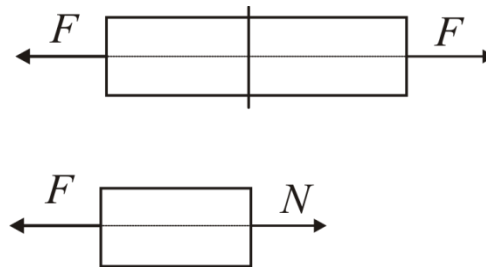


Рис. 5. Деформация осевого растяжения

В тех случаях, когда продольные силы в различных поперечных сечениях бруса неодинаковы, закон их изменения по длине бруса представляют в виде графика, называемого *эпюрой продольных сил*. Эпюра продольных сил дает возможность найти наибольшие значения продольных сил и положение сечений, в которых они возникают.

При растяжении (сжатии) бруса в его поперечных сечениях возникают только нормальные напряжения  $\sigma$ . В тех случаях, когда нормальные напряжения в поперечных сечениях на различных участках бруса неодинаковы, закон их изменения по длине бруса показывают в виде графика – *эпюры нормальных напряжений*.

Условие прочности для деформации центрального (осевого) растяжения и сжатия:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma] \quad (13)$$

где  $\sigma$  – нормальное напряжение в поперечном сечении, МПа (Н/мм<sup>2</sup>);

$N$  – продольное усилие в поперечном сечении, Н;

$A$  – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>;

$[\sigma]$  – допускаемое нормальное напряжение, МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

Если к телу приложена только одна внешняя сила  $F$ , то по величине  $N = F$ , и уравнение (13) можно записать как

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma] \quad (14)$$

Относительная продольная деформация стержня при растяжении и сжатии

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (15)$$

где  $\varepsilon$  – относительная продольная деформация;

$\Delta l$  – абсолютное удлинение (укорочение) стержня, мм, вычисляется как разность конечной и начальной длины:  $\Delta l = l_k - l$ ;

$l$  – начальная длина стержня, мм.

В пределах упругих деформаций справедлив закон Гука при растяжении, сжатии: абсолютное удлинение (укорочение) стержня прямо пропорционально нагрузке, длине образца и обратно пропорционально площади поперечного сечения и модулю упругости материала:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE}, \quad (16)$$

где  $E$  – модуль упругости материала при растяжении, МПа (Н/мм<sup>2</sup>);

$A$  – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>.

Используя уравнения 13, 15 и 16, получим формулу, выражающую линейную зависимость между нормальным напряжением и упругой деформацией:

$$\sigma = E\varepsilon. \quad (17)$$

Таким образом, нормальное напряжение прямо пропорционально относительной продольной деформации (выражение 17).

Условие жесткости при растяжении или сжатии:

$$\Delta l = \frac{Nl}{AE} \leq [\Delta l], \quad (18)$$

где  $[\Delta l]$  – допускаемое абсолютное удлинение или укорочение, мм.

В зависимости от цели расчета различают три вида расчетов на прочность: 1) проверочный, 2) проектный и 3) определение допускаемой нагрузки.

При *проверочном расчете* нагрузка бруса, его материал (а, следовательно, допускаемое напряжение) и размеры известны. Определению подлежит наибольшее расчетное напряжение, которое сравнивают с допускаемым. С проверочными расчетами встречаются, в частности, при экспертизе выполненных проектов. Расчетная формула (13).

При *проектном расчете* нагрузки и материал (допускаемые напряжения) известны, и из формулы (13) определяют требуемую площадь сечения бруса  $A$  и согласно форме поперечного сечения вычисляют размеры.

В некоторых случаях проверочный расчет удобнее вести в форме *определения допускаемой нагрузки*. В частности, это целесообразно при изменении режимов тех или иных технологических процессов, когда возникает необходимость в повышении нагрузок существующего оборудования и, следовательно, надо знать их допускаемое по условию прочности значение. При этом расчете размеры бруса и его материал (допускаемое напряжение) известны, определению подлежит нагрузка, которую можно допустить по условию его прочности. На основании условия прочности (13) определяют допускаемое значение продольной силы.

## Задача № 2

Брус (стержень) переменного поперечного сечения находится под действием нескольких продольных сил. Определить внутренние усилия  $N$  и нормальные напряжения  $\sigma$ , возникающие в стержне, вычислить абсолютные удлинения (укорочения) участков стержня и общее удлинение стержня. Построить эпюры продольных усилий и нормальных напряжений. Модуль упругости материала стержня  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа (Н/мм<sup>2</sup>). Схемы нагружения стержней приведены на рис. 6 (длина участков задана в метрах). Исходные данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Исходные данные к задаче № 2

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F_1$ , кН	30	10	18	16	20	24	17	19	36	12
$F_2$ , кН	10	15	12	11	14	18	9	32	13	18
$A_1$ , мм <sup>2</sup>	160	100	80	130	200	160	130	140	90	110
$A_2$ , мм <sup>2</sup>	280	120	100	290	300	310	150	190	130	220

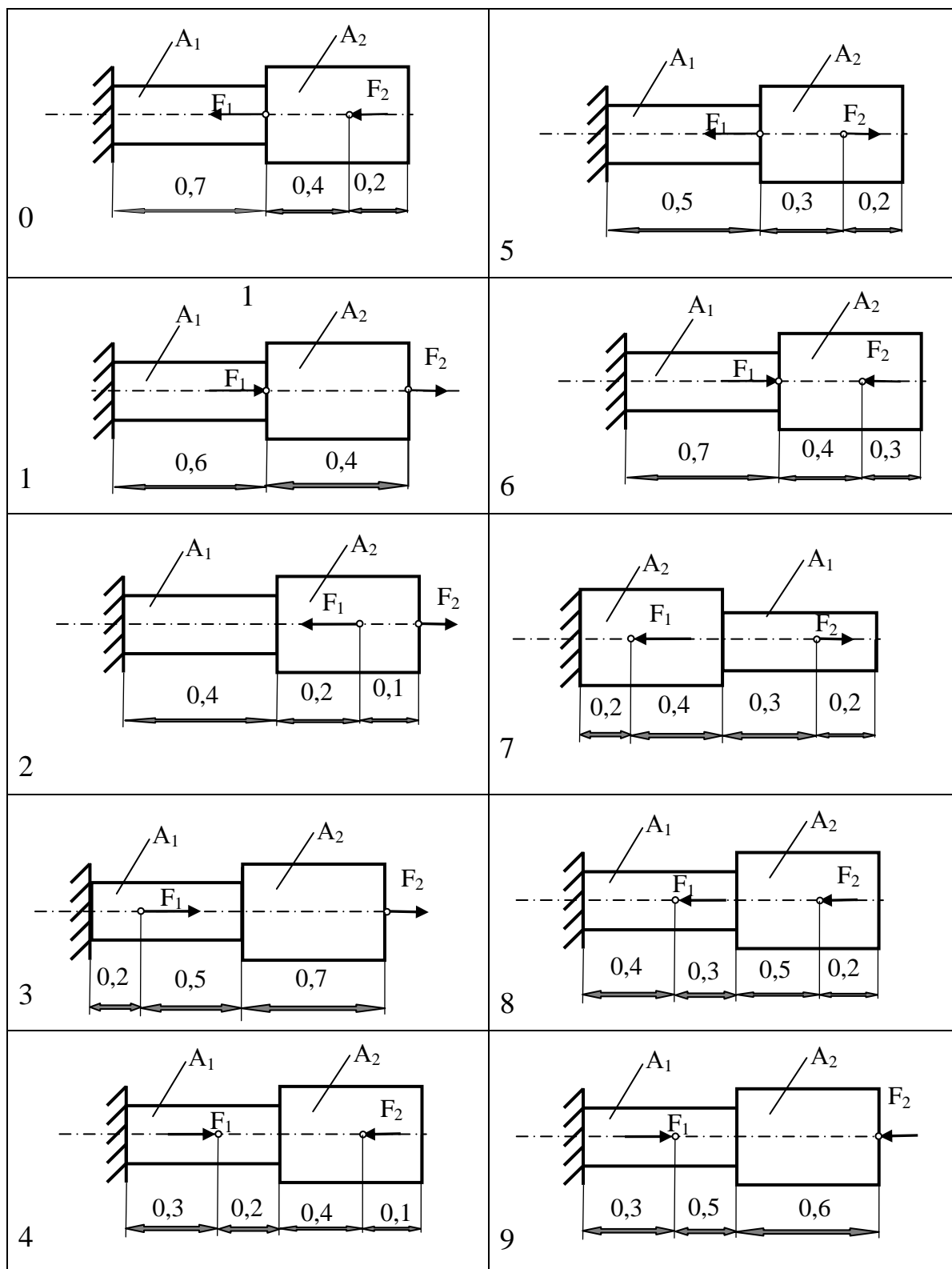


Рис. 6 . Схемы стержней к задаче 2

Порядок решения задачи:

- разбить стержень на участки в продольном направлении, границами которых будут точки приложения внешних сил, границы стержня и места изменения размеров в поперечном сечении;

- на каждом из участков, используя метод сечений, определить величину внутренней продольной силы и вычислить напряжение;
- построить эпюры продольных сил и нормальных напряжений;
- вычислить удлинение (укорочение) стержня  $\Delta l_i$  по формуле закона Гука (16) на каждом из участков и определить общее удлинение (укорочение) как алгебраическую сумму удлинений на отдельных участках.

Пример решения задачи:  $F_1 = 20$  кН,  $A_1=100$  мм<sup>2</sup>  $F_2 = 15$  кН,  $A=200$  мм<sup>2</sup>, длина участков указана в метрах, схема нагружения представлена рис. 7.

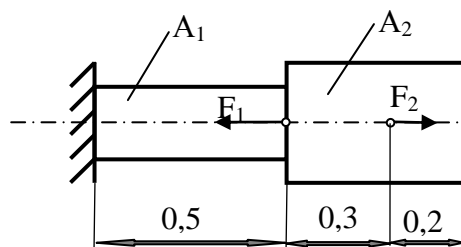


Рис. 7. Схема нагружения стержня

Разбиваем стержень на три участка. Используя метод сечений, в пределах каждого участка определяем величину и знак внутреннего продольного усилия  $N$ . При этом реакцию опоры можно не определять, отсекая часть стержня с опорой.

Продольная сила в произвольном поперечном сечении стержня численно равна алгебраической сумме проекций на его продольную ось всех внешних сил, приложенных по одну сторону от проведенного сечения.

При построении эпюр продольные силы, соответствующие деформации растяжения считаем положительными, а при деформации сжатия отрицательными. При деформации растяжения продольные силы направлены от сечения, при деформации сжатия – к сечению.

Для первого участка (длиной 0,5 м) проводим сечение и отбрасываем часть с опорой (левую часть стержня) – рис. 8,а. Продольную силу  $N_1$  определяем, составив уравнение равновесия  $\sum F_{iz} = 0$ .

$$\sum F_{iz} = N_1 + F_1 - F_2 = 0, \text{ отсюда } N_1 = F_2 - F_1 = 15 - 20 = -5 \text{ кН.}$$

На эпюре величину  $N_1$  указываем со знаком «минус», так как она соответствует сжатию и направлена к сечению.

На втором участке (рис. 8,б) продольную силу  $N_2$  определяем из уравнения:  $\sum F_{iz} = N_2 - F_2 = 0$ ,

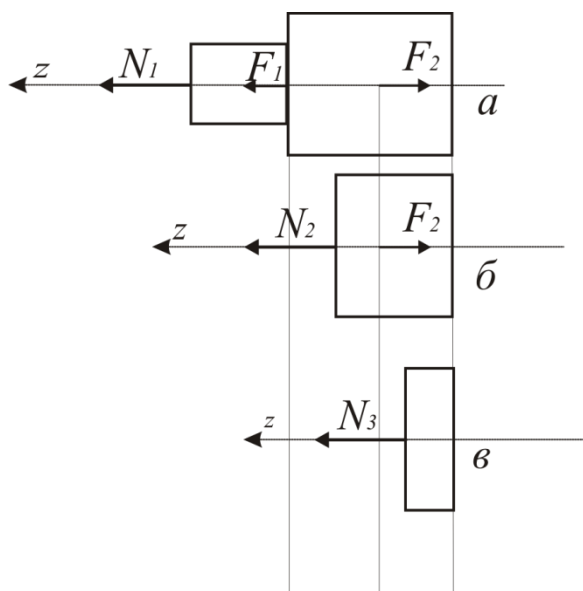


Рис. 8. Определение внутреннего продольного усилия на участках стержня

откуда  $N_2 = F_2 = 15$  кН. Величина  $N_2$  положительна (соответствует деформации растяжения, направлена от сечения), на эпюре ее отложим со знаком «плюс».

Для третьего участка (рис. 8,в) продольная сила  $N_3$  равна нулю, на этом участке стержень не испытывает деформации. Строим эпюру продольных сил (рис.9,а).

Вычислим напряжения на каждом участке:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A_1} = \frac{-5 \cdot 10^3}{100} = -50 \frac{Н}{мм^2} = -50 МПа;$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{A_2} = \frac{15 \cdot 10^3}{200} = 75 \frac{Н}{мм^2} = 75 МПа;$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{A_2} = 0$$

Строим эпюру нормальных напряжений (рис. 9,б). Знаки напряжения и продольной силы для соответствующих участков одинаковы.

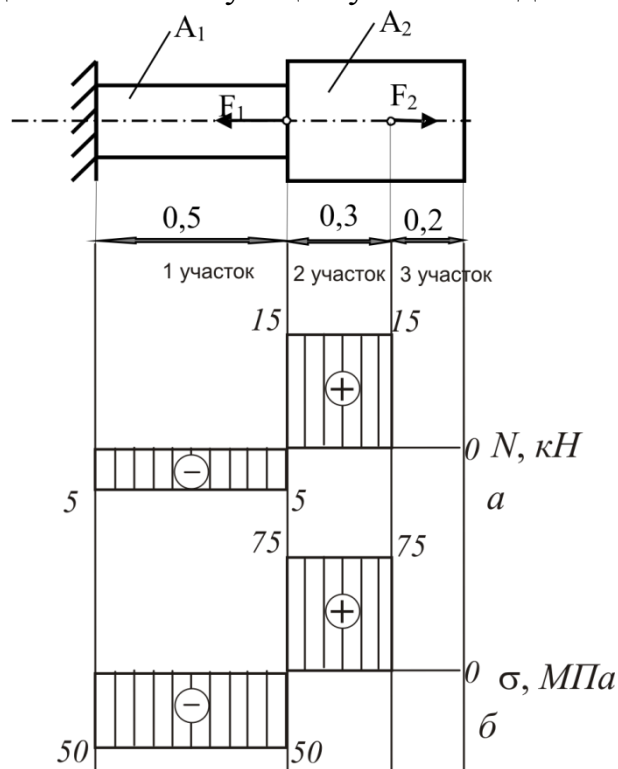


Рис. 9. Схема стержня и эпюры продольных усилий ( $N$ ) и нормальных напряжений ( $\sigma$ )



Определим для каждого участка величину абсолютной деформации (удлинения или укорочения):

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{A_1 E} = \sigma_1 \cdot \frac{l_1}{E} = -50 \frac{0,5}{2 \cdot 10^5} = -12,5 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{A_2 E} = \sigma_2 \cdot \frac{l_2}{E} = 75 \frac{0,3}{2 \cdot 10^5} = 11,25 \cdot 10^{-5} \text{ м};$$

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 l_3}{A_2 E} = 0.$$

Общее удлинение (укорочение) стержня:

$$\Delta l_{\Sigma} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -12,5 \cdot 10^{-5} + 11,25 \cdot 10^{-5} + 0 = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ м}$$

Длина стержня увеличилась на  $1,25 \cdot 10^{-5}$  м.

### Сдвиг и смятие. Практические расчеты на срез и смятие

Деформацией *сдвига* называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса возникает только поперечная сила  $Q$  (рис. 10). При этом внешние силы  $F$  действуют перпендикулярно продольной оси бруса, как показано на рис. 10. При этом расстояние между плоскостями  $h$ , в которых приложены силы, очень мало. При сдвиге возникают касательные напряжения  $\tau$ .

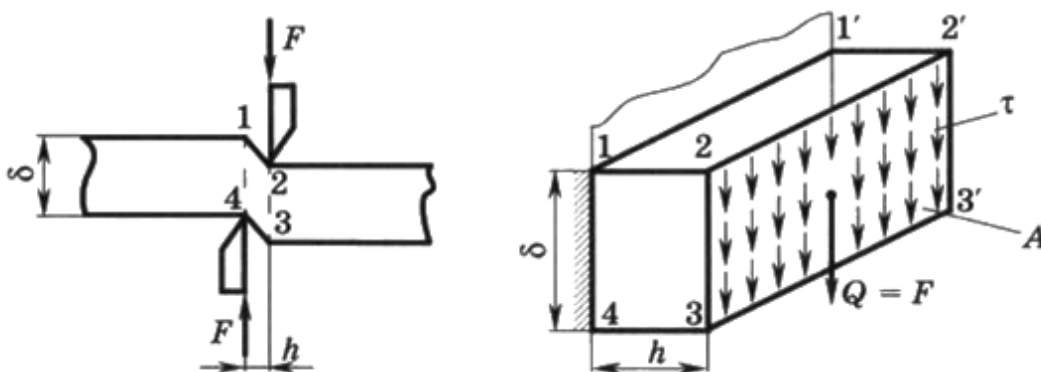


Рис. 10. Условия возникновения деформации сдвига, схема нагружения.

Условие прочности при сдвиге:

$$\tau = \frac{Q}{A} \leq [\tau] \text{ или } \tau = \frac{F}{A} \leq [\tau], \quad (19)$$

где  $\tau$  – касательное напряжение в поперечном сечении, МПа (Н/мм<sup>2</sup>);

$Q$  – внутренняя поперечная сила, действующая в сечении, Н;

$A$  – площадь поперечного сечения, мм<sup>2</sup>;

$F$  – внешняя сила, действующая перпендикулярно продольной оси стержня (в данном случае  $F$  и  $Q$  равны по величине), Н

$[\tau]$  – допускаемое касательное напряжение, МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

Разрушение при деформации сдвига называют срезом. В условиях деформации сдвига работают, в частности, различные соединительные детали: заклепки, шпонки, штифты, болты, установленные в отверстие без зазора. В данных соединениях одновременно с напряжением сдвига возникает напряжение *смятия* – местного сжатия материалов соприкасающихся деталей по площадкам передачи давления. Условие прочности при смятии:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}], \quad (20)$$

где  $\sigma_{\text{см}}$  – нормальное напряжение смятия, МПа (Н/мм<sup>2</sup>);

$F$  – сила, вызывающая напряжение смятия, Н;

$A_{\text{см}}$  – площадь смятия, мм<sup>2</sup>;

$[\sigma_{\text{см}}]$  – допускаемое напряжение смятия, МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

Учитывая конструкцию соединения, для расчета используют минимальную площадь смятия, на которой расчетное напряжение больше.

Рассмотрим практические расчеты на прочность при сдвиге и смятии на примере заклепочных и шпоночных соединений деталей машин.

### ***Заклепочные соединения***

*Заклепочные соединения* применяют в конструкциях, работающих в условиях ударных или вибрационных нагрузок (авиация, водный транспорт, металлоконструкции мостов, подкрановых балок) при небольших толщинах соединяемых деталей, для скрепления деталей из разных материалов, деталей из материалов, не допускающих нагрева или несвариваемых.

Заклепка – крепежная деталь из высокопластичного материала, состоящая чаще всего из стержня и закладной головки, конец стержня расклепывается для образования замыкающей головки (рис. 11).

Заклепочное соединение является неразъемным и неподвижным, так как в нем отсутствует возможность относительного движения составных частей.

*Заклепочные соединения* образуют заклепки и склепываемые детали, выполненные в основном из листов, полос, профилей проката.

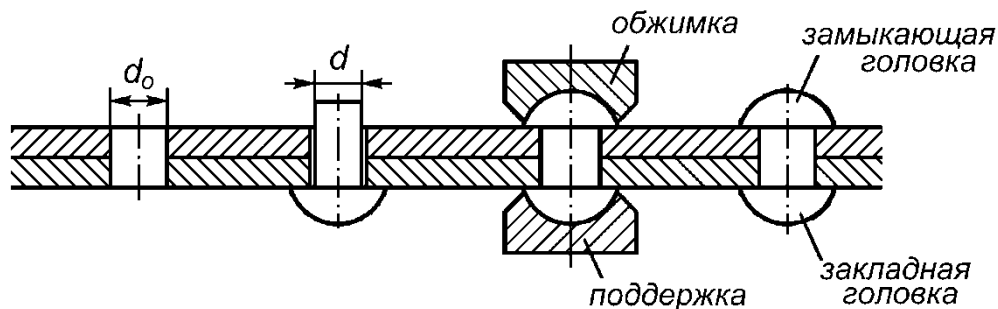


Рис. 11. Последовательность образования заклепочного соединения

Отверстия в деталях (рис. 11) продавливают или сверлят. Сверление менее производительно, но обеспечивает большую прочность заклепочного соединения. Продавливание на прессе отверстий применяют в малоответственных конструкциях, так как при продавливании по краям отверстий образуются трещины, которые могут быть причиной разрушения заклепочного шва. Диаметр отверстия под заклепку должен быть на 0,1 – 0,2 мм больше диаметра заклепки при точной сборке и на 0,3 – 1 мм при грубой сборке.

По функциональному назначению заклепочные соединения подразделяют на *прочные* и *прочно-плотные*; последние обеспечивают не только прочность, но и герметичность соединения.

По конструкции заклепочные соединения бывают *нахлесточные* и *стыковые* с одной или двумя накладками. Ряды поставленных заклепок образуют *заклепочный шов*, который может быть *однорядным* и *многорядным*, *односрезным* или *двухсрезным*, в зависимости от расположения заклепок в рядах *параллельные* и *шахматные* (рис. 12).

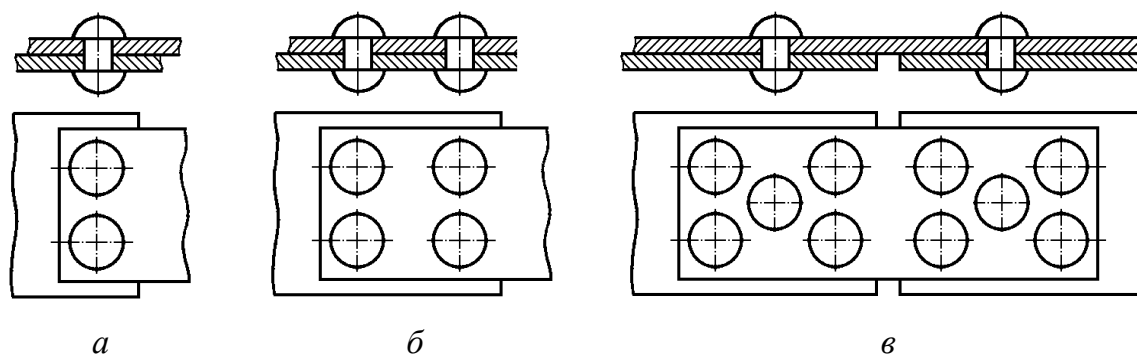


Рис. 12. Виды заклепочных соединений:

- a* – нахлесточное, однорядное односрезное;
- б* – нахлесточное двухрядное с параллельным расположением заклепок односрезное;
- в* – стыковое трехрядное с шахматным расположением заклепок односрезное

Конструкция и размеры заклепок нормальной точности и повышенного качества стандартизированы. По форме головок заклепки бывают с полукруглой, потайной, полупотайной, плоской и др. головками (рис. 13). В тех

случаях, когда нежелательно или недопустимо заклепочное соединение подвергать ударам, применяют полупустотелые заклепки, замыкающая головка которых образуется развальцовкой (рис. 14). Для соединения тонких листов и неметаллических материалов, а также когда в конструкции нужны отверстия для электрических, крепежных или других деталей, применяют пустотелые заклепки (рис. 15).

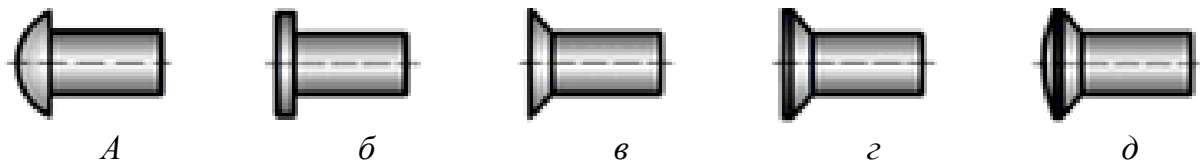


Рис. 13. Заклепки со сплошным стержнем: *a* – с полукруглой головкой; *б* – с цилиндрической головкой; *в* – с конической головкой; *г* – с потайной головкой; *д* – с полупотайной головкой.

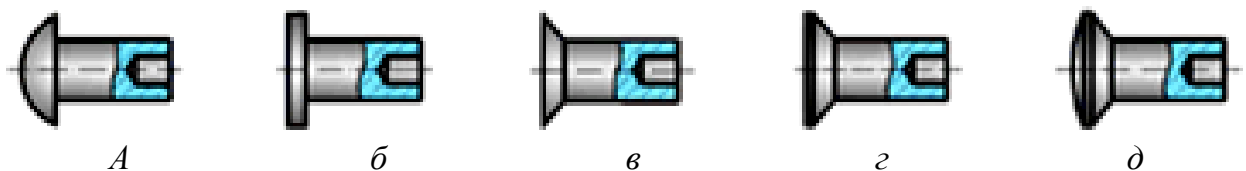


Рис. 14. Заклепки полупустотелые: *a* – с полукруглой головкой; *б* – с цилиндрической головкой; *в* – с конической головкой; *г* – с потайной головкой; *д* – с полупотайной головкой.

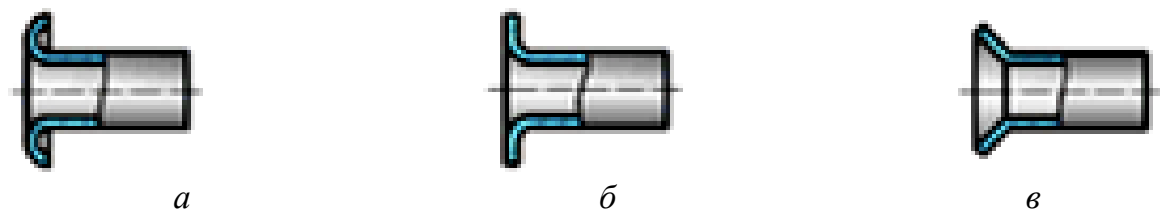


Рис. 15. Заклепки пустотелые (пистоны): *a* – со скругленной головкой; *б* – с плоской головкой; *в* – с потайной головкой. *г* – с потайной головкой; *д* – с полупотайной головкой.

Расчет *заклепочного* соединения выполняют с целью определения диаметра заклепок, числа заклепок, расстояния между заклепками.

Прочность – основной критерий работоспособности заклепочных соединений. При расчете на прочность заклепочных соединений принимают следующие допущения:

- силы трения между соединительными деталями не учитываются;
- расчетный диаметр заклепки принимается равным диаметру отверстия  $d_0$ .

Как правило, соединение осуществляется при помощи нескольких заклепок, и в практических расчетах на срез и смятие полагают, что нагрузка

распределяется равномерно между ними. В расчетах на срез учитывается также количество площадок среза, по которым распределяется нагрузка. С учетом этого выражения 19 и 20 принимают вид:

$$\tau = \frac{F}{A_{CP} \cdot n \cdot i} \leq [\tau], \quad (21)$$

где  $A_{CP}$  – площадь среза,  
 $i$  – количество площадок среза для одной детали (заклепки),  
 $n$  – количество деталей (заклепок).

$$\sigma_{CM} = \frac{F}{A_{CM} \cdot n} \leq [\sigma_{CM}], \quad (22)$$

где  $A_{CM}$  – площадь смятия.

### ***Шпоночные соединения***

В конструкции *шпоночного соединения* шпонка входит в продольные пазы вала и ступицы вращающейся детали (шкива, звездочки, зубчатого или червячного колеса, полумуфты). Соединение служит для передачи вращающего момента от вала к ступице вращающейся детали или наоборот.

Достоинства шпоночных соединений: простота и надежность конструкции, легкость сборки и разборки соединения, невысокая стоимость. Основной недостаток шпоночных соединений – снижение нагрузочной способности сопрягаемых деталей из-за ослабления их поперечных сечений шпоночными пазами и значительной концентрации напряжений в зоне этих пазов.

Шпоночные пазы на валах и осях обычно получают фрезерованием концевыми или дисковыми фрезами. Шпоночные пазы в ступицах обычно протягивают шпоночной протяжкой или долбят резцом.

Форма и размеры большинства типов шпонок стандартизированы, а их применение зависит от условий работы соединяемых деталей и диаметров посадочных поверхностей.

Шпоночные соединения подразделяют на напряженные и ненапряженные. Под *напряженными* понимается такое соединение, в котором возникают внутренние силы, вызванные предварительной нагрузкой (до приложения передаваемого вращающего момента). Напряженные шпоночные соединения

осуществляются стандартными клиновыми и тангенциальными шпонками (рис. 16). Данные шпонки передают вращающий момент и воспринимают осевую силу. Напряженные шпоночные соединения обладают большой нагрузочной способностью, не требуют высокой точности пригонки, но, как правило, деформируют соединяемые детали, а при коротких ступицах возникает перекос их осей. Эти обстоятельства ограничивают область применения напряженных шпоночных соединений в современных машинах.

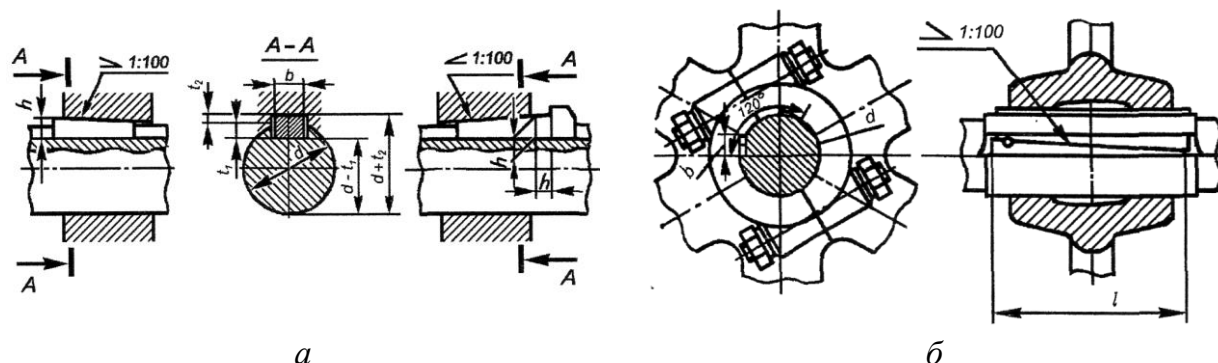


Рис. 16. Шпоночное соединение: а – клиновыми шпонками; б- тангенциальными шпонками.

*Ненапряженные* шпоночные соединения осуществляются стандартными призматическими и сегментными шпонками (рис. 17). Призматические шпонки обеспечивают передачу вращающего момента, но не могут воспринимать осевые нагрузки, применяются для ступиц из чугуна и других материалов более низкой прочности, чем материал вала. Сегментные шпоночные соединения технологичны, удобны при сборочных работах, но глубокий шпоночный паз значительно ослабляет вал, поэтому такие соединения применяют при передаче небольших вращающих моментов или для фиксации деталей на осях.

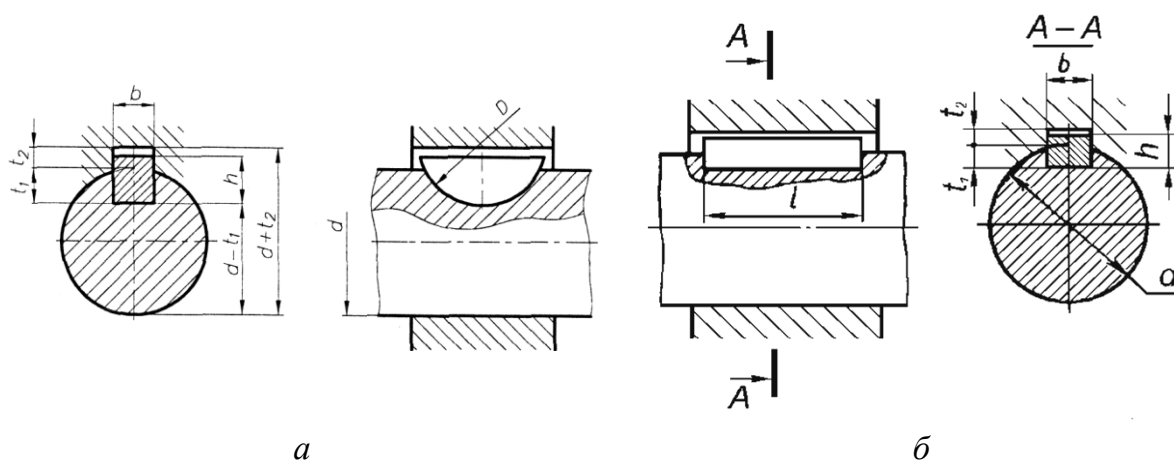


Рис. 17. Шпоночное соединение: а – сегментные шпонки; б – призматические шпонки.

Призматические шпонки представляют собой стальные стержни прямоугольного сечения. Конструкции призматических шпонок показаны на рис. 18.

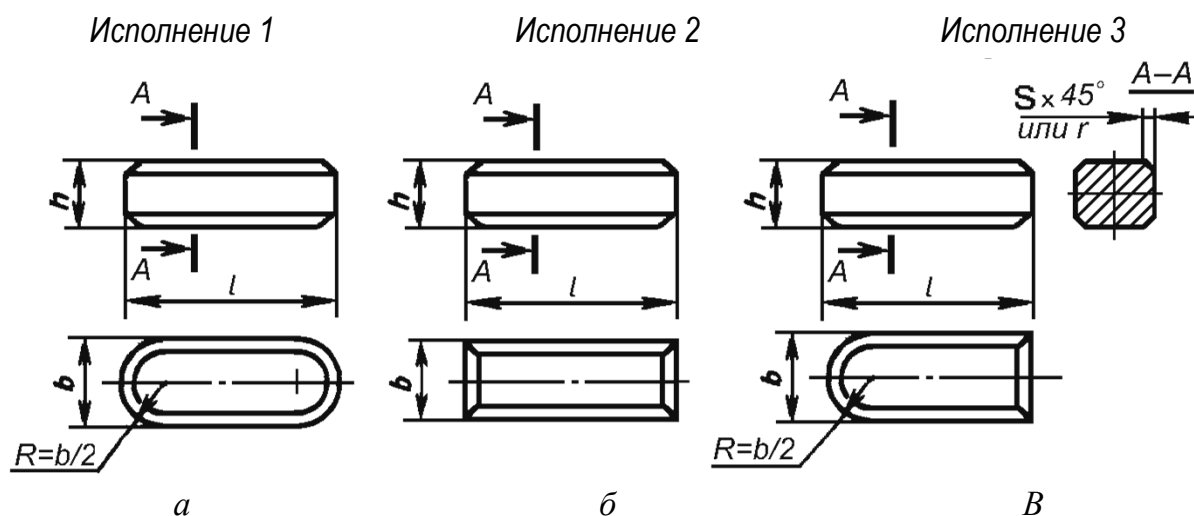


Рис. 18. Конструкции призматических шпонок

Основными критериями работоспособности ненапряженных шпоночных соединений являются прочность шпонки на срез и прочность соединения на смятие. Допускаемые напряжения  $[\sigma_{см}] = 100 \dots 150$  МПа при стальной ступице и  $[\sigma_{см}] = 60 \dots 80$  МПа при чугунной ступице;  $[\tau_{ср}] = 60 \dots 90$  МПа для обоих видов ступиц.

Если расчетное напряжение превышает допускаемое более чем на 5 % то, если позволяет конструкция, увеличивают длину шпонки и ступицы. Если условие прочности не выполняется, а длину ступицы увеличить невозможно или нецелесообразно, допускается установка двух шпонок.

### Задача № 3

#### Задача № 3.1

Заклепочное соединение (рис. 19) нагружено постоянной силой  $F$ . Допускаемые напряжения на срез и смятие для заклепок равны соответственно  $[\tau] = 100$  МПа,  $[\sigma_{см}] = 200$  МПа.

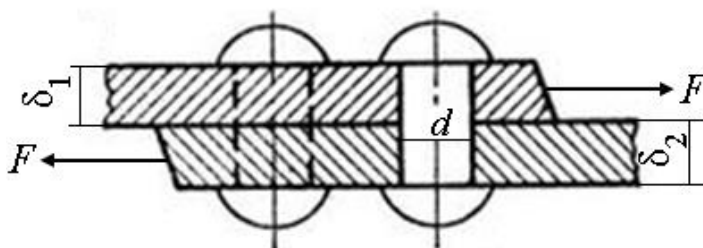


Рис. 19. Схема соединения к задаче № 3.1. Нахлесточное соединение пластин.

### Задача № 3.2

Заклепочное соединение (рис. 20) нагружено постоянной силой  $F$ . Допускаемые напряжения на срез и смятие для заклепок равны соответственно  $[\tau] = 140$  МПа,  $[\sigma_{см}] = 300$  МПа.

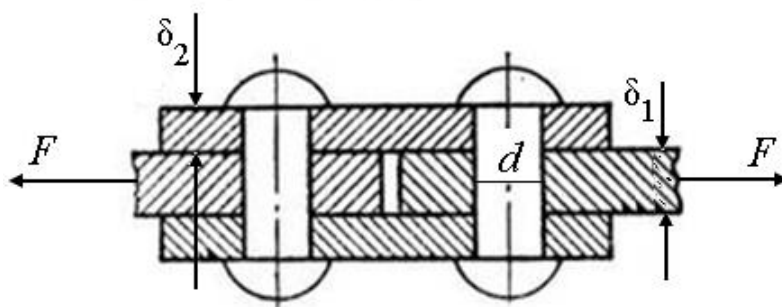


Рис. 20. Схема соединения к задаче № 3.2. Стыковое соединение пластин с двумя накладками.

В задаче № 3.1 толщина соединяемых пластин соответственно  $\delta_1$  и  $\delta_2$ . В задаче № 3.2 толщина соединяемых пластин соответственно  $\delta_1$ , а толщина верхней и нижней накладок  $\delta_2$ . Определить число заклепок диаметром  $d$ , которое необходимо установить в соединении из условия прочности на срез и смятие.

#### Порядок решения задачи:

- вычислить количество заклепок  $n$  из условия прочности при сдвиге, используя формулу 21. Площадь среза  $A_{CP}$  вычисляют как площадь круга диаметром  $d$ ;

- вычислить количество заклепок  $n$  из условия прочности при смятии, используя формулу 22. При этом площадь смятия в задаче № 3.1  $A_{CM} = d \cdot \delta_{min}$ , в задаче № 3.2 расчет следует вести по меньшей из двух:  $A_{CM1} = d \cdot \delta_1$ ,  $A_{CM2} = d \cdot 2\delta_2$

- принять количество заклепок, при котором будут выполняться оба условия прочности – на срез и смятие.

Таблица 4

Исходные данные к задаче № 3.1

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F, \text{кН}$	100	120	140	160	180	200	220	240	260	280
$d, \text{мм}$	16	20	18	22	26	24	28	30	32	34
$\delta_1, \text{мм}$	10	6	10	10	10	8	12	10	8	10
$\delta_2, \text{мм}$	8	8	12	8	12	14	14	14	10	12

Исходные данные к задаче № 3.2

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F, \text{кН}$	500	520	540	560	580	600	620	640	660	680
$d, \text{мм}$	20	22	24	26	24	28	30	32	34	36
$\delta_1, \text{мм}$	14	10	12	10	14	12	16	14	10	16
$\delta_2, \text{мм}$	8	6	10	8	5	8	6	10	6	9



### Задача № 4

Через шкив на вал диаметром  $d$ , передается внешний момент  $M$  (рис. 21). Шкив соединен с валом шпонкой, имеющей размеры  $l \times b \times h$  мм. Проверить прочность шпоночного соединения, если допускаемое напряжение для шпонки на срез  $[\tau] = 70$  МПа, и на смятие  $[\sigma_{см}] = 140$  МПа.

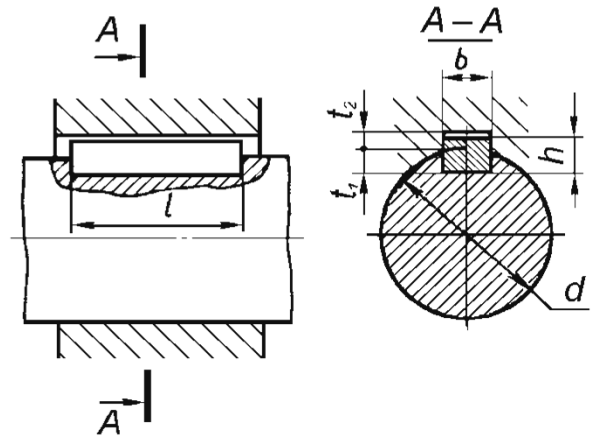


Рис. 21. Конструкция соединения вала и ступицы детали с помощью призматической шпонки

Таблица 5

Исходные данные к задаче № 4

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$d$ , мм	20	40	50	25	30	45	80	70	25	60
$T$ , Нм	80	300	350	110	150	500	730	680	95	650
$l$ , мм	50	60	40	30	70	40	60	80	50	30
$b$ , мм	6	12	14	8	8	14	22	20	8	18
$t_1$ , мм	3,5	5	5,5	4	4	5,5	9	7,5	4,0	7
$h$ , мм	6	8	9	7	7	9	14	12	7	11
исполнение	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1

#### Порядок решения задачи:

- определить усилие, передаваемое шпоночным соединением  $F = \frac{2M}{d}$ ;
- определить площадь смятия  $A_{см} = (h - t_1) \cdot l_p$ ; где  $h$  – высота шпонки, мм;  $t_1$  – глубина паза в валу, мм;  $l_p$  – рабочая длина шпонки, мм. Для шпонок исполнения 1:  $l_p = l - b$ ; исполнения 2:  $l_p = l$ ; исполнения 3:  $l_p = l - 0,5b$ . Определить площадь среза  $A_{ср} = b \cdot l_p$ .
- определить расчетные напряжения из условия прочности на срез (21) и смятие (22), и сравнить их с допускаемыми, сделать вывод о выполнении условий прочности.

## Кручение

Кручением называют вид деформации бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает один внутренний силовой фактор - крутящий момент  $M_K$ . Рассмотрим деформацию кручения на примере вала. Вал передает вращающий момент. При известной передаваемой валом мощности  $P$  (Вт) и угловой скорости вала  $\omega$  ( $\text{с}^{-1}$ ) вращающий момент  $M$  (Н·м) вычисляют по формуле:

$$M = \frac{P}{\omega} \quad (23)$$

При равномерном вращении вала сумма вращающих моментов, действующих на вал, равна нулю.

Крутящий момент в сечении вала определяют при помощи метода сечений: в произвольном сечении вала он численно равен алгебраической сумме скручивающих (внешних) моментов, действующих по одну сторону от сечения. При этом применяют следующее правило знаков: при взгляде на сечение со стороны отброшенной части внешние моменты, действующие по часовой стрелке, считают положительными, а действующие против часовой стрелки – отрицательными (применяется также и противоположное правило знаков).

Наибольшее расчетное касательное напряжение, в поперечном сечении бруса круглого или кольцевого поперечного сечения,  $\tau_a$ , вычисляется как

$$\tau = \frac{M_K}{W_\rho}, \quad (24)$$

где  $M_K$  - крутящий момент в сечении, Н·м;  
 $W_\rho$  - полярный момент сопротивления,  $\text{м}^3$ .

Для сплошного кругового поперечного сечения

$$W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}, \quad (25)$$

где  $d$  – диаметр, м.

Условие прочности при кручении:

$$\tau = \frac{M_K}{W_\rho} \leq [\tau], \quad (26)$$

где  $[\tau]$  – допускаемое напряжение на кручение, Па ( $\text{Н}/\text{м}^2$ ) или МПа ( $\text{Н}/\text{мм}^2$ ).

Деформация при кручении характеризуется углом закручивания вала, и для сплошного кругового или кольцевого поперечного сечения угол закручивания  $\varphi$ , в радианах:

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot J_\rho}, \quad (27)$$

где  $l$  – длина участка закручивания, м;

$G$  – модуль сдвига материала вала, Па;

$J_\rho$  – полярный момент инерции сечения вала, м<sup>4</sup>.

Для сплошного кругового поперечного сечения

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, \quad (28)$$

где  $d$  – диаметр, м.

Для кольцевого поперечного сечения с наружным диаметром  $D$  и внутренним диаметром  $d$

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot D^4}{32} \left[ 1 - \left( \frac{d}{D} \right)^4 \right] \quad (29)$$

Условие жесткости при кручении:

$$\theta = \frac{M_K}{G \cdot J_\rho} \leq [\theta], \quad (30)$$

где  $\theta$  – расчетный относительный угол закручивания (угол закручивания на единицу длины), рад/м;

$[\theta]$  – допускаемый относительный угол закручивания, рад/м.

### Задача № 5

На стальном валу постоянного по длине сплошного поперечного сечения, который вращается равномерно с угловой скоростью  $\omega$ , установлены три шкива. К одному из шкивов подводится мощность  $P_1$ , с помощью двух других шкивов мощность передается на рабочие органы машины, при этом известна мощность  $P_2$ . Расстояние между шкивами равно  $l$ . Допускаемое напряжение для материала вала  $[\tau] = 40$  МПа, допускаемый относительный

угол закручивания  $[\theta] = 0,025$  рад/м. Поперечное сечение вала – круг. Используя исходные данные к задаче, определить крутящие моменты, построить эпюру крутящих моментов, определить диаметр вала из условий прочности и жесткости. Приняв из расчетов диаметр вала, вычислить полный угол закручивания вала. Модуль сдвига для стали  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа (Н/мм<sup>2</sup>). Схемы вала приведены на рис. 24, данные для расчета – в табл. 6.

Таблица 6

Исходные данные к задаче № 5

Параметр	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P_1$ , кВт	40	32	75	40	48	60	24	50	150	36
$P_2$ , кВт	15	10	30	15	20	40	14	22	60	18
$\omega$ , с <sup>-1</sup>	30	16	120	40	60	50	100	80	200	90
$l$ , м	1	2	1,5	1	1,5	2	1	1,5	2	1

Порядок решения задачи:

- вычислить внешние (вращающие) моменты  $M_1, M_2$ , используя формулу (25), затем из условия равновесия вала определить неизвестный по величине момент  $M_3$  и мощность  $P_3$ ;

- разбить вал на участки, определить крутящие моменты  $M_K$  в сечении вала на каждом из участков, и построить эпюру крутящих моментов. Границами участков вала будут сечения, в которых действуют внешние моменты  $M_1, M_2$  и  $M_3$ , а также границы вала;

- вычислить диаметр вала из условий прочности и жесткости, используя значение наибольшего по абсолютной величине крутящего момента с эпюры -  $M_K$ :

из условия прочности  $\tau = \frac{M_K}{W_\rho} \leq [\tau]$ , учитывая, что для сплошного

кругового поперечного сечения  $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ , диаметр вала должен быть

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_K}{\pi \cdot [\tau]}}$$

из условия жесткости  $\theta = \frac{M_K}{G \cdot J_\rho} \leq [\theta]$ , учитывая, что  $J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$ , диа-

метр вала вычисляется как

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_K}{\pi [\theta] G}}$$

Из расчетов нужно принять диаметр вала наибольший, округлив до целого числа в миллиметрах;

- приняв диаметр вала, вычислить полярный момент инерции сечения:

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, \text{ м}^4;$$

- вычислить угол закручивания для каждого участка, используя выражение (27); при этом нужно учесть, что участки вала, на которых вращающие моменты имеют разные знаки, будут закручиваться в разные стороны, т. е. знак угла закручивания  $\varphi$  на этих участках будет разным;

- вычислить суммарный угол закручивания вала как сумму углов закручивания на каждом участке.

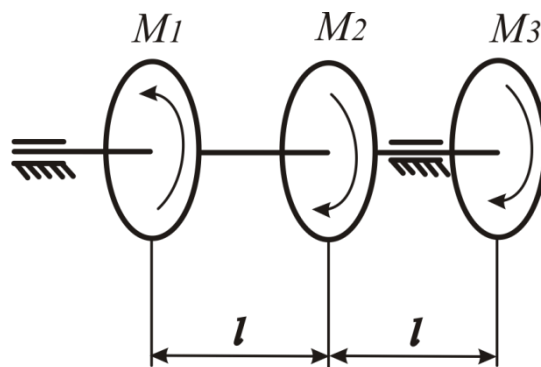


Рис. 22. Схема нагружения вала

Пример решения задачи: угловая скорость  $\omega = 20$  рад/с, мощности  $P_1 = 35$  кВт,  $P_2 = 15$  кВт, расстояние между шкивами  $l = 1$  м (рис.22). Допускаемое напряжение для материала вала  $[\tau] = 40$  МПа, допускаемый относительный угол закручивания  $[\theta] = 0,01$  рад/м. Модуль сдвига для стали  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа (Н/мм<sup>2</sup>).

Вычисляем вращающие моменты, приложенные к валу:

$$M_1 = \frac{P_1}{\omega} = \frac{35 \cdot 1000}{20} = 1750 \text{ Нм}$$

$$M_2 = \frac{P_2}{\omega} = \frac{15 \cdot 1000}{20} = 750 \text{ Нм}$$

Неизвестный по величине момент  $M_3$  находим из условия равновесия вала. При равномерном вращении сумма вращающих моментов, действующих на вал, равна нулю:

$$\sum M_i = -M_1 + M_2 + M_3 = 0;$$

$$\text{Откуда } M_3 = M_1 - M_2 = 1750 - 750 = 1000 \text{ Нм.}$$

Мощность, передаваемая третьим шкивом, равна

$$P_3 = M_3 \cdot \omega = 1000 \cdot 20 = 20000 \text{ Вт} = 20 \text{ кВт.}$$

Разбиваем вал на участки и определяем крутящие моменты  $M_K$  в сечении вала на каждом из участков. Границами участков вала будут сечения, в которых действуют внешние моменты  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$ , а также границы вала. В нашем случае вал делим на три участка: первый – от левой границы вала до сечения, где приложен момент  $M_1$ , второй – между сечениями, где приложены  $M_1$  и  $M_2$ , третий – между сечениями, где приложены  $M_2$  и  $M_3$ . На участках 1, 2 и 3 проводим соответствующие сечения (рис. 23).

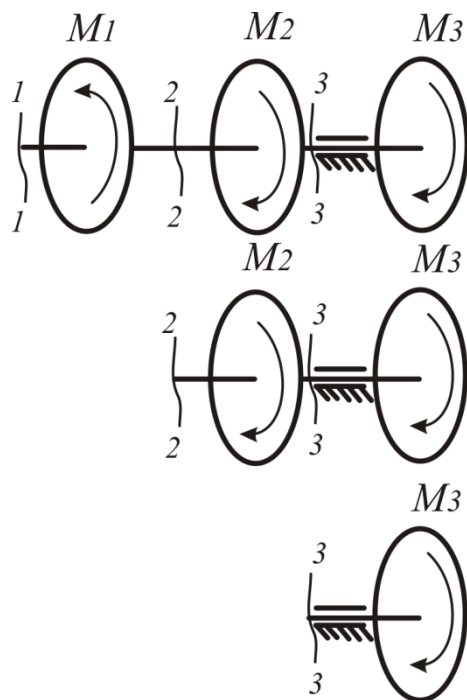


Рис. 23. Определение крутящих моментов на участках вала методом сечений

По правилу знаков условимся считать крутящий момент  $M_K$  в сечении вала положительным, если при взгляде со стороны рассматриваемого сечения (т. е. со стороны отброшенной части) внешние моменты поворачивают оставшуюся часть вала по часовой стрелке, и отрицательным, если наоборот, (т. е. при взгляде на сечение со стороны отброшенной части внешние моменты, направленные по ходу часовой стрелки, будем считать положительными, а направленные против хода часовой стрелки – отрицательными).

Вычисляем величину крутящих моментов в сечениях вала:

На участке 1, в сечении 1-1, при взгляде слева:

$$M_{K1} = -M_1 + M_2 + M_3 = -1750 + 750 + 1000 = 0$$

Первый участок не испытывает деформации кручения.

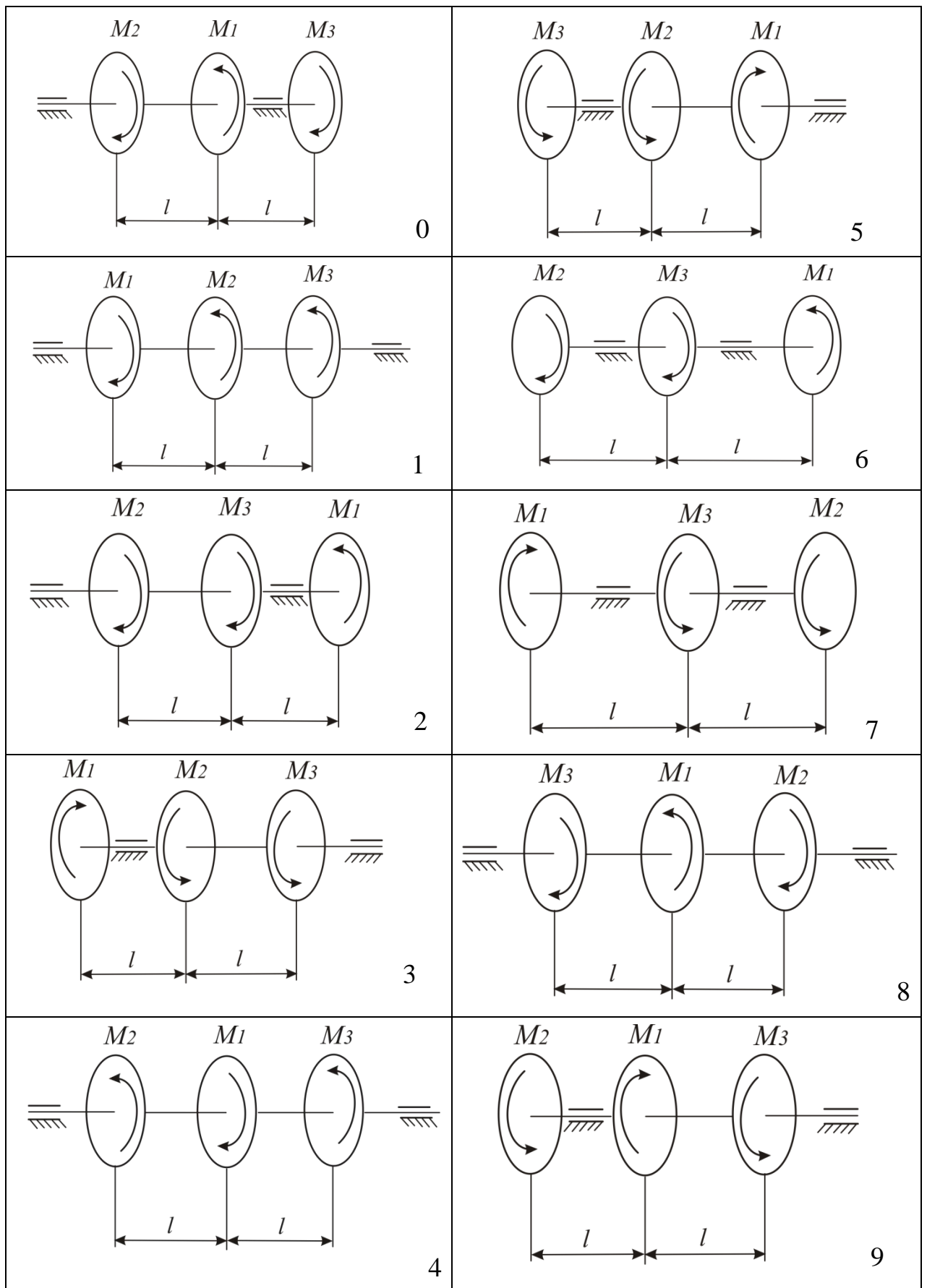


Рис. 24. Схемы к задаче 5

На участке 2, в сечении 2-2, при взгляде на сечение также с левой стороны:

$$M_{K2} = +M_2 + M_3 = +750 + 1000 = 1750 \text{ Н м}$$

На участке 3, в сечении 3-3, рассматривая слева:

$$M_{K3} = +M_3 = +1000 \text{ Н м}$$

Строим эпюру крутящих моментов, рис. 25.

Вычислим диаметр вала из условий прочности и жесткости:

Расчетный диаметр вала из условия прочности

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_K}{\pi \cdot [\tau]}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 1750}{3,14 \cdot 40 \cdot 10^6}}$$

$$d \geq 0,061 \text{ м}$$

Наименьший диаметр  $d$  из условия прочности равен 61 мм.

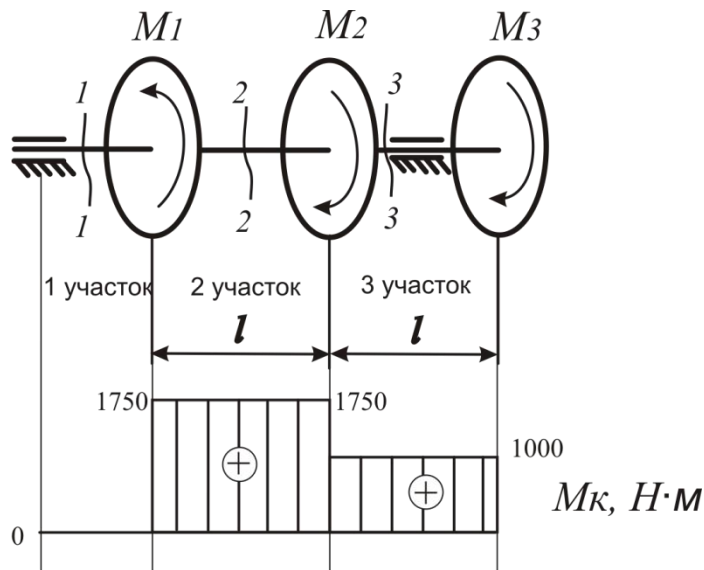


Рис. 25. Схема вала и эпюра крутящих моментов.

Расчетный диаметр вала из условия жесткости:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_K}{\pi \cdot [\theta] G}}$$

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 1750}{3,14 \cdot 0,018 \cdot 10^{10}}}$$

$$d \geq 0,069 \text{ м}$$

Наименьший диаметр  $d$  из условия жесткости равен 69 мм.



Окончательно принимаем такой из расчетных диаметров вала, который обеспечит как выполнение условия прочности, так и условия жесткости, округлив до значения 70 мм.

Определяем углы закручивания отдельных участков вала и полный угол закручивания:

$$\varphi = \frac{M_K \cdot l}{G \cdot J_\rho}$$

Для этого вычисляем полярный момент инерции сечения вала:

$$J_\rho = \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

$$J_\rho = \frac{3,14 \cdot 70^4}{32} = 2,36 \cdot 10^6 \text{ мм}^4 = 2,36 \cdot 10^{-6} \text{ м}^4.$$

$\varphi_1 = 0$ , так как крутящий момент на первом участке равен нулю.

$$\varphi_2 = \frac{M_{K2} \cdot l}{G \cdot J_\rho} = \frac{1750 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 2,36 \cdot 10^{-6}} = 0,0093 \text{ рад.}$$

$$\varphi_3 = \frac{M_{K3} \cdot l}{G \cdot J_\rho} = \frac{1000 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 2,36 \cdot 10^{-6}} = 0,0053 \text{ рад.}$$

Полный угол закручивания вала

$$\Sigma \varphi_i = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 = 0 + 0,0093 + 0,0053 = 0,0146 \text{ рад.}$$

### Прямой поперечный изгиб

Изгибом называют вид деформации стержня, при котором в его поперечных сечениях возникает изгибающий момент. Стержень с прямолинейной осью, испытывающий деформацию изгиба, называют балкой.

Изгиб называют **прямым**, если внешние силы действуют в плоскости, которая называется главной – это плоскость, проходящая через одну из главных центральных осей инерции поперечного сечения и продольную ось балки (рис. 26,а). Если плоскость, в которой действуют силы, не совпадает с главной, то изгиб называют **косым** (рис.26,б).

Если в поперечном сечении балки возникает только изгибающий момент  $M$ , то изгиб называют **чистым**. Если помимо изгибающего момента в сечении возникает еще и поперечная сила  $Q$ , изгиб называют **поперечным**.

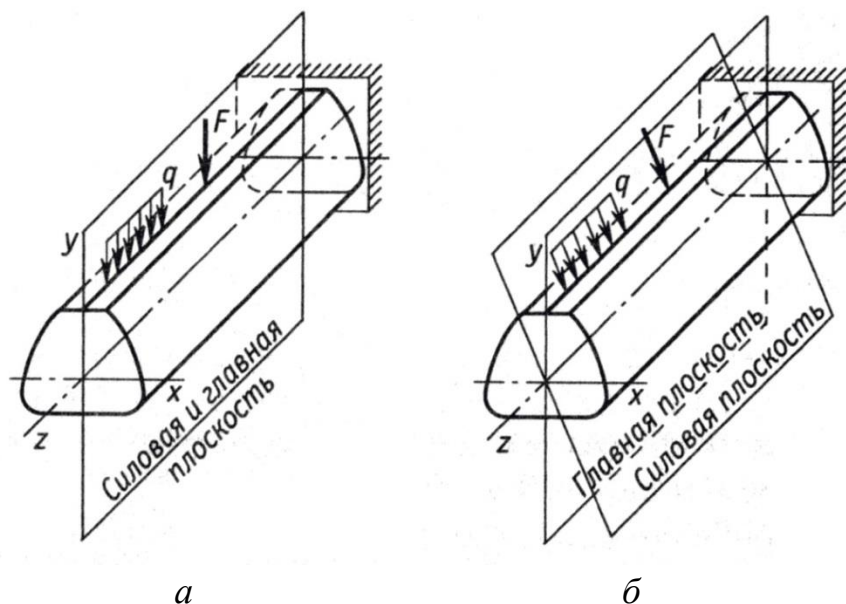


Рис. 26. Главная и силовая плоскости балки

Внешние силы (рис. 27) балка передает на опоры, которые можно разделить на три вида: шарнирно – подвижную опору, шарнирно – неподвижную опору и жесткую заделку (рис. 1).

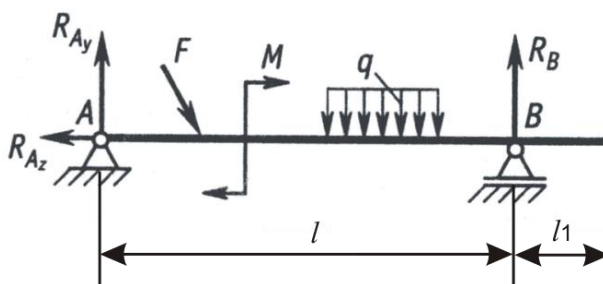


Рис. 27. Двухопорная балка:  $l$  - длина пролета (пролет - часть балки между опорами),  $l_1$  - длина консоли (консоль - часть балки, имеющая опору только с одной стороны)

Для расчетов балки на прочность при изгибе строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Для прямого поперечного изгиба **поперечная сила  $Q$**  в произвольном сечении балки вычисляется как алгебраическая сумма внешних приложенных сил (включая и реакции опор), расположенных по одну сторону от сечения и действующих перпендикулярно продольной оси балки. По правилу знаков поперечная сила в сечении считается положительной, если силы стремятся повернуть часть балки по ходу часовой стрелки, и отрицательной, если силы стремятся повернуть часть балки против хода часовой стрелки (рис. 28, а).

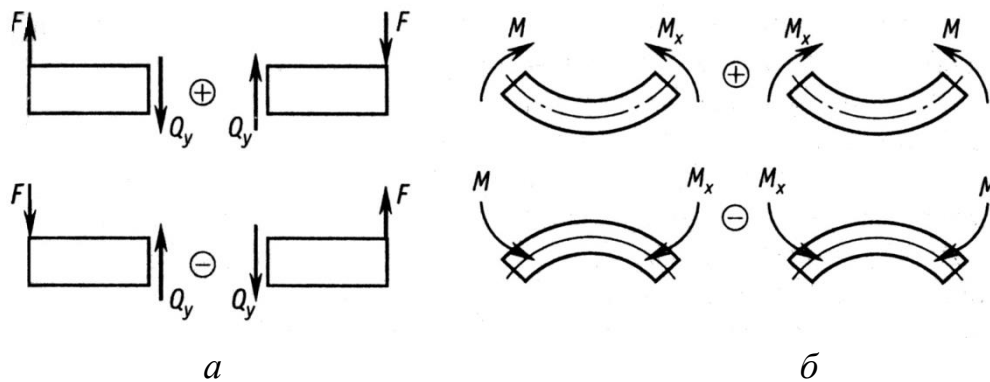


Рис. 28. Схемы для правила знаков при определении поперечной силы  $Q_Y$  (а) и изгибающего момента  $M_X$  (б) в сечениях балки

**Изгибающий момент  $M$**  в произвольном сечении балки численно равен алгебраической сумме моментов всех внешних сил, вычисленных относительно этого сечения (включая и моменты реакций опор), приложенных к балке по одну сторону от рассматриваемого сечения. По правилу знаков момент силы относительно сечения считается положительным, если балка изгибается выпуклостью вниз, иначе – отрицательным (рис. 28,б).

При построении эпюр поперечных сил и изгибающих моментов по характерным сечениям необходимо учитывать следующие правила:

1. На участках, где изгибающий момент постоянен, поперечная сила равна нулю.
2. На участках, свободных от равномерно распределенной нагрузки поперечная сила постоянна, а изгибающий момент изменяется по линейному закону.
3. На участке, нагруженном равномерно распределенной нагрузкой, эпюра  $Q$  – наклонная прямая, а эпюра  $M_u$  – парабола (кривая второго порядка).
4. Если поперечная сила, изменяясь непрерывно, проходит через нулевое значение, то в соответствующем сечении изгибающий момент имеет экстремальное (максимальное или минимальное) значение.
5. В точках, соответствующих началу и концу участка, в пределах которого на балку действует распределенная нагрузка, параболическая и прямолинейная части эпюры  $M_u$  сопрягаются плавно, если на границах указанного участка не приложено сосредоточенных сил.
6. Если распределенная нагрузка направлена вниз, то парабола, представляющая собой эпюру  $M_u$ , обращена выпуклостью вверх, т.е. «навстречу» нагрузке.
7. Если на некотором участке:
  - а)  $Q > 0$ , то изгибающий момент возрастает (слева направо);
  - б)  $Q < 0$ , то изгибающий момент убывает;

в)  $Q = 0$ , то изгибающий момент постоянен (чистый изгиб).

8. В точках приложения сосредоточенных сил на эпюре поперечных сил имеют место скачки, равные по величине приложенным силам, а на эпюре моментов – переломы (изменение угла наклона смежных участков эпюры).

9. В сечениях, где приложены внешние сосредоточенные моменты, на эпюре моментов возникают скачки, равные этим приложенным моментам.

Используя перечисленные правила, можно строить эпюры  $Q$  и  $M$  для характерных сечений и соединив их линиями в соответствии с изложенными выше правилами. Для определения экстремальных значений изгибающих моментов дополнительно подсчитываются моменты в сечениях, где поперечная сила равна нулю.

Расчет балки на прочность при прямом поперечном изгибе выполняется по нормальным напряжениям, максимальное расчетное напряжение в сечении балки вычисляется как

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \quad (31)$$

где  $M_x$ , – наибольший по модулю изгибающий момент в сечении балки, относительно оси  $x$ , Н·м;

$W_x$  - осевой момент сопротивления поперечного сечения относительно оси  $x$ , м<sup>3</sup>;

$\sigma$  – нормальное напряжение, Па (Н/м<sup>2</sup>).

Если изгиб балки происходит в другой главной плоскости, изгибающий момент в сечении возникает относительно оси  $y$ , тогда напряжение рассчитывается как

$$\sigma = \frac{M_y}{W_y} \quad (32)$$

где  $M_y$ , – наибольший по модулю изгибающий момент в сечении балки, относительно оси  $y$ , Н·м;

$W_y$  - осевой момент сопротивления поперечного сечения относительно оси  $y$ , м<sup>3</sup>.

В дальнейшем будем использовать выражение  $\sigma = \frac{M_x}{W_x}$ .

Условие прочности при изгибе: наибольшее расчетное нормальное напряжение в сечении балки не должно превышать допускаемого напряжения для материала балки:

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x} \leq [\sigma] \quad (33)$$

При проектном расчете балки определяют размеры поперечного сечения балки, при которых будет выполняться условие прочности. Вычислив осевой момент сопротивления  $W_x$ , можно подобрать стандартный прокатный профиль (например, двутавровый), для которого данная величина указана в таблице ГОСТа. При другой форме сечения можно вычислить размеры, найдя из условия прочности величину  $W_x$ , форма сечения должна быть известна. Из условия прочности осевой момент сопротивления вычисляется как

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]}$$

Для прямоугольного поперечного сечения осевые моменты сопротивления,  $W$ ,  $\text{м}^3$ , рассчитываются по формулам:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}, \quad (34)$$

$$W_y = \frac{h \cdot b^2}{6}, \quad (35)$$

где  $b$  и  $h$  – ширина и высота прямоугольника соответственно, м (рис. 29,а). Так как величины осевых моментов сопротивления  $W_x$  и  $W_y$  разные, выгоднее расположить сечение балки таким образом, чтобы ось, относительно которой момент инерции максимален, была нейтральной осью сечения - (рис. 29,б). Нейтральной осью будет ось инерции поперечного сечения, по которой проходит нейтральный слой – для балки это слой, в котором нормальные напряжения при изгибе равны нулю (на рис. 26,а нейтральная ось сечения -  $x$ , на рис. 29,б – ось  $x$ , на рис. 29,в – ось  $y$ .)

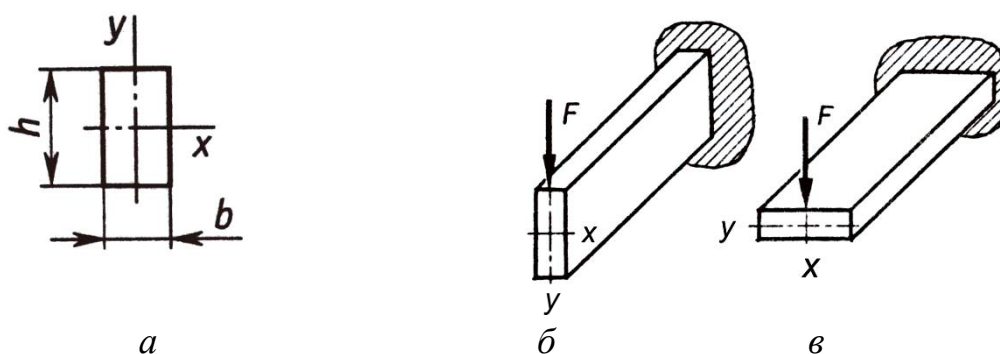
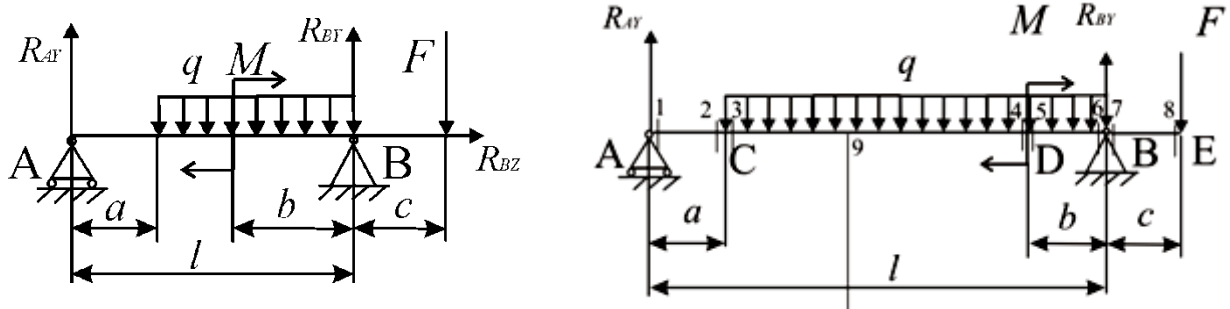


Рис. 29. Размеры прямоугольного сечения балки (а) и различное расположение балки под нагрузкой (б, в)

### Задача № 6

Для двухопорной и консольной балок из задачи № 1 (схемы на рис. 2 и 3) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать из условия прочности профиль двутавра для балки (см. таблицу 7). Также из условия прочности вычислить размеры поперечного сечения балки в виде прямоугольника (рис. 29,а) высотой  $h$  и шириной  $b$ , приняв соотношение  $h = 2b$ . Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma] = 150$  МПа.

**Пример решения задачи для двухопорной балки** (расчетная схема приведена на рис. 30,а):



$F=3$  кН,  $M=4$  кН м,  $q=2$  кН/м;  
 $l=6$  м,  $a=1$  м,  $b=1$  м,  $c=1$  м.

а

б

Рис. 30. Схема нагружения балки (а) и расчетная схема, построенная с учетом масштаба, с обозначенными сечениями (б)

1. Определим реакции в опорах из условия равновесия балки: см. пример решения задачи 2, где определяются реакции опор балки. По результатам вычислений  $R_{Ay} = 3$  кН,  $R_{By} = 10$  кН.

2. Разбиваем балку на участки. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние усилия или происходит изменение размеров поперечного сечения. Разбиваем балку на 4 участка: AC, CD, DB, BE (рис. 30,б), где размеры участков показаны с соблюдением масштаба. Справа и слева на бесконечно малом расстоянии от границ участков проводим характерные сечения, в которых определяем  $Q$  и  $M$ . Таким образом имеем 8 характерных сечений.

3. Определяем поперечные силы  $Q$  и изгибающие моменты  $M$  в сечениях балки (рис. 30), используя правило знаков.

Участок AC (рис. 30,б).

На данном участке распределенная нагрузка отсутствует, поэтому поперечная сила  $Q_{AC}$  будет постоянной, а изгибающий момент  $M_{AC}$  будет изменяться по линейному закону.

*Сечение 1* расположено справа от линии действия реакции  $R_{AY}$ . В этом сечении изгибающий момент равен нулю ( $M_{u1} = 0$ ), т.к. сечение отстоит от линии действия реакции  $R_{AY}$  на бесконечно малую величину и плечо действия реакции  $R_{AY}$  практически равно нулю,  $Q_1 = R_{AY} = 3$  кН.

*Сечение 2* расположено слева от начала действия распределенной нагрузки. После проведения сечения мысленно отбросим правую часть балки и рассмотрим равновесие оставшейся части. Из условия равновесия получим:

$$M_{u2} = R_{AY} \cdot a = 3 \cdot 1 = 3 \text{ кН} \cdot \text{м}, Q_2 = Q_1 = R_{AY} = 3 \text{ кН}.$$

Участок CD (рис. 30, б).

На данном участке действует распределенная нагрузка постоянной интенсивности, поэтому поперечная сила  $Q_{CD}$  изменяется по линейному закону, а изгибающий момент  $M_{CD}$  по параболе (кривой второго порядка).

*Сечение 3* проведено правее начала действия распределенной нагрузки. Для этого сечения  $M_{u3} = M_{u2} = 3$  кН·м;  $Q_3 = Q_2 = R_{AY} = 3$  кН.

*Сечение 4* расположено слева от линии действия приложенного внешнего момента  $M$ . Для данного сечения:

$$M_{u4} = R_{AY} \cdot (l-b) - q \cdot (l-a-b)^2 / 2 = 3 \cdot (6-1) - 2 \cdot (6-1-1)^2 / 2 = -1 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$Q_4 = R_{AY} - q \cdot (l-a-b) = 3 - 2(6-1-1) = -5 \text{ кН}.$$

Для построения эпюры изгибающих моментов на участке CD следует рассмотреть дополнительное сечение 9, в котором поперечная сила проходит через нулевое значение. Следовательно, изгибающий момент в этом сечении будет иметь экстремальное значение. Положение этого сечения  $x$  (см. рис. 31) найдем, приравняв к нулю выражение, которое используется для вычисления поперечной силы на данном участке:

$$Q_9 = R_{AY} - q \cdot x = 0, \text{ откуда } x = \frac{R_{AY}}{q} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ м}$$

Момент в данном сечении:

$$M_{u9} = R_{AY} \cdot (a+x) - q \cdot \frac{x^2}{2} = 3 \cdot (1+1,5) - 2 \cdot \frac{1,5^2}{2} = 7,5 - 2,25 = 5,25 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Участок DB (рис. 30,б).

На данном участке действует распределенная нагрузка постоянной интенсивности, поэтому поперечная сила  $Q_{DB}$  изменяется по линейному закону, а изгибающий момент  $M_{DB}$  по параболе (кривой второго порядка). На предыдущих участках при вычислении  $Q$  и  $M_u$  в сечениях рассматривали равновесие левой части, при этом правая отбрасывалась. Для упрощения расчетов иногда целесообразно рассматривать равновесие другой части конструкции, в данном случае правой.

*Сечение 5* рассматривая правую часть, получаем выражения для расчета поперечной силы:

$$M_{u5} = -F \cdot (c + b) + R_{BY} \cdot b - q \cdot b^2 / 2 = -3 \cdot (1+1) + 10 \cdot 1 - 2 \cdot 1^2 / 2 = 3 \text{ кН м};$$

$$Q_5 = F - R_{BY} + q \cdot b = 3 - 10 + 2 \cdot 1 = -5 \text{ кН}$$

Участок BE (рис.30,б).

На данном участке распределенная нагрузка отсутствует, поэтому поперечная сила  $Q_{BE}$  будет постоянной, а изгибающий момент  $M_{BE}$  будет изменяться по линейному закону.

*Сечение 6* проведено от левой границы участка, рассматривая правую часть, получаем выражения для расчета изгибающего момента  $M_u$  и поперечной силы  $Q$ :

$$M_{u6} = -F \cdot c = -3 \cdot 1 = -3 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad Q_6 = F - R_{BY} = 3 - 10 = -7 \text{ кН}.$$

*Сечение 7* рассмотрев равновесие правой части балки получим:

$$M_{u7} = -F \cdot c = -3 \cdot 1 = -3 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad Q_7 = F = 3 \text{ кН}.$$

*Сечение 8* проведено слева от границы участка, рассматриваем правую часть балки:

$$M_{u8} = -F \cdot 0 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}; \quad Q_7 = F = 3 \text{ кН}.$$

4. По полученным данным строим эпюры поперечной силы  $Q$  и изгибающих моментов  $M_u$  (рис. 31).

Для построения эпюры поперечных сил  $Q$  проводим прямую, параллельную оси балки, указывая на ней границы участков балки. От этой прямой откладываем в некотором масштабе вычисленные значения поперечных сил – положительные значения – вверх, отрицательные значения – вниз. Соединяем значения на границах участков согласно характеру эпюры для каждого участка. На участках AC и BE поперечная сила  $Q$  постоянна и ее эпюра –



прямая, параллельная оси балки, на участках CD и DB поперечная сила  $Q$  изменяется линейно и ее эпюра – наклонная прямая.

Для построения эпюры изгибающих моментов  $M$  проводим прямую, параллельную оси балки, указывая на ней границы участков балки. От этой прямой откладываем в некотором масштабе вычисленные значения изгибающих моментов – положительные значения – вверх, отрицательные значения – вниз. Соединяем значения на границах участков согласно характеру эпюры для каждого участка. На участках AC и BE изгибающий момент  $M$  изменяется по линейному закону, и его эпюра – наклонная прямая, на участках CD и DB изгибающий момент  $M$  изменяется по уравнению второго порядка, и его эпюра – парабола.

5. Определим размеры поперечного сечения балки из условия прочности. Подберем профиль двутавра для балки (таблица 7). Также вычислим размеры поперечного сечения балки в виде прямоугольника (рис. 29,а) высотой  $h$  и шириной  $b$ , приняв соотношение  $h=2 b$ . Допускаемое нормальное напряжение  $[\sigma]=150$  МПа. Из условия прочности момент сопротивления балки

$$W_x \geq \frac{M_x}{[\sigma]}$$

Расчет будем вести по опасному сечению, в котором возникает наибольший по модулю изгибающий момент. В нашем случае это сечение на участке CD, в котором поперечная сила проходит через нулевое значение,  $M_{xMAX} = 5,25$  кН·м. Необходимый из условия прочности осевой момент сопротивления балки

$$W_x = \frac{M_x}{[\sigma]} = \frac{5,25 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 0,000035 \text{ м}^3$$

$$W_x = 35 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 35 \text{ см}^3$$

Определение поперечного сечения балки:

а) Подбор стандартного профиля двутавра.

Из таблицы 7 подбираем номер профиля двутавра, у которого осевой момент сопротивления не меньше расчетного, полученного из условия прочности. Выбираем двутавр № 10, у которого  $W_x = 39,7 \text{ см}^3$ . Следует вы-

писать из таблицы приложения все основные размеры поперечного сечения профиля и выполнить эскиз поперечного сечения двутавровой балки.

б) Определение размеров прямоугольного поперечного сечения со сторонами  $h$  и  $b$ , при  $h = 2b$ .

Вычисляем размеры поперечного сечения балки:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{h \cdot h^2}{2 \cdot 6} = \frac{h^3}{12}, \text{ м}^3$$

Откуда, используя полученное значение  $W_x = 35 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ , найдем  $h$ :

$$h = \sqrt[3]{12 \cdot W_x} = \sqrt[3]{12 \cdot 35 \cdot 10^{-6}} = 0,075 \text{ м. Примем } h = 76 \text{ мм, тогда}$$

$$b = 0,5 h = 38 \text{ мм.}$$

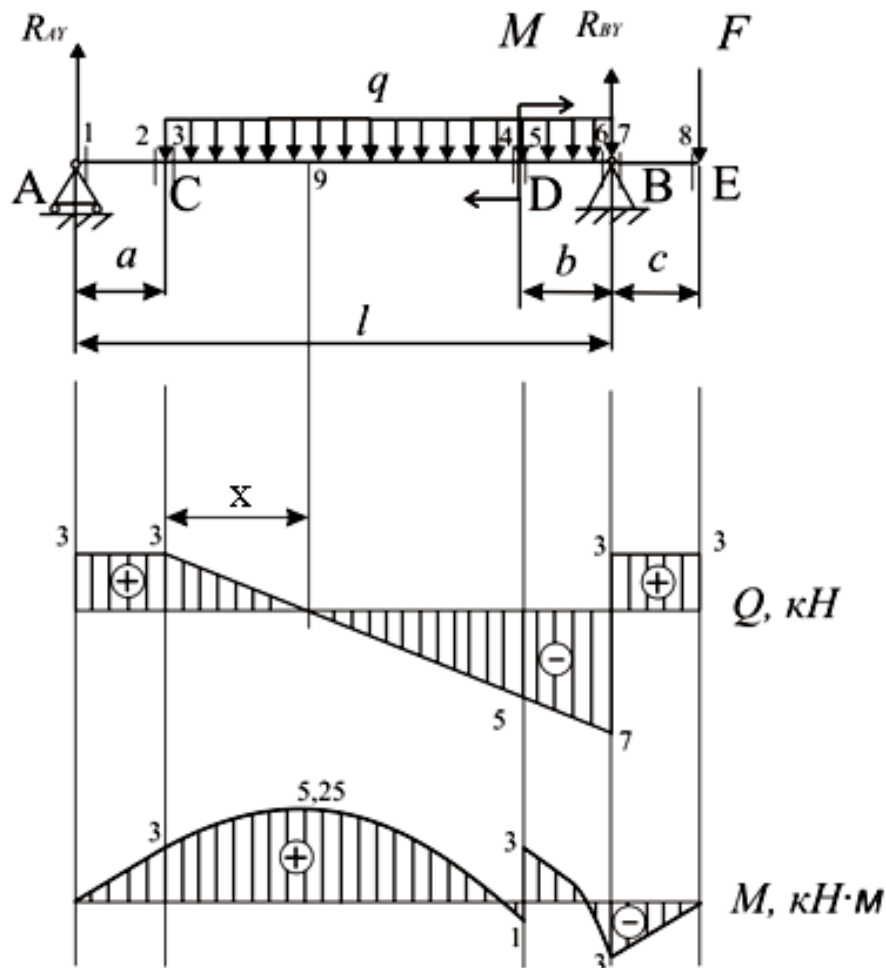
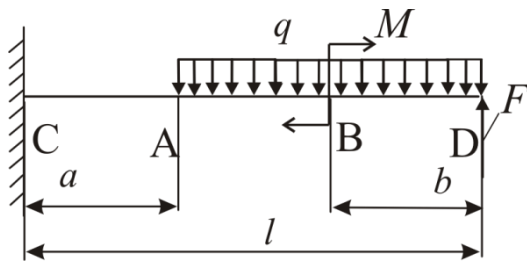


Рис. 31. Схема нагружения балки и эпюры поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_u$

### Пример решения задачи для консольной балки:

Исходные данные и схема балки:



$$F = 10 \text{ кН}, M = 6 \text{ кН м},$$
$$q = 4 \text{ кН/м};$$
$$l = 6 \text{ м}, a = 2 \text{ м}, b = 2 \text{ м}.$$

Балку разбиваем на три участка – CA, AB и BD. Принцип деления на участки тот же, что и в предыдущем примере. Границами участков являются точки приложения сил, моментов и границы действия распределенной нагрузки. Проводя сечения на каждом участке, будем рассматривать равновесие правой части (рис. 32), в этом случае левая часть балки с опорой будет «отброшена», и величина реакции опоры  $R_{CY}$  в расчетах не потребуется.

Определяем поперечные силы  $Q$  и изгибающие моменты  $M_u$  на участках балки, согласно правилу знаков.

Участок BD (рис. 32).

На данном участке приложена распределенная нагрузка постоянной интенсивности, поэтому поперечная сила  $Q_{BD}$  изменяется по линейному закону, а изгибающий момент  $M_{BD}$  по параболе (кривой второго порядка).

$$\text{Сечение 1: } Q_1 = -F = -10 \text{ кН};$$

$$M_{u1} = F \cdot 0 = 10 \cdot 0 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\text{Сечение 2: } Q_2 = -F + q \cdot b = -10 + 4 \cdot 2 = -2 \text{ кН};$$

$$M_{u2} = F \cdot b - q \cdot b^2 / 2 = 10 \cdot 2 - 4 \cdot 2^2 / 2 = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Участок AB (рис. 32).

На данном участке приложена распределенная нагрузка постоянной интенсивности, поэтому поперечная сила  $Q_{AB}$  изменяется по линейному закону, а изгибающий момент  $M_{AB}$  по параболе (кривой второго порядка).

$$\text{Сечение 3: } Q_3 = Q_2 = -F + q \cdot b = -10 + 4 \cdot 2 = -2 \text{ кН};$$

$$M_{u3} = F \cdot b - q \cdot b^2 / 2 - M = 10 \cdot 2 - 4 \cdot 2^2 / 2 - 6 = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\text{Сечение 4: } Q_4 = -F + q \cdot (l-a) = -10 + 4 \cdot (6-2) = 6 \text{ кН};$$

$$M_{u4} = F \cdot (l-a) - q \cdot (l-a)^2 / 2 - M = 10 \cdot (6-2) - 4 \cdot (6-2)^2 / 2 - 6 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Для построения эпюры изгибающих моментов на участке АВ следует рассмотреть дополнительное сечение 7, в котором поперечная сила проходит через нулевое значение. Следовательно, изгибающий момент в этом сечении будет иметь экстремальное значение. Положение этого сечения  $x$  (рис. 32) найдем, приравняв к нулю выражение, которое используется для вычисления поперечной силы на данном участке:

$$Q_7 = -F + q \cdot (b+x) = 0, \text{ откуда } x = \frac{F - q \cdot b}{q} = \frac{10 - 4 \cdot 2}{4} = 0,5 \text{ м}$$

Момент в сечении:

$$M_{u7} = F \cdot (b+x) - q \cdot \frac{(b+x)^2}{2} - M = 10 \cdot (2+0,5) - 4 \cdot \frac{(2+0,5)^2}{2} - 6 = 6,5 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

$$\text{Сечение 5: } Q_5 = Q_4 = -F + q \cdot (l-a) = -10 + 4 \cdot (6-2) = 6 \text{ кН};$$

$$M_{u5} = M_{u4} = F \cdot (l-a) - q \cdot \frac{(l-a)^2}{2} - M = 10 \cdot (6-2) - 4 \cdot \frac{(6-2)^2}{2} - 6 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

Участок СА (рис.32).

На данном участке распределенная нагрузка отсутствует, поэтому поперечная сила  $Q_{CA}$  будет постоянной, а изгибающий момент  $M_{CA}$  будет изменяться по линейному закону.

$$\text{Сечение 6: } Q_6 = Q_5 = -F + q \cdot (l-a) = -10 + 4 \cdot (6-2) = 6 \text{ кН},$$

$$M_6 = F \cdot l - q \cdot (l-a) \cdot \left( \frac{l-a}{2} + a \right) - M = 10 \cdot 6 - 4 \cdot (6-2) \cdot \left( \frac{4}{2} + 2 \right) - 6 = -10 \text{ кН} \cdot \text{м.}$$

По полученным данным строим эпюры поперечной силы и изгибающего момента (рис. 32). Эпюры строим по тем же правилам, что и для предыдущего примера.

Определяем размеры поперечного сечения балки из условия прочности. Расчет будем вести по опасному сечению, в котором действует наибольший по модулю изгибающий момент. В нашем случае это сечение на участке ВD,  $M_{X_{MAX}} = 12 \text{ кН} \cdot \text{м}$ . Необходимый из условия прочности осевой момент сопротивления балки

$$W_x = \frac{12 \cdot 10^3}{150 \cdot 10^6} = 0,00008 \text{ м}^3$$

$$W_x = 80 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 = 80 \text{ см}^3$$

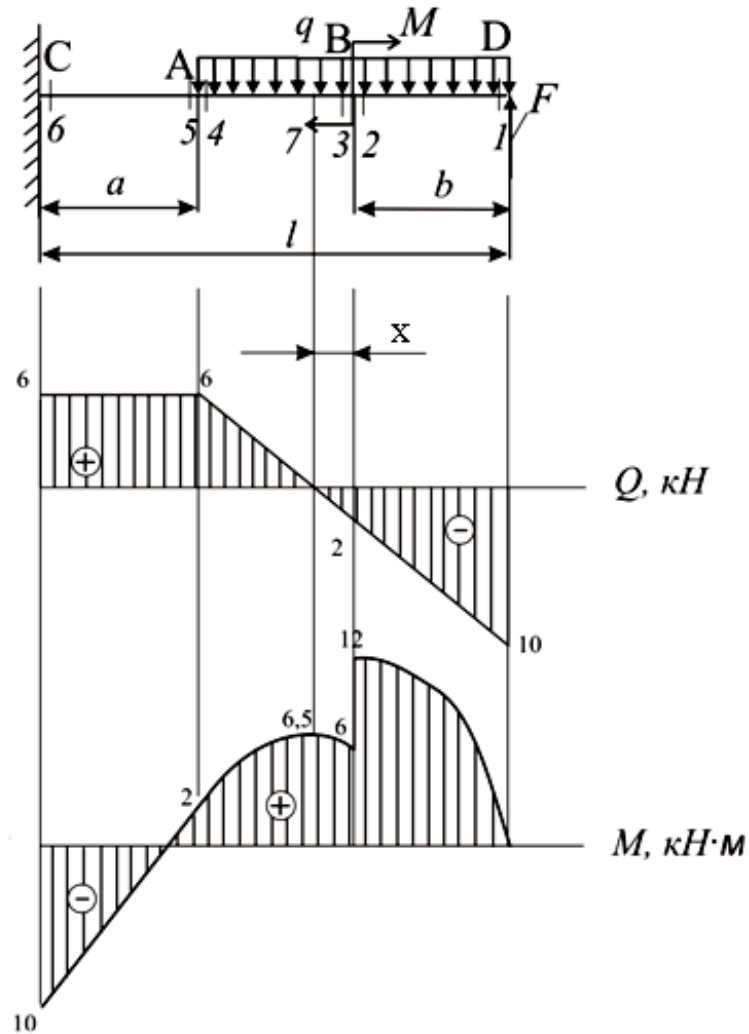


Рис. 32. Схема нагружения балки и эпюры поперечных сил  $Q$  и изгибающих моментов  $M_u$

а) Подбор стандартного профиля двутавра.

Из таблицы 7 подбираем номер профиля двутавра, у которого осевой момент сопротивления не меньше расчетного, равного  $80 \text{ см}^3$ . Выбираем двутавр № 14, у которого  $W_x = 81,7 \text{ см}^3$ . Следует выписать из таблицы приложения все основные размеры поперечного сечения профиля и выполнить эскиз поперечного сечения двутавровой балки.

б) Определение размеров прямоугольного поперечного сечения со сторонами  $h$  и  $b$ , при  $h = 2b$ .

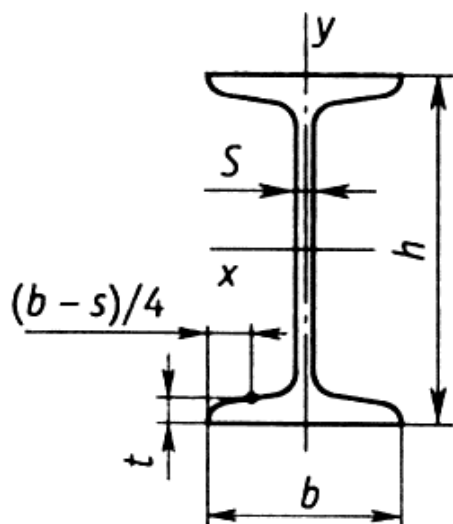
Используя полученное значение  $W_x = 80 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$ , найдем  $h$ .

$$h = \sqrt[3]{12 \cdot W_x} = \sqrt[3]{12 \cdot 80 \cdot 10^{-6}} = 0,099 \text{ м. Примем } h = 100 \text{ мм, тогда}$$

$$b = 0,5 h = 50 \text{ мм.}$$

## Балки двутавровые (ГОСТ 8239–89)

Обозначения:



- $h$  – высота балки, мм;
- $b$  – ширина полки, мм;
- $s$  – толщина стенки, мм;
- $t$  – средняя толщина полки, мм;
- $J$  – осевые моменты инерции, см<sup>4</sup>;
- $W$  – осевые моменты сопротивления, см<sup>3</sup>;
- $i$  – радиус инерции сечения, см.

Рис. 33. Двутавровая балка

Таблица 7

Номер двутавра	Размеры, мм				Площадь сечения, см <sup>2</sup>	Геометрические характеристики сечения					
						$J_x$ , см <sup>4</sup>	$W_x$ , см <sup>3</sup>	$i_x$ , см	$J_y$ , см <sup>4</sup>	$W_y$ , см <sup>3</sup>	$i_y$ , см
	$h$	$b$	$s$	$t$							
10	100	55	4,5	7,2	12,0	198	39,7	4,06	17,9	6,49	1,22
12	120	64	4,8	7,3	14,7	350	58,4	4,88	27,9	8,72	1,38
14	140	73	4,9	7,5	17,4	572	81,7	5,73	41,9	11,50	1,55
16	160	81	5,0	7,8	20,2	873	109,0	6,57	58,6	14,50	1,70
18	180	90	5,1	8,1	23,4	1 290	143,0	7,42	82,6	18,40	1,88
18 a	180	100	5,1	8,3	25,4	1430	159,0	7,51	114,0	22,80	1,12
20	200	100	5,2	8,4	26,8	1 840	184,0	8,28	115,0	23,10	2,07
20 a	200	110	5,2	8,6	28,9	2030	203,0	8,37	155,0	28,2	2,32
22	220	110	5,4	8,7	30,6	2 550	232,0	9,13	157,0	28,60	2,27
22 a	220	120	5,4	8,9	32,8	2790	254,0	9,22	143,0	34,3	2,50
24	240	115	5,6	9,5	34,8	3460	289,0	9,97	198,0	34,50	2,37
24 a	240	125	5,6	9,8	37,5	3800	317,0	10,10	260,0	41,60	2,63
27	270	125	6,0	9,8	40,2	5010	371,0	11,20	260,0	41,50	2,54
27 a	270	135	6,0	10,2	43,2	5500	407,0	11,30	337,0	50,00	2,80
30	300	135	6,5	10,2	46,5	7080	472,0	12,30	337,0	49,90	2,69
30 a	300	145	6,5	10,7	49,9	7780	518,0	12,50	436,0	60,1	2,95
33	330	140	7,0	11,2	53,8	9 840	597,0	13,50	419,0	59,90	2,79
36	360	145	7,5	12,3	61,9	13 380	743,0	14,70	516,0	71,10	2,89
40	400	155	8,3	13,0	72,6	19 062	953,0	16,20	667,0	86,10	3,03
45	450	160	9,5	14,2	84,7	27 696	1231,0	18,10	808,0	101,00	3,09
50	500	170	10,0	15,2	100,0	39 727	1589,0	19,90	1043,0	123,00	3,23

## Косой изгиб

Косой изгиб - вид деформации, при котором силовая плоскость не совпадает ни с одной из главных плоскостей инерции бруса (рис. 26,б). Нагрузки в этом случае располагаются в силовой плоскости, проходящей также через продольную ось балки, но под углом относительно главных центральных осей инерции сечения (рис. 34).

Косой изгиб невозможен для сечений, у которых моменты инерции относительно главных центральных осей инерции совпадают ( $I_x = I_y$ ) - таких как круглое, кольцевое, квадратное сечения.

В общем случае, решая задачу на данный вид деформации, косой изгиб рассматривают как два прямых плоских изгиба.

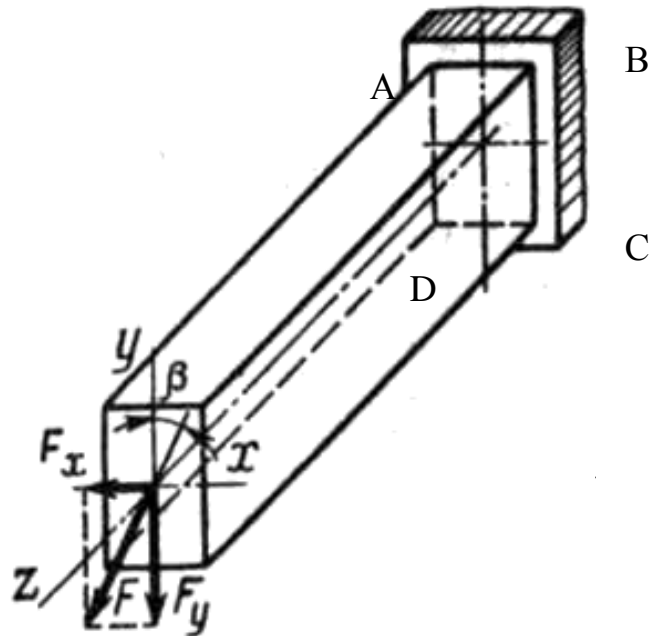


Рис. 34. Направление сил при косом изгибе

Пример: рассмотрим консольную балку прямоугольного сечения, к свободному концу которой приложена сила  $F$  под углом  $\beta$  относительно оси  $y$  (рис. 34).

При этом плоскость действия силы проходит через продольную ось  $z$ .

Силу  $F$  разложим на составляющие – горизонтальную (вдоль оси  $x$ ), и вертикальную (вдоль оси  $y$ ).

$$F_x = F \sin \beta \quad (36)$$

$$F_y = F \cos \beta \quad (37)$$

Сила  $F_x$  создает момент относительно оси  $y$ , а сила  $F_y$  создает момент относительно оси  $x$  в сечениях балки.

Наибольший момент, а следовательно, и наибольшее напряжение при изгибе будет возникать в сечении возле опоры.

$$M_y = F \cdot \sin \beta \cdot l \quad (38)$$

$$M_x = F \cdot \cos \beta \cdot l \quad (39)$$

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} \quad (40)$$

$$\sigma_y = \frac{M_y}{W_y} \quad (41)$$

В разных точках сечения у опоры (наиболее удаленных от нейтральных осей  $x$  и  $y$  при рассмотрении двух прямых изгибов) - А, В, С и D, напряжения с учетом знаков будут соответственно равны:

$$\sigma_A = +\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \quad (42)$$

$$\sigma_B = +\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \quad (43)$$

$$\sigma_C = -\frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} \quad (44)$$

$$\sigma_D = -\frac{M_x}{W_x} - \frac{M_y}{W_y} \quad (45)$$

### Задача № 7

При установке на опоры двутавровой балки и балки прямоугольного сечения были допущены ошибки, в результате чего сила  $F$ , которая должна располагаться вертикально, отклонилась от заданного положения на угол  $\varphi$  (угол между осью  $y$  и силой  $F$ ). Сила приложена посередине между опорами,



длина балки равна  $l$ . Определить, насколько возрастут в этом случае наибольшие нормальные напряжения при изгибе. Исходные данные приведены в табл. 8 и 9.

Таблица 8

Исходные данные для балки двутаврового сечения к задаче № 7

Показатель	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi$ , градусы	1	2	3	4	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
Номер профиля двутавра	10	12	14	16	18	18а	20	20а	22	22а

Таблица 9

Исходные данные для балки прямоугольного сечения к задаче № 7

Показатель	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\varphi$ , градусы	1	2	3	4	5	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
Высота сечения $h$ , мм	100	120	160	200	300	400	350	240	260	350
Ширина сечения $b$ , мм	50	70	90	120	150	220	180	140	130	200

Пример решения задачи.

Исходные данные: угол  $\varphi = 2^\circ$ , двутавр № 16, прямоугольное сечение размером  $h = 180$  мм и  $b = 100$  мм.

Для вычислений необходимо знать моменты сопротивления сечений  $W_x$  и  $W_y$ . Для двутаврового сечения берем данные из таблицы 7, для прямоугольного сечения считаем.

По таблице для двутаврового профиля 16:

$$W_x = 109 \text{ см}^3.$$

$$W_y = 14,5 \text{ см}^3.$$

Для прямоугольного сечения

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6} = \frac{0,1 \cdot 0,18^2}{6} = 3,42 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 3420 \text{ см}^3.$$

$$W_y = \frac{h \cdot b^2}{6} = \frac{0,18 \cdot 0,1^2}{6} = 1,8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 1800 \text{ см}^3.$$

Рассмотрим расчет для двутавровой балки:

Так как сила располагается между опорами посередине, реакции в опорах будут равны каждая  $R_A = R_B = F/2$ . Наибольший момент, а следовательно, и наибольшее напряжение при изгибе будет возникать в сечении, где приложена сила. Наибольший момент равен  $\frac{F}{2} \cdot \frac{l}{2} = \frac{Fl}{4}$

В случае правильной установки (прямого изгиба), когда изгибающий момент будет действовать относительно оси  $x$ , наибольшее напряжение будет вычислено по формуле:

$$\sigma_x = \frac{M_x}{W_x} = \frac{F \cdot l}{4W_x} \quad (46)$$

В случае косоугольного изгиба напряжение будет вычислено по формуле:

$$\sigma_{\text{кос}} = \frac{M_x}{W_x} + \frac{M_y}{W_y} = \frac{F \cdot l \cos \varphi}{4W_x} + \frac{F \cdot l \sin \varphi}{4W_y} = \frac{F \cdot l}{4} \left( \frac{\cos \varphi}{W_x} + \frac{\sin \varphi}{W_y} \right)$$

Выразим, насколько возрастут напряжения в случае косоугольного изгиба:

$$\frac{\sigma_{\text{кос}} - \sigma_x}{\sigma_x} = \frac{\frac{F \cdot l}{4} \left( \frac{\cos \varphi}{W_x} + \frac{\sin \varphi}{W_y} \right) - \frac{F \cdot l}{4W_x}}{\frac{F \cdot l}{4W_x}} = \left( \frac{\cos \varphi}{W_x} + \frac{\sin \varphi}{W_y} - \frac{1}{W_x} \right) \cdot W_x$$

Прямоугольное сечение:

$$\frac{\sigma_{\text{кос}} - \sigma_x}{\sigma_x} = \left( \frac{\cos 2^\circ}{3420} + \frac{\sin 2^\circ}{1800} - \frac{1}{3420} \right) \cdot 3420 = 0,062$$

Для прямоугольного сечения нормальные напряжения возрастут на 6,2%.

Двутавровое сечение:

$$\frac{\sigma_{\text{кос}} - \sigma_x}{\sigma_x} = \left( \frac{\cos 2^\circ}{109} + \frac{\sin 2^\circ}{14,5} - \frac{1}{109} \right) \cdot 109 = 0,262$$

Для двутаврового сечения нормальные напряжения возрастут на 26,2%.

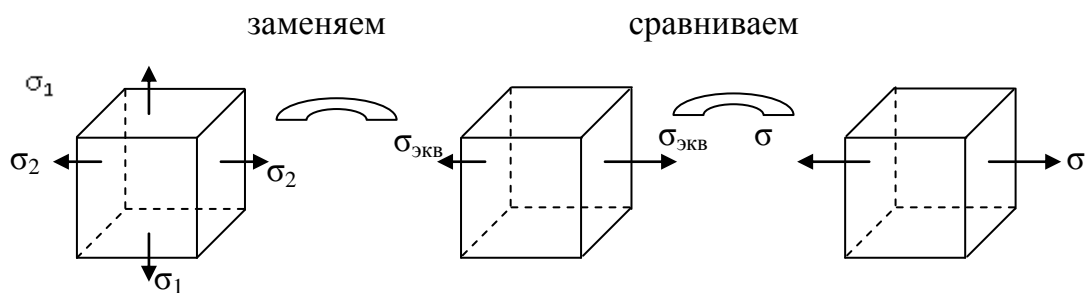
Как видно из расчетов, напряжения возрастут в большей степени для двутавровой балки, что обусловлено большей разницей в величинах осевых моментах сопротивления.

### Сложная деформация. Теории прочности

Когда в поперечном сечении бруса возникает несколько составляющих внутренних сил или моментов, речь идет о сложной деформации. На практике сложная деформация встречается часто. Примерами сложной деформации являются совместное действие кручения и изгиба (испытывают валы), совместное действие растяжения и кручения (затянутые болты), двухосное растяжение (тонкостенные оболочки, находящиеся под внутренним давлением газа или жидкости) совместное действие растяжения и изгиба и другие.

Определить предельное состояние экспериментальным путем в случае сложной деформации трудно, поэтому оценка прочности в случае сложной деформации выполняется при помощи теорий (гипотез) прочности.

Сложное напряженное состояние заменяют в расчетах равноопасным одноосным напряженным состоянием с так называемым *эквивалентным* напряжением  $\sigma_{\text{эkv}}$ . Эквивалентное напряжение - некоторая условная расчетная величина. Именно  $\sigma_{\text{эkv}}$  сравнивают с допускаемым в условии прочности в случае сложной деформации.



$$\sigma_{\text{эkv}} \leq [\sigma] \quad (47)$$

## Определение эквивалентных напряжений по различным теориям прочности. Условия прочности

Приведем зависимости для теорий прочности, наиболее употребляемых в современной практике.

*Теория наибольших касательных напряжений.*

По данной теории, опасное состояние возникает, когда максимальное касательное напряжение достигает предельной для материала величины.

$$\tau_{\max} = \tau_{\text{экв}} \quad (48)$$

Если известны так называемые главные нормальные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$  (индексы 1,2,3 присваиваются в порядке убывания алгебраической величины напряжения), то наибольшее касательное напряжение будет равно:

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_{\text{экв}}}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \quad (49)$$

Эквивалентное нормальное напряжение в этом случае

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 \quad (50)$$

Таким образом, одно из главных напряжений -  $\sigma_2$  не учитывается, что является недостатком данной теории.

В случае, если известно нормальное и касательное напряжение в поперечном сечении бруса, то эквивалентное напряжение по теории наибольших касательных напряжений может быть вычислено по формуле:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad (51)$$

*Теория удельной потенциальной энергии изменения формы (энергетическая теория прочности).*

Согласно данной теории, два напряженных состояния считают равноопасными, если одинакова их удельная потенциальная энергия изменения формы.

Если известны главные нормальные напряжения  $\sigma_1, \sigma_2$  и  $\sigma_3$ , то эквивалентное напряжение будет равно:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_1 \sigma_3} \quad (52)$$

В случае, если известно нормальное и касательное напряжение в поперечном сечении бруса, то эквивалентное напряжение по энергетической теории прочности будет равно:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (53)$$

Расчетные зависимости двух приведенных теорий прочности хорошо подтверждаются опытными данными для пластичных материалов.

### Расчет тонкостенных оболочек

Тонкостенной называют оболочку, у которой толщина стенки  $\delta$  мала по сравнению с минимальным радиусом кривизны оболочки  $\rho_{\min}$  :

$$\delta \leq 0,1\rho_{\min} \quad (54)$$

В технике наиболее часто применяются оболочки следующих форм – сферические, цилиндрические, конические.

Внутри оболочки может находиться газ, жидкость или сыпучий материал, оказывая на оболочку изнутри давление. Давление газа распределяется по высоте оболочки равномерно, давление жидкости или сыпучего материала меняется по высоте. С приемлемой для практики точностью допускают, что стенка оболочки будет испытывать двухосное растяжение, то есть в стенках возникают только нормальные напряжения.

Расчет тонкостенных оболочек на прочность основан на использовании уравнения Лапласа.

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{\delta}, \quad (55)$$

где  $\sigma_m$  и  $\sigma_t$  – напряжения соответственно в меридиональном и окружном направлениях, Па (рис. 36);

$\rho_m$  и  $\rho_t$  – Радиусы кривизны оболочки в этих направлениях, м;

$p$  – давление газа или жидкости, Па;

$\delta$  - толщина стенки оболочки, м.

Рассмотрим применение формулы Лапласа к простым видам оболочек: сферической (рис. 35) и цилиндрической (рис. 36)

Для сферической оболочки радиусы кривизны во всех направлениях одинаковы и равны:

$$\rho_m = \rho_t = \frac{D}{2} \quad (56)$$

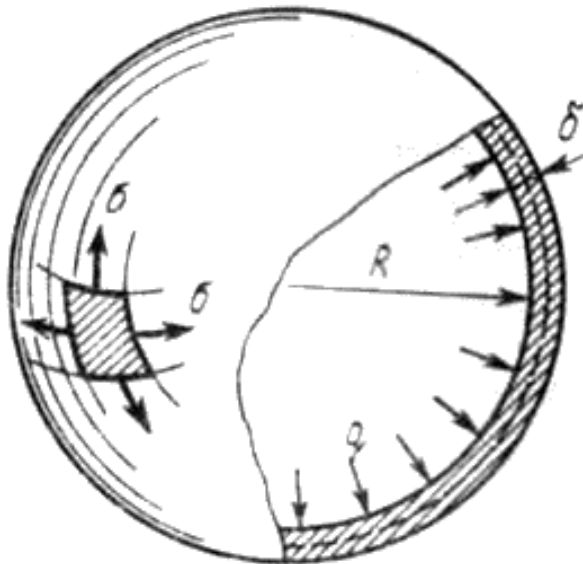


Рис. 35. Сферическая оболочка

Напряжения также будут одинаковы  $\sigma_m = \sigma_t = \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$

$$\frac{2\sigma}{D} + \frac{2\sigma}{D} = \frac{p}{\delta} \quad (57)$$

Откуда главное напряжение  $\sigma_1$  будет равно:

$$\sigma_1 = \frac{pD}{4\delta} \quad (58)$$

Условие прочности как при использовании теории наибольших касательных напряжений, так и при использовании энергетической теории прочности будет записано:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{pD}{4\delta} \leq [\sigma] \quad (59)$$

Отсюда можно вычислить необходимую толщину стенки, если выполняется проектный расчет.

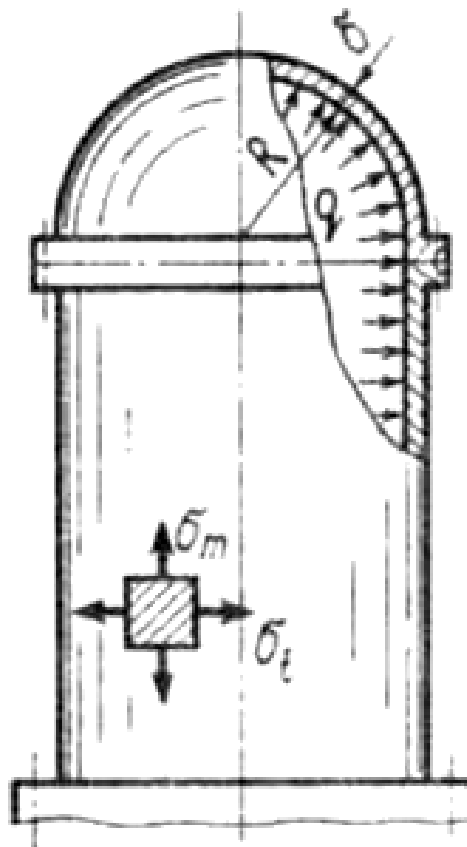


Рис. 36. Цилиндрическая оболочка со сферической крышкой

Для цилиндрической оболочки радиусы кривизны равны:

$$\rho_m = \infty \quad (60)$$

$$\rho_t = \frac{D}{2} \quad (61)$$

С использованием формулы Лапласа и уравнений равновесия после преобразований получаем:

$$\sigma_t = \frac{pD}{4\delta} \quad (62)$$

$$\sigma_m = \frac{pD}{2\delta} \quad (63)$$

Следовательно, за первое главное напряжение принимают  $\sigma_1 = \sigma_m$ , за второе главное напряжение принимают  $\sigma_2 = \sigma_t$

При использовании теории наибольших касательных напряжений условие прочности будет следующее:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{pD}{2\delta} \leq [\sigma] \quad (64)$$

При использовании энергетической теории прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{0,433 pD}{\delta} \leq [\sigma] \quad (65)$$

Из данных условий выполняются расчеты оболочек на прочность.

## **РАЗДЕЛ ДЕТАЛИ МАШИН И ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ**

Для увеличения производительности и облегчения физического и умственного труда человека создают машины – механические устройства, выполняющие движения для преобразования энергии, материалов или информации. Большинство современных машин и приборов создается по схеме двигатель – передача – рабочий орган (исполнительный механизм). Всякая машина состоит из одного или нескольких механизмов – системы тел, служащих для преобразования движений. Работа машин обязательно сопровождается тем или иным движением её органов и в этом заключается основное отличие машин от сооружений – мостов, зданий и т.д.

Для приведения в движение рабочих машин им передается механическая энергия от машин-двигателей. В подавляющем большинстве случаев двигатели и исполнительные органы рабочих машин связаны не непосред-



ственно, а с помощью механизмов, называемых передачами, которые бывают механические, гидравлические, пневматические и электрические. В курсе «Механика» рассматриваются только механические передачи.

В технике наиболее распространено вращательное движение, поэтому передачи для преобразования этого движения применяются весьма широко. *Преобразование скорости вращательного движения сопровождается изменением вращающего момента.* Механизм, предназначенный для передачи энергии от двигателя к её потребителям с увеличением вращающих моментов за счет уменьшения частоты вращения, называется *силовой передачей*.

Таким образом, механические передачи служат для передачи энергии от двигателей к рабочим органам обычно с преобразованием скоростей, сил и крутящих моментов. Кроме этого, некоторые механические передачи служат для преобразования вращательного движения двигателя в поступательное движение или движение по заданному закону рабочего органа машины.

*По принципу действия* механические передачи разделяют на две группы: 1 – передачи, основанные на использовании сил трения между элементами передачи (фрикционные, ременные); 2 – передачи зацеплением (зубчатые, червячные, цепные).

*По характеру изменения угловой скорости* передачи делят на понижающие и повышающие.

В зависимости от расположения валов в пространстве вращательное движение может передаваться параллельными, соосными, пересекающимися, перекрещивающимися валами.

*По характеру движения валов* различают *простые* передачи, в которых валы вращаются лишь вокруг своих осей, а оси валов и сопряженные с ними детали остаются в пространстве неподвижными, и *планетарные*, в которых оси и сопряженные с ними детали (сателлиты) перемещаются в пространстве. Разновидностью планетарных передач являются волновые передачи.

*По конструктивному оформлению* передачи могут быть *открытые* (не имеющие общего закрывающего их корпуса) и *закрытые* (заклученные в общий корпус, обеспечивающий герметизацию и постоянную смазку передачи).

По числу ступеней, т.е. отдельных передач, взаимно связанных и одновременно участвующих в передаче и преобразовании движения, различают одноступенчатые и многоступенчатые передачи.

Во всех механических передачах различают два основных звена: входное (ведущее) и выходное (ведомое). Между этими звеньями в многоступенчатых передачах располагаются промежуточные звенья.

Параметры передачи, относящиеся к ведущим звеньям, отмечают индексом 1, а к ведомым – индексом 2, т.е.  $d_1, \omega_1, P_1, T_1$  – соответственно диаметр, угловая скорость, мощность, вращающий момент на ведущем валу;  $d_2, \omega_2, P_2, T_2$  – то же, на ведомом.

Любая механическая передача характеризуется следующими параметрами: мощностью  $P_2$  на ведомом звене, кВт; быстроходностью, которая выражается угловой скоростью ведомого вала  $\omega_2$ ,  $\text{с}^{-1}$  (радианах в секунду), или частотой вращения  $n_2$ , измеряемой в  $\text{мин}^{-1}$  (оборотах в минуту), передаточным отношением  $i$ , коэффициентом полезного действия  $\eta$ , окружной скоростью  $v$ , м/с и окружной силой  $F_t$ , Н, а также вращающим моментом на валу ведомого звена  $T_1$ , Нм.

Коэффициент полезного действия (КПД)

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad (66)$$

Для механического привода, состоящего из нескольких отдельных последовательно соединенных передач, общий КПД определяют по формуле:

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \eta_2 \dots \eta_n \quad (67)$$

где  $\eta_1 \eta_2 \dots \eta_n$  – КПД каждой передачи, а также других звеньев привода, где имеются потери мощности (подшипники, муфты).

Окружная скорость ведущего и ведомого звена (м/с):

$$v = \omega \frac{d}{2} \quad (68)$$

где  $d$  – диаметр катка, шкива, зубчатого колеса и др., м.

Окружная сила передачи (Н):

$$F_t = \frac{P}{v} = \frac{2T}{d} \quad (69)$$

где  $P$  – мощность, Вт.

*Вращающий момент* на валу (Н·м):

$$T = \frac{P}{\omega} = F_t \frac{d}{2} \quad (70)$$

где  $P$  – мощность в Вт;  $d$  – диаметр в м;  $\omega$  – угловая скорость в  $\text{с}^{-1}$ .

Вращающий момент ведущего вала  $T_1$  является моментом движущих сил, его направление совпадает с направлением вращения вала. Момент ведомого вала  $T_2$  – момент сопротивления, поэтому его направление противоположно направлению вращения вала.

*Передачным отношением* механической передачи называется отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого звена. Передаточное отношение, определяемое в направлении потока мощности от ведущего звена к ведомому, обозначают  $i_{12}$ ; и расчетная формула имеет вид:

$$i_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2}, \quad (71)$$

где  $\omega$  и  $n$  – угловая скорость и частота вращения вала соответственно.

Если передача многоступенчатая, то её передаточное отношение равно произведению передаточных отношений ступеней, т.е.

$$i_{\text{общ}} = i_1 i_2 \dots i_n \quad (72)$$

При выполнении кинематических расчетов может возникнуть необходимость в определении угловой скорости ведомого вала при известном диаметре и окружной скорости зубчатого колеса, шкива, звездочки:

$$\omega = \frac{2v}{d} \quad (73)$$

Если заданы шаг цепи  $t$  (мм) и число зубьев звездочки  $z$ , то определяют диаметр делительной окружности звездочки:

$$d = \frac{t}{\sin\left(\frac{180^\circ}{z}\right)}, \quad (74)$$

и далее определяют угловую скорость ведомого вала.

В большинстве случаев  $v_1 = v_2$  или  $\omega_1 \frac{d_1}{2} = \omega_2 \frac{d_2}{2}$ , имеем  $\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = u$ .

При  $i_{12} > 1$ ,  $\omega_1 > \omega_2$  – передача понижающая.

При  $i_{12} < 1$ ,  $\omega_1 < \omega_2$  – передача повышающая.

Закрытая понижающая зубчатая (или червячная) передача называется *редуктором*. Закрытая повышающая зубчатая передача является *мультипликатором*.

*Передаточным числом* называют отношение числа зубьев большего звена (зубчатого колеса, звездочки) к числу зубьев меньшего звена:

$$u = \frac{z_2}{z_1}, \quad (75)$$

где  $z_1$  и  $z_2$  – числа зубьев меньшего и большего звеньев, соответственно.

### Основные виды передач. Общие сведения

**Ременные передачи.** Передача относится к передачам трением с гибкой связью (за исключением передачи с зубчатым ремнем). Это механизм, служащий для изменения кинематических параметров вращательного движения при помощи ведущего и ведомого шкива, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, на которые надет с натяжением приводной ремень (рис. 37).

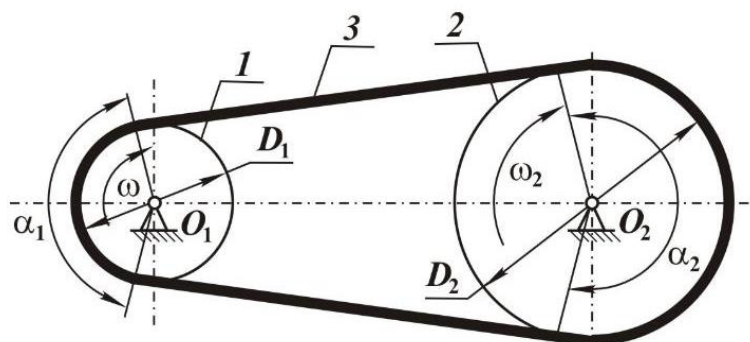


Рис. 37. Принципиальная схема ременной передачи:  
1 – ведущий шкив; 2 – ведомый шкив; 3 – приводной ремень

**Достоинства:** простота конструкции и эксплуатации; плавность и бесшумность работы, предохраняют механизм от перегрузок, возможность передачи вращения между валами удаленными на большие расстояния (до 15 м и более); невысокая стоимость.

**Недостатки:** большие габаритные размеры, непостоянство передаточного отношения из-за упругого проскальзывания ремня, большая нагрузка на валы и подшипники от натяжения ремня, малая долговечность ремня в быстротходных передачах, необходимость предохранения ремня от попадания масла. Вышеуказанные достоинства и недостатки делают целесообразным

применение ременной передачи на быстроходных ступенях сложных передач; наиболее характерной является установка ведущего шкива на валу электродвигателя. Мощность ременных передач редко превышает 50 кВт, так как при больших мощностях они получаются слишком громоздкими.

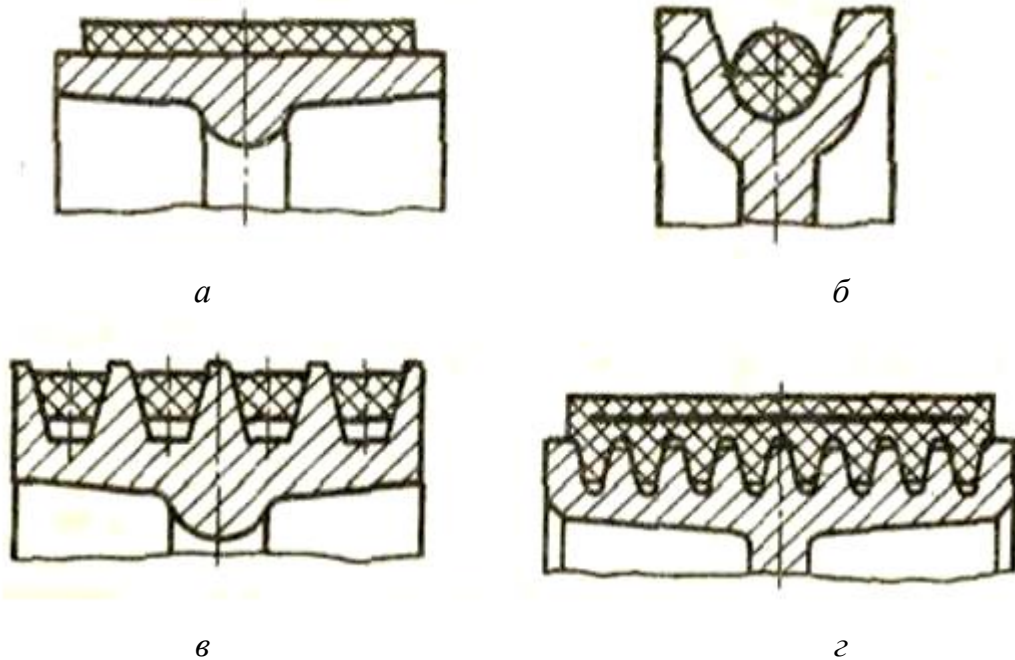


Рис. 38. Схемы сечений ремней: *а* – плоскоременная; *б* – круглоременная; *в* – клиноременная; *г* – поликлиноременная

Кинематическое изображение ременной передачи представлено на рис. 39.

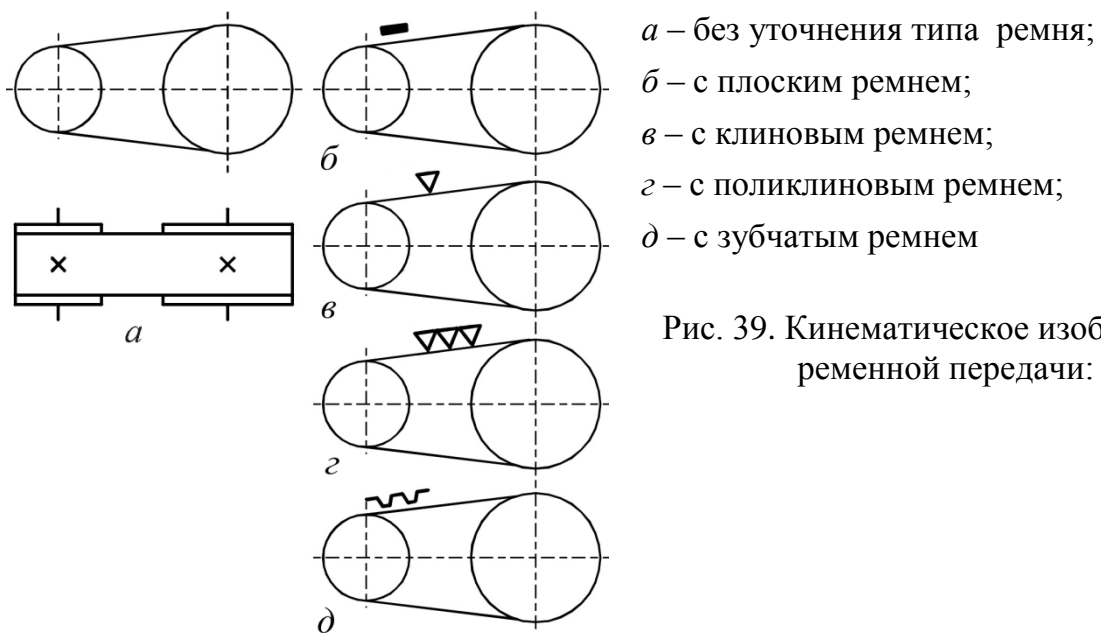


Рис. 39. Кинематическое изображение ременной передачи:

В зависимости от профиля сечения ремня передачи можно классифицировать следующим образом (рис. 38): *плоскоременная, клиноременная, по-*

*ликлиноременная, круглоременная*; первые четыре являются *передачами трением*, последняя – *передача зацеплением*.

В современном машиностроении наибольшее применение имеют клиноременные передачи; увеличивается применение поликлиновых и зубчатых ремней, а также плоских ремней из синтетических материалов, обладающих высокой статической прочностью и долговечностью. Круглоременные передачи применяют при небольших мощностях, например, в приборах, настольных станках, простых бытовых устройствах.

Ветвь ремня, набегающая на ведущий шкив, называется *ведущей*, а сбегающая – *ведомой* (рис. 37). Дуга обода шкива, на которой он соприкасается с ремнем, называется дугой обхвата, а соответствующий ей центральный угол называется углом обхвата и обозначается  $\alpha$  (см. рис. 37).

Очевидно, что при передаче мощности с помощью ременной передачи ведущая ветвь ремня имеет большее натяжение. При перемещении ремня вместе с ободом ведущего шкива на дуге обхвата каждый элемент ремня перейдет из зоны большего в зону меньшего натяжения, в результате чего элементы ремня укорачиваются, и он несколько отстает от шкива. На ведомом шкиве, наоборот, ремень несколько опережает шкив. В результате скорость  $v_1$  ведущей ветви ремня и окружная скорость ведущего шкива оказывается больше скорости  $v_2$  ведомой ветви ремня и окружной скорости ведомого шкива, т.е.  $v_1 > v_2$ .

Явление потери скорости ремня при огибании ведущего шкива является результатом *упругого скольжения, неизбежного при работе передач трением*.

Упругое скольжение ремня и относительная потеря скорости характеризуются *коэффициентом упругого скольжения  $\varepsilon$* :

$$\varepsilon = \frac{v_1 - v_2}{v_1} = 0,01 \dots 0,02 \quad (76)$$

откуда

$$v_2 = v_1(1 - \varepsilon) \quad (77)$$

Таким образом, передаточное отношение ременной передачи трением равно:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{2v_1/D_1}{2v_2/D_2} = \frac{D_2}{D_1(1 - \varepsilon)} \quad (78)$$

Коэффициент скольжения зависит от передаваемой нагрузки, следовательно, *передаточное отношение ременной передачи трением не является строго постоянной величиной.*

Приближенно можно принимать:

$$u \approx \frac{D_2}{D_1} \quad (79)$$

Ввиду отсутствия упругого скольжения зубчатоременные передачи обеспечивают постоянство передаточного отношения, вычисляемого по формуле:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = u = \frac{z_2}{z_1} \quad (80)$$

где  $z_1, z_2$  – числа зубьев ведущего и ведомого шкивов зубчатоременной передачи, соответственно.

Критериями работоспособности ременных передач являются *тяговая способность* передачи и *долговечность* ремня.

*Тяговая способность* ременной передачи называется её способность передавать заданную нагрузку без частичного или полного буксования.

*Долговечностью* ремня называется его свойство сохранять работоспособность до наступления предельного состояния. Количественно долговечность ремней оценивается *техническим ресурсом*, измеряемым чаще всего в часах.

### ***Цепные передачи.***

Цепная передача относится к передачам зацеплением с гибкой связью. Она состоит из ведущей и ведомой звездочек, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, на которых надета приводная цепь, рис. 40.

*Цепь* – многосвязная гибкая связь, которая может использоваться для перемещения грузов (тяговые цепи), подвески или подъема и опускания грузов (грузовые цепи), для передачи движения (приводные цепи).

В нашем курсе рассматриваются только *приводные цепи*, которые используются в цепных передачах.

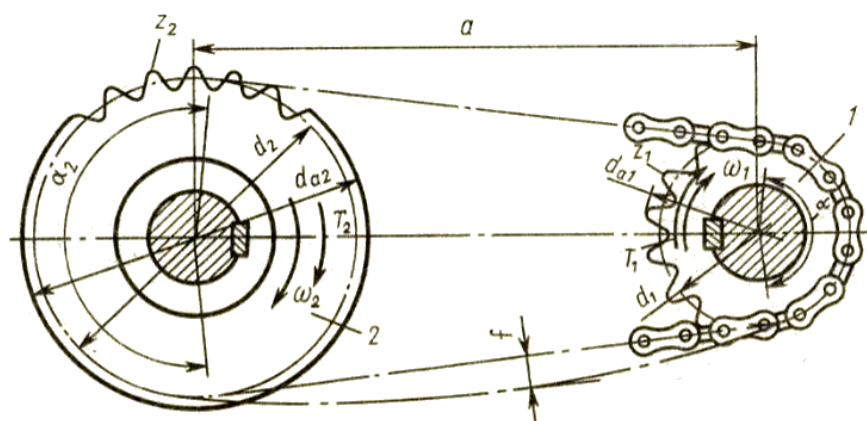


Рис. 40. Схема цепной передачи

*Достоинства:* позволяют передавать вращение удаленным (до 8 м) валам, а также приводить в движение одной цепью несколько валов; в цепной передаче отсутствует проскальзывание, а радиальная нагрузка на валы в два раза меньше, чем в ременной передаче; имеют высокий КПД, могут осуществлять передачу значительных мощностей, допускают скорости движения цепи до 35 м/с и передаточные числа до  $u = 10$ .

*Недостатки:* повышенный шум при работе вследствие пульсации скорости цепи и динамических нагрузок; интенсивный износ шарниров вследствие трения и трудностей смазывания, удлинение цепи из-за износа шарниров и пластин.

Цепные передачи широко применяют в металлорежущих и деревообрабатывающих станках, в нефтяном, горном, транспортном, сельскохозяйственном машиностроении и других отраслях. Выполняют как понижающими, так и повышающими. Ответственные цепные передачи выполняют закрытыми, заключенными в жесткий корпус, который служит масляной ванной.

Исходной расчетной геометрической характеристикой цепей является шаг цепи  $t$ , измеряемый между осями соседних шарниров.

На рис. 41 показаны элементы *роликовой цепи*, которая состоит из наружного звена и внутреннего звена. Внутренние звенья состоят из внутренних пластин 1 и запрессованных в их отверстия гладких втулок 2, на которых свободно вращаются ролики 3. Наружные звенья состоят из наружных пластин 4 и запрессованных в их отверстия валиков 5.



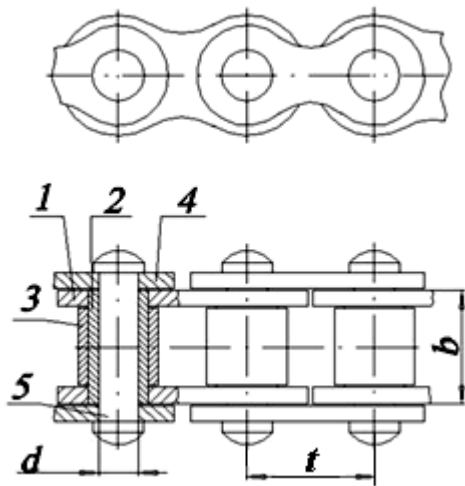
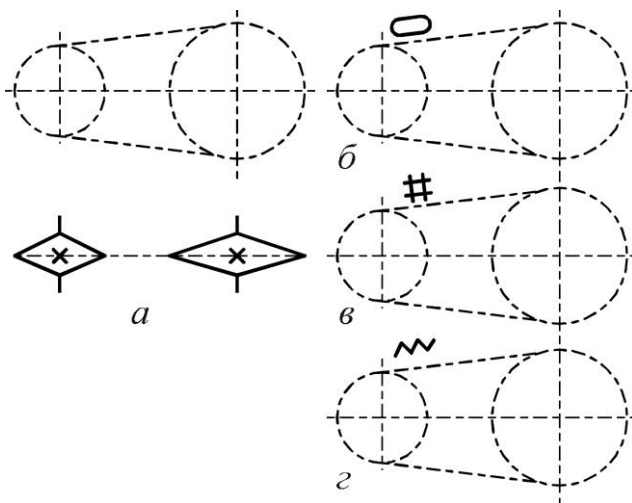


Рис. 41. Элементы роликовой цепи

*Изогнутые пластины* обладают повышенной податливостью (пластины работают на изгиб), и поэтому их применяют при динамических нагрузках, например частых реверсах, ударах.

Пластины цепей изготавливают из закаливаемых до невысокой твердости сталей, валики и втулки – из цементуемых сталей, а ролики – из тех и других с закалкой до высокой твердости.

*Зубчатые цепи* по сравнению с роликовыми работают более плавно и с меньшим шумом, обеспечивают высокую кинематическую точность, обладают большей надежностью и нагрузочной способностью. Применяют при больших значениях передаваемой мощности и высокой скорости движения цепи, которая допускается до 35 м/с.



*a* – без уточнения типа цепи;  
*б* – с круглозвенной цепью;  
*в* – с пластинчатой цепью;  
*г* – с зубчатой цепью

Рис. 42. Кинематическое изображение цепной передачи

*Передачное отношение* цепной передачи:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1} \quad (81)$$

где  $\omega_1, \omega_2, z_1, z_2$  – угловые скорости и число зубьев ведущей и ведомой звездочек.

*Критериями работоспособности* приводных цепей является *износостойкость* их шарниров и прочность цепи.

**Зубчатые передачи.** Наиболее распространенным типом механических передач являются зубчатые (рис. 43), они находят широкое применение во всех отраслях машиностроения, в частности в металлорежущих станках, автомобилях, тракторах, сельхозмашинах и т.д.; в приборостроении, часовой промышленности и др. *Зубчатая передача* относится к передачам зацеплением с непосредственным контактом между ведущим и ведомым звеньями. Она состоит из двух колес, на поверхности которых имеются зубья, причем зубья ведущего зубчатого колеса входят в зацепление в зубьями ведомого и при вращении первого колеса происходит вращение второго. Меньшее зубчатое колесо передачи называется *шестерней*, а большее – *колесом*. Термин «зубчатое колесо» относится как к шестерне, так и колесу.

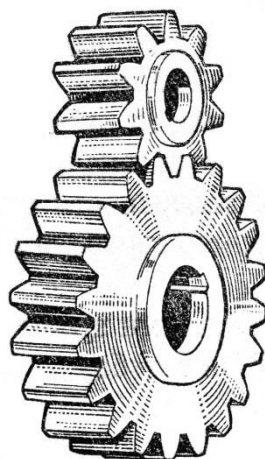


Рис. 43. Зубчатая передача

*Достоинства:* компактность, высокий КПД, постоянное передаточное отношение, долговечность и надежность в работе, небольшая нагрузка на валы, простота обслуживания.

*Недостатки:* высокие требования к точности изготовления и монтажа, повышенный шум при работе на больших скоростях.

Основным материалом зубчатых колёс являются термически обрабатываемые стали, реже чугун и пластмассы.

Шестерня имеет меньшее количество зубьев, чем колесо, каждый зуб шестерни чаще входит в зацепление с зубьями колеса. Но работают они одинаковое время. Для выравнивания износа и долговечности зубьев шестерни и колеса рекомендуется твердость зубьев шестерни делать на HB 20...50 (твердость по Бринеллю) выше, чем твердость зубьев колеса.

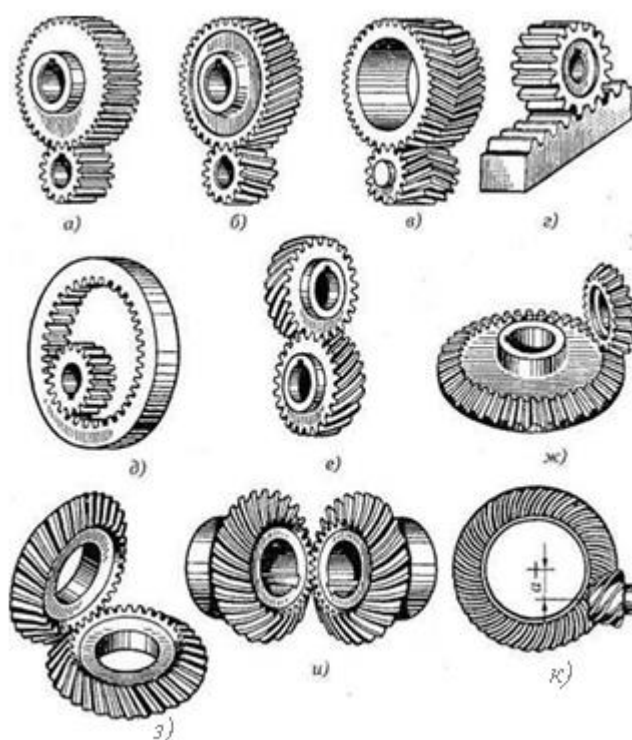


Рис. 44. Виды зубчатых передач

Зубчатые передачи и колёса *классифицируются* по следующим признакам:

1. По *взаимному расположению геометрических осей* валов зубчатых колёс: цилиндрические – при параллельных осях, зацепление может быть как внешним, так и внутренним (рис. 44,а,б,в,д); конические – при пересекающихся осях (рис. 44,ж,з,и); винтовые – цилиндрические и гипоидные конические – при перекрещивающихся осях (рис. 44,е,к).

Для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот применяется реечная передача (рис. 44,з). Она является частным случаем цилиндрической зубчатой передачи. Рейку рассматривают как колесо, диаметр которого обращается в бесконечность.

2. По *расположению зубьев* относительно образующей колес: прямозубые (рис. 44,а,г,д,ж), косозубые (рис. 44,б,з) шевронные (рис. 44,в) и с криволинейными зубьями (рис. 44,и,к).

При переходе от прямозубых передач к передачам с криволинейным профилем повышается плавность работы, уменьшается шум и увеличивается нагрузочная способность. Поэтому указанные передачи используют при более высоких скоростях и передаче больших моментов.

3. По *форме бокового профиля* зубьев: эвольвентные, циклоидные, круговые (зацепление Новикова).

Эвольвентный профиль широко применяется в машиностроении. Циклоидный профиль используется в приборах и часах.

По *конструктивному исполнению* различают открытые и закрытые передачи. В открытых передачах зубья колёс работают «всухую» или периодически смазываются пластичным смазочным материалом и не защищены от внешней среды. Закрытые передачи размещают в специальном корпусе, защищенном от проникновения пыли извне, с постоянным смазыванием погружением (из масляной ванны корпуса) или проточным смазыванием мест зацепления зубьев.

### **Основные параметры цилиндрических прямозубых передач**

Делительными (рис. 45) называются окружности, по которым в процессе изготовления зубчатых колес производится деление цилиндрических заготовок на число частей, равное числу зубьев  $z_1$  и  $z_2$ . Очевидно, что

$$\pi d_1 = z_1 p_t, \quad \pi d_2 = z_2 p_t,$$

откуда

$$d_1 = \frac{p_t}{\pi} z_1, \quad d_2 = \frac{p_t}{\pi} z_2,$$

где  $p_t$  – окружной шаг (расстояние между одноименными профилями соседних зубьев, измеренное по дуге делительной окружности).

Шаг зубьев равен сумме толщины зуба  $S$  и ширины впадины  $e$ , то есть  $p_t = S + e$ .

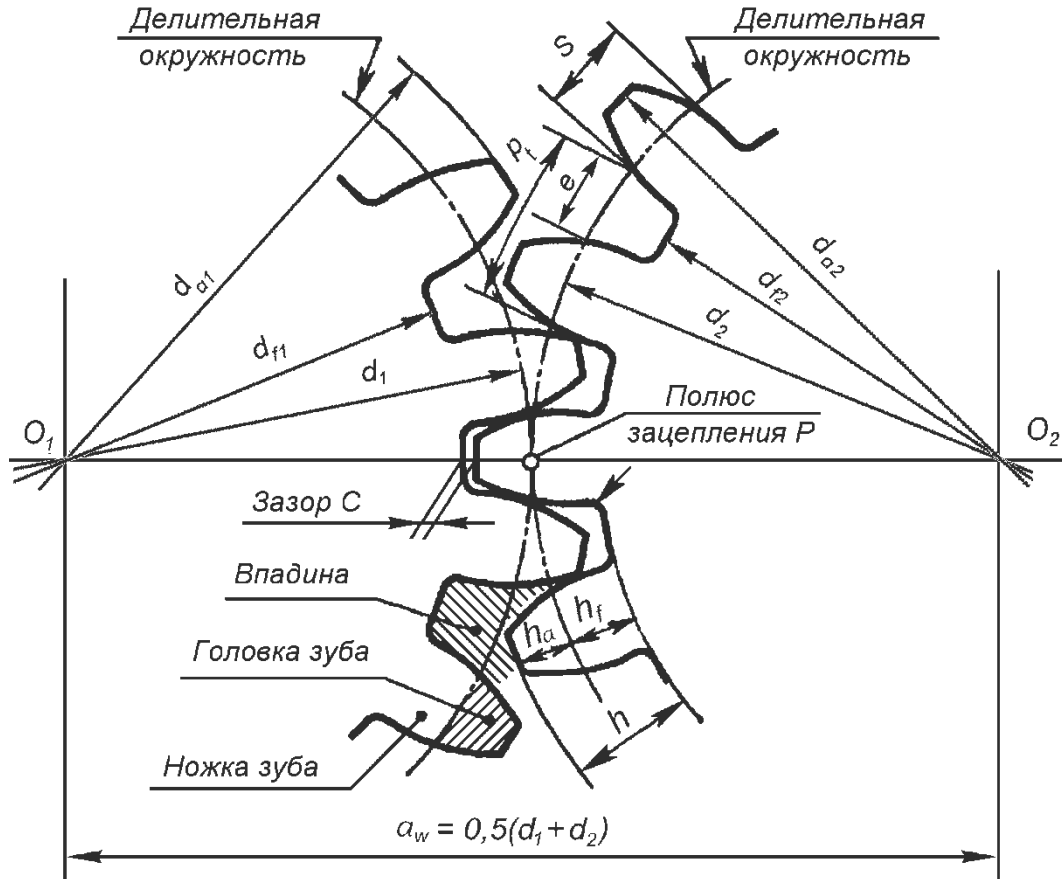


Рис.45. Основные параметры и обозначения элементов зубчатой передачи

Величина в  $\pi$  раз меньшая шага зубьев, измеренного по дуге делительной окружности, называется окружным делительным модулем зубьев, мм:

$$m = \frac{p_t}{\pi} \quad (82)$$

Модуль является основной характеристикой размеров зубьев, значения модулей стандартизированы. Если модуль больше 1 мм, то зубчатые механизмы называются крупномодульными, как правило, используются в силовом оборудовании, для передачи больших нагрузок, больших моментов. Механизмы при значениях модуля меньше или равном 1 мм называются мелко-модульные и используются для кинематических механизмов, основная цель

которых передать движение в заданном направлении, с заданным соотношением угловых скоростей. Чаще всего используются в приборах, там, где нагрузки не значительные.

Делительная окружность делит зуб по высоте на головку и ножку, высоты которых обозначаются соответственно  $h_a$  и  $h_f$ . При этом для эвольвентного зацепления принимается  $h_a = m$  и  $h_f = 1,25 m$ . Тогда высота зуба  $h = h_a + h_f = 2,25 m$ .

Диаметр делительной окружности равен:

$$d = m \cdot z \quad (83)$$

Диаметр окружности вершин равен:

$$d_a = d + 2h_a = m \cdot z + 2 \cdot m = m(z + 2) \quad (84)$$

Диаметр окружности впадин равен:

$$d_f = d - 2h_f = m \cdot z - 2,5 \cdot m = m \cdot (z - 2,5) \quad (85)$$

Для уменьшения габаритных размеров зубчатой передачи необходимо стремиться к уменьшению числа зубьев, но при  $z < z_{min}$  при нарезании наблюдается явление подрезания основания ножки зубьев, что уменьшает их прочность. Минимальное число зубьев шестерни  $z_{min} = 17$ .

Передаточное число понижающей зубчатой передачи:

$$u = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad (86)$$

У открытой зубчатой передачи передаточное число может быть принято нестандартным, а у закрытой понижающей зубчатой передачи (редуктор), выпускаемой серийно, – стандартным.

В прямозубой цилиндрической зубчатой передаче действуют силы (рис. 46, а):

нормальные  $F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha_w}$ , где  $\alpha_w = 20^\circ$  – угол в зацеплении;

окружные  $F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1}$ ;

радиальные  $F_{r1} = F_{15r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w$ .

В косозубой цилиндрической зубчатой передаче действуют силы (рис. 46, б):

$$\text{окружные } F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1}$$

$$\text{радиальные } F_{r1} = F_{r2} = \frac{F_t \operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta}, \text{ где } \beta = 8..18^\circ \text{ – угол наклона зубьев}$$

$$\text{осевые } F_{a1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \beta.$$

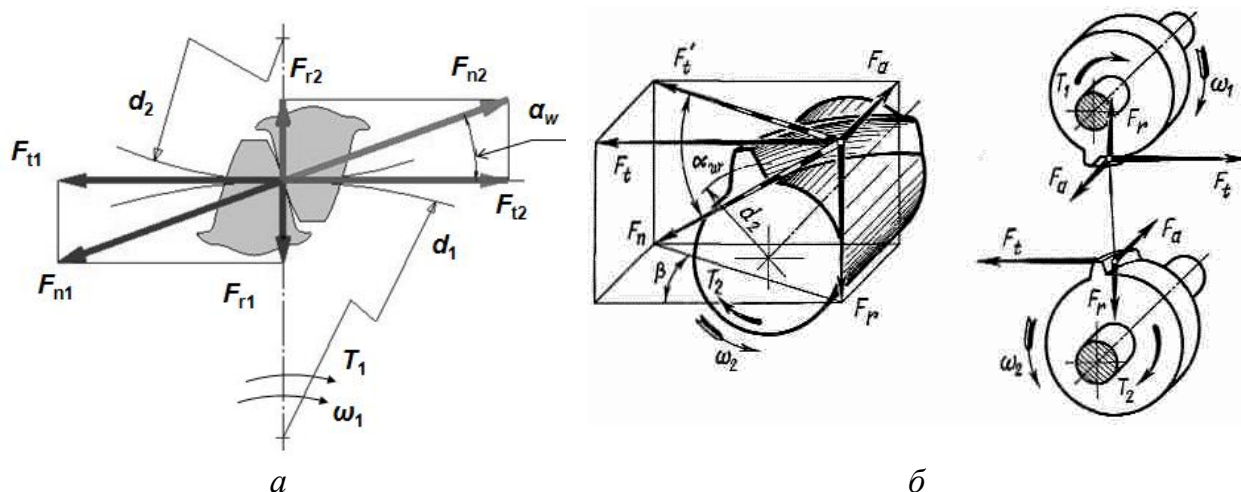


Рис. 46. Схема сил, действующих в цилиндрической зубчатой передаче:  
а – в прямозубой; б – в косозубой

### Задача № 8

По исходным данным, представленным в таблице 10 и 11, произвести энергетический и кинематический расчет привода конвейера.

Схема №1 к задаче № 8

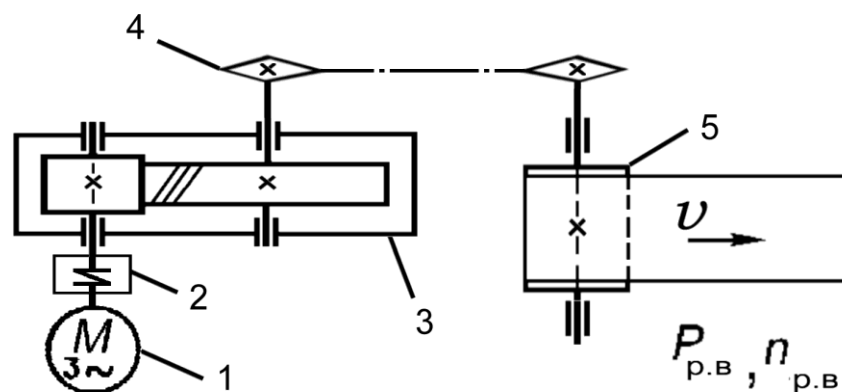


Рис. 47. Схема привода ленточного конвейера:  
1 - двигатель; 2 – муфта втулочно-пальцевая; 3 – цилиндрический зубчатый редуктор; 4 – цепная передача; 5 – ленточный конвейер

Исходные данные к задаче № 8 схема №1

Параметр	Вариант				
	0	1	2	3	4
Окружное усилие $F_t$ , кН	4,0	4,5	6,0	7,5	9,0
Скорость конвейера $v$ , м/с	1,4	1,4	1,2	1,2	1,0
Диаметр барабана $D_6$ , мм	160	180	200	200	250
Срок службы конвейера, ч	2000	6000	8000	1000	6000

схема №2 к задаче № 8

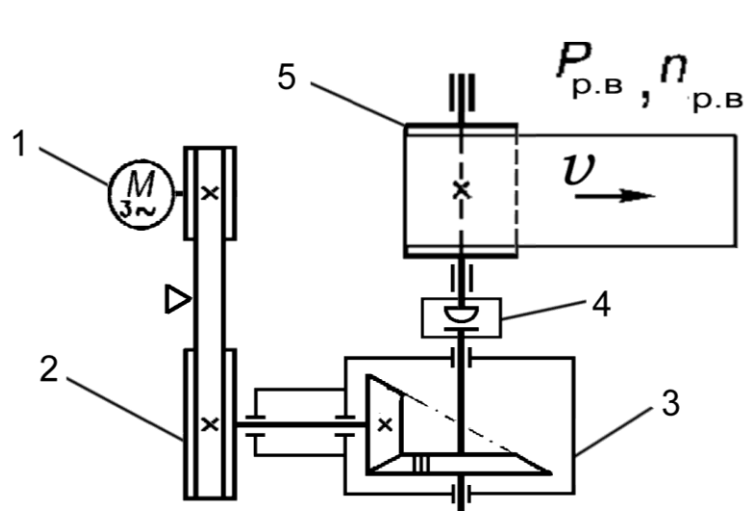


Рис. 48. Схема привода ленточного конвейера:

1 - двигатель; 2 - ременная передача; 3 - конический зубчатый редуктор;  
4 - муфта; 5 - ленточный конвейер

Исходные данные к задаче № 8 схема №2

Параметр	Вариант				
	5	6	7	8	9
Окружное усилие $F_t$ , кН	5,0	7,0	8,0	10,0	11,0
Скорость конвейера $v$ , м/с	1,8	1,6	1,2	1,0	0,9
Диаметр барабана $D_6$ , мм	400	400	355	355	250
Срок службы конвейера, ч	1000	1200	1600	2000	3000

### **Пример решения задачи для привода ленточного конвейера.**

*Исходные данные:* окружное усилие  $F_t = 5,0$ , кН, скорость конвейера  $v = 1,8$  м/с, диаметр барабана  $D = 0,3$  м. Расчетная схема привода приведена на рис. 49.



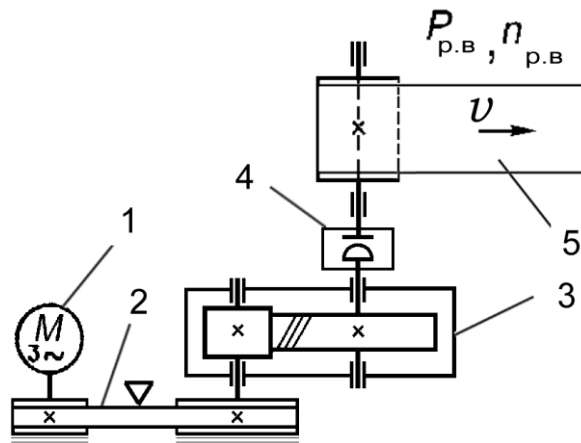


Рис. 49. Кинематическая схема привода ленточного конвейера:  
 1– электродвигатель, 2 –ременная передача, 3– одноступенчатый цилиндрический редуктор, 4 –муфта, 5 – ленточный конвейер.

*Выбор электродвигателя.*

1. Вычислим мощность на рабочем валу ленточного конвейера, кВт,

$$P_{p.в.} = F_t \cdot v = 5,0 \cdot 1,8 = 9,0 \text{ кВт}$$

2. Определим общий коэффициент полезного действия привода (КПД),

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_{p.п.} \cdot \eta_{з.п.} \cdot \eta_{п.п.}^2 \cdot \eta_m = 0,95 \cdot 0,97 \cdot 0,99^2 \cdot 0,98 = 0,89$$

где  $\eta_{p.п.}$ ,  $\eta_{з.п.}$ ,  $\eta_{п.п.}$ ,  $\eta_m$  – КПД ременной передачи, зубчатой закрытой передачи, пары подшипников качения (в нашей схеме две пары подшипников), муфты, соответственно. Значение КПД подбирают из таблицы 12.

Таблица 12

Значение КПД механических передач и подшипников

Тип передачи	Закрытая	Открытая
Зубчатая цилиндрическая	0,96...0,98	0,93...0,95
Зубчатая коническая	0,95...0,97	0,92...0,94
Червячная самотормозящая	0,40	0,30
Червячная несамотормозящая при числе заходов червяка:		
1	0,65...0,70	0,50...0,60
2	0,70...0,75	0,60...0,70
4	0,85...0,90	
Цепная передача	0,95...0,97	0,90...0,93
Фрикционная передача	0,90...0,96	0,70...0,88
Ременная передача плоским или клиновым ремнем		0,94...0,97
Подшипники качения	0,99	
Подшипники скольжения	0,98...0,99	
Муфты	0,98	

3. Вычислим необходимую или требуемую мощность на первом валу привода (валу электродвигателя), кВт,

$$P_{\text{тр}} = \frac{P_{\text{р.в.}}}{\eta_{\text{общ}}} = \frac{9,0}{0,89} = 10,1 \text{ кВт}$$

4. Вычислим частоту вращения рабочего вала (вала рабочего органа) ленточного конвейера, мин<sup>-1</sup>,

$$n_{\text{р.в.}} = \frac{60 \cdot v}{\pi \cdot D} = \frac{60 \cdot 1,8}{3,14 \cdot 0,3} = 114,65 \text{ мин}^{-1}$$

5. Определим предварительное общее передаточное отношение привода (предварительно),

$$i'_{\text{общ}} = i'_{\text{р.п.}} \cdot i_{\text{ред.}} = 3 \cdot 4,0 = 12$$

где  $i'_{\text{р.п.}}$ ,  $i_{\text{ред.}}$  – передаточное отношение ременной передачи (принимая предварительное), и редуктора, соответственно. Значение передаточных отношений выбирают по таблице 13 и 14. Для одноступенчатого редуктора рекомендуется принимать  $i_{\text{ред.}}$  от 2 до 6,3.

Таблица 13

Рекомендуемые значения передаточных отношений для различных понижающих передач

Тип передачи	Среднее значение	Наибольшее значение
Закрытая цилиндрическая зубчатая передача	3...6	< 12,5
Закрытая коническая передача	2...3	6,3
Закрытая червячная передача	18...40	80
Открытая зубчатая передача	3...7	15
Открытая червячная передача	10...60	120
Цепная передача	2...6	8
Фрикционная передача	2...4	8
Плоскоременная передача	2...5	6
Плоскоременная передача с натяжным роликом	4...6	8
Клиноременная передача	2...5	7

Таблица 14

Передаточные числа одноступенчатых зубчатых редукторов

1-й ряд	1,00	1,25	1,6	2,00	2,5	3,15	4,00	5,00	6,3
2-й ряд	1,12	1,40	1,80	2,24	2,8	3,55	4,50	5,6	7,1

6. Вычислим ориентировочную требуемую частоту вращения вала электродвигателя, мин<sup>-1</sup>,

$$n'_{\text{тр}} = n_{\text{р.в.}} \cdot i'_{\text{общ}} = 114,65 \cdot 12,0 = 1375,8 \text{ мин}^{-1}$$

7. Выбираем электродвигатель. По таблице 15, с техническими данными двигателей, подбираем и выписываем марку, характеристики электродвигателя. При выборе двигателя руководствуемся правилом  $n_{эл} \approx n'_{тр}$ ,  $P_{эл} > P_{тр}$ . Выполняем эскиз двигателя (рис. 50) с размерами, указанными в таблице 16.

Выбираем электродвигатель АИР132М4/1447 ТУ 16–525.564–84, мощность электродвигателя  $P_{эл} = 11$  кВт; частота вращения вала электродвигателя  $n_{эл} = 1447$  мин<sup>-1</sup>.

Таблица 15  
Технические данные двигателей серии АИР (тип/асинхронная частота вращения, мин<sup>-1</sup>)

Мощность P, кВт	Синхронная частота, мин <sup>-1</sup>			
	3000	1500	1000	750
0,37	—	—	71A6/915	—
0,55	—	71A4/1357	71B6/915	—
0,75	71A2/2820	71B4/1350	80A6/920	90LA8/705
1,1	71B2/2805	80A4/1395	80B6/920	90LB8/715
1,5	80A2/2850	80B4/1395	90L6/925	100L8/702
2,2	80B2/2850	90L4/1395	100L6/945	112MA8/709
3	90L2/2850	100S4/1410	112MA6/950	112MB8/709
4	100S2/2850	100L4/1410	112MB6/950	132S8/716
5,5	100L2/2850	112M4/1432	132S6/960	132M8/712
7,5	112M2/2895	132S4/1440	132M6/960	160S8/727 <sup>3</sup>
11	132M2/2910	132M4/1447	160S6/970 <sup>4</sup>	160M8/727 <sup>3</sup>
15	160S2/2910 <sup>1</sup>	160S4/1455 <sup>2</sup>	160M6/970 <sup>5</sup>	180M8/731
18,5	160M2/2910 <sup>1</sup>	160M4/1455 <sup>2</sup>	180M6/980 <sup>3</sup>	—
22	180S2/2919 <sup>1</sup>	180S4/1462 <sup>3</sup>	—	—
30	180M2/2925 <sup>1</sup>	180M4/1470 <sup>1</sup>	—	—

Примечание: 1. Отношение максимального вращающего момента к номинальному  $T_{max}/T = 2,2$ ; для отмеченных знаками: <sup>1</sup> -  $T_{max}/T = 2,7$ ; <sup>2</sup> -  $T_{max}/T = 2,9$ ; <sup>3</sup> -  $T_{max}/T = 2,4$ ; <sup>4</sup> -  $T_{max}/T = 2,5$ ; <sup>5</sup> -  $T_{max}/T = 2,6$ .

1. Пример обозначения двигателя: "Двигатель АИР10012 ТУ 16-525.564-84"

Таблица 16

Размеры электродвигателей серии АИР

Тип двигателя	Число полюсов	Размеры, мм															
		$l_{30}$	$h_{31}$	$d_{24}$	$l_1$	$l_{10}$	$l_{31}$	$d_1$	$d_{10}$	$d_{20}$	$d_{22}$	$d_{25}$	$b_{10}$	$n$	$h$	$h_5$	$b_1$
71 А, В	2;4;6	273	188	200	40	90	45	19	7	165	12	130	112	4	71	21,5	6
80 А	2;4;6	300	207	200	50	100	50	22	10	165	11	130	125	4	80	24,5	6
80 В	2;4;6	320	207	200	50	100	50	22	10	165	11	130	125	4	80	24,5	6
90 L	2;4;6	350	217	250	50	125	56	24	10	215	14	180	140	4	90	27	8
100 S	2;4	376	227	250	60	112	63	28	12	215	14	180	160	4	100	31	8
100 L	2;4;6	420	277	250	60	140	63	28	12	215	14	180	160	4	100	31	8
112 M	2; 4; 6; 8	475	297	300	80	140	70	32	12	265	14	230	190	4	112	35	10
132 S	4; 6; 8	510	345	350	80	140	89	38	12	300	19	250	216	4	132	41	10
132 M	2; 4; 6; 8	498	325	350	80	178	89	38	12	300	19	250	216	4	132	41	10
160 S	2	625	435	350	110	178	108	42	15	300	19	250	254	4	160	45	12
160 S	4; 6; 8	625	435	350	110	178	108	48	15	300	19	250	254	4	160	51,5	14
160 M	2	670	435	350	110	210	108	42	15	300	19	250	254	4	160	45	12
160 M	4; 6; 8	670	435	350	110	210	108	48	15	300	19	250	254	4	160	51,5	14
180 S	2	700	460	400	110	203	121	48	15	350	19	300	279	4	180	51,5	14
180 S	4	700	460	400	110	203	121	55	15	350	19	300	279	4	180	59	16
180 M	2	740	460	400	110	241	121	48	15	350	19	300	279	4	180	51,5	14
180 M	4; 6; 8	740	460	400	110	241	121	55	15	350	19	300	279	4	180	59	16

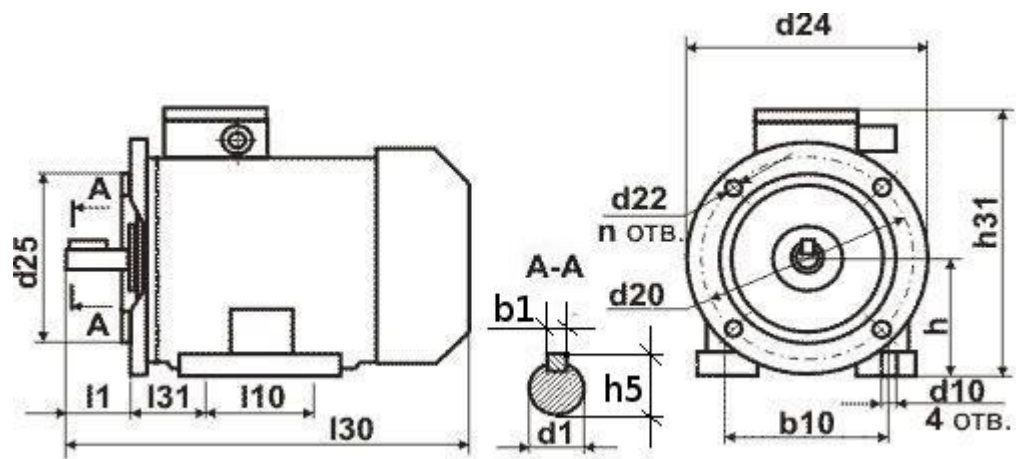


Рис. 50. Конструкция электродвигателя

*Кинематический расчет привода.*

1. Уточним общее передаточное отношение  $u_{\text{общ}}$  привода,

$$i_{\text{общ}} = \frac{n_{\text{эл}}}{n_{\text{р.в.}}} = \frac{1447}{114,65} = 12,62$$

2. Уточним передаточное отношение ременной передачи  $u_{\text{р.п.}}$ ,

$$i_{\text{р.п.}} = \frac{i_{\text{общ}}}{i_{\text{ред.}}} = \frac{12,62}{4,0} = 3,155$$

3. Определим частоту вращения на валах привода,  $\text{мин}^{-1}$ ,

$$n_1 = n_{\text{эл}} = 1447$$

$$n_2 = \frac{n_1}{i_{\text{р.п.}}} = \frac{1447}{3,155} = 458,6$$

$$n_3 = \frac{n_2}{i_{\text{ред.}}} = \frac{458,6}{4,0} = 114,65$$

4. Определим угловые скорости на валах,  $\text{рад/с}$ ,

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30} = \frac{3,14 \cdot 1447}{30} = 151,45$$

$$\omega_2 = \frac{\pi n_2}{30} = \frac{3,14 \cdot 458,6}{30} = 48,00$$

$$\omega_3 = \frac{\pi n_3}{30} = \frac{3,14 \cdot 114,65}{30} = 12,00$$

5. Определим расчетные мощности на валах, кВт,

$$P_1 = P_{\text{тр}} = 10,10$$

$$P_2 = P_1 \cdot \eta_{\text{р.п.}} \cdot \eta_{\text{п.п.}} = 10,1 \cdot 0,95 \cdot 0,99 = 9,50$$

$$P_3 = P_2 \cdot \eta_{\text{з.п.}} \cdot \eta_{\text{п.п.}} \cdot \eta_{\text{м}} = 9,50 \cdot 0,97 \cdot 0,99 \cdot 0,98 = 8,94$$

6. Определим вращающие моменты на валах, Н·м,

$$T_1 = \frac{P_1 \cdot 10^3}{\omega_1} = \frac{10,1 \cdot 10^3}{151,45} = 66,69$$

$$T_2 = \frac{P_2 \cdot 10^3}{\omega_2} = \frac{9,5 \cdot 10^3}{48,00} = 197,92$$

$$T_3 = \frac{P_3 \cdot 10^3}{\omega_3} = \frac{8,94 \cdot 10^3}{12,00} = 745,00$$

Результаты кинематического анализа сводим в таблицу:

Вал	$n, \text{мин}^{-1}$	$\omega, \text{рад/с}$	$P, \text{кВт}$	$T, \text{Н·м}$
1	1447	151,45	10,10	66,69
2	458,6	48,00	9,50	197,92
3	114,65	12,00	8,94	745,00

### Задача № 9

Рассчитать открытую зубчатую цилиндрическую прямозубую передачу: определить модуль; основные размеры цилиндрических прямозубых колес; силы, действующие на валы; проверить рассчитанную передачу на прочность по напряжениям изгиба (рис. 51). Мощность на ведущем валу  $P_1$ , угловая скорость ведомого вала  $\omega_2$ , передаточное число  $i$  (передача неререверсивная, нагрузка постоянная). Исходные данные приведены в табл. 17.

Таблица 17

Исходные данные к задаче № 9

Показатель	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P, \text{кВт}$	3,8	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\omega_2, \text{рад/с}$	5	10	7	5	6,2	3,6	3	2,5	4,5	4,5
$i$	2,5	4	5,6	2,5	5	3,15	4,5	2,8	3,15	3,55
Материал шестерни	Сталь 45	Сталь 50	Сталь 35л	Сталь 35	Сталь 40л	Сталь 35ХМ	Сталь 40ХН	Сталь 40Х	Сталь 40Х	Сталь 45
Материал колеса	Сталь 45	Сталь 50	Сталь 35Л	Сталь 35	Сталь 40Л	Сталь 40Х	Сталь 40ХН	Сталь 45	Сталь 40Х	Сталь 45
Термообработка	Нормализация					Улучшение				

Порядок решения задачи:

1. Определить угловую скорость шестерни:

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i}$$

2. Задаться числом зубьев шестерни  $z_1$  (рекомендуется  $z_1 = 17 \dots 24$ ) и определить число зубьев колеса  $z_2$ .

3. Определить вращающий момент на валу шестерни, Н·м:

$$T_1 = \frac{P_1 \cdot 10^3}{\omega_1}$$

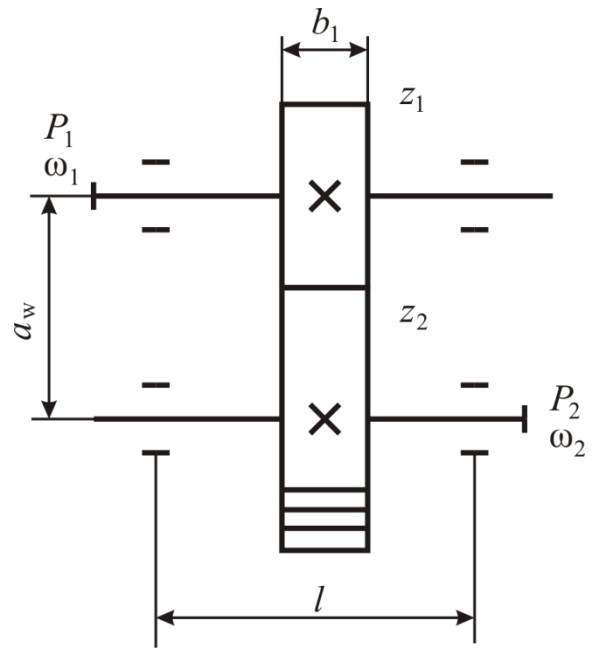


Рис. 51. Схема открытой цилиндрической прямозубой передачи

4. Принять твёрдость (НВ) материалов зубчатых колес согласно заданной марке стали (таблица 18), для шестерни – НВ<sub>1</sub>, и для колеса – НВ<sub>2</sub>. При этом НВ<sub>1</sub> > НВ<sub>2</sub> на 20...50 единиц.

Таблица 18

Механические характеристики сталей

Марка стали	Вид термообработки	Диаметр заготовки, мм	Твердость, НВ
Сталь 45	Нормализация	любой	180...207
Сталь 50	Нормализация	100...300	180...229
Сталь 35	Нормализация	любой	163...192
Сталь 35Л	Нормализация	любой	145...167
Сталь 40Л	Нормализация	любой	163...207
Сталь 45	Улучшение	≤ 125	235...262
Сталь 40Х	Улучшение	≤ 200	235...262
Сталь 35ХМ	Улучшение	≤ 315	235...262
Сталь 40ХН	Улучшение	≤ 315	235...262

5. Рассчитать допускаемые напряжения изгиба зубьев шестерни и колеса, МПа:

$$[\sigma_F]_1 = \frac{\sigma_{Flimb1}}{S_F} \cdot K_{FL1}, \quad [\sigma_F]_2 = \frac{\sigma_{Flimb2}}{S_F} \cdot K_{FL2},$$

где  $\sigma_{Flimb1}, \sigma_{Flimb2}$  – пределы выносливости зубьев при изгибном нагружении для шестерни и колеса соответственно, МПа; при термообработке нормализация или улучшение  $\sigma_{Flimb1} = 1,75 \text{ HB}_1, \sigma_{Flimb2} = 1,75 \text{ HB}_2$ ;

$S_F$  – коэффициент безопасности, принять  $S_F = 1,4 \dots 1,7$ ;

$K_{FL}$  – коэффициент долговечности, принять для длительно работающих передач  $K_{FL1} = K_{FL2} = 1$ .

6. Найти коэффициенты формы зубьев  $Y_{F1}$  и  $Y_{F2}$  в зависимости от числа зубьев  $z_1$  и  $z_2$  по табл. 19.

Таблица 19

$z$	17	20	22	24	26	28	30	35	40	45	50	65	80
$Y_F$	4,26	4,07	3,98	3,92	3,88	3,81	3,79	3,75	3,70	3,66	3,65	3,62	3,60

7. Провести сравнительную оценку прочности зубьев шестерни и колеса на изгиб по отношениям:

$$\frac{Y_{F1}}{[\sigma_F]_1} \text{ и } \frac{Y_{F2}}{[\sigma_F]_2}$$

Менее прочным является то зубчатое колесо пары, у которого это отношение больше. Расчет модуля в следующем пункте ведется по менее прочному зубчатому колесу (или по шестерне, или по колесу).

8. Определить модуль зацепления по напряжениям изгиба, мм

$$m = 1,4 \cdot \sqrt[3]{\frac{T_1 \cdot K_{F\beta} \cdot Y_F}{z_1^2 \cdot \psi_{bd} \cdot [\sigma_F]}}$$

где  $T_1$  – вращающий момент на шестерне, Н·мм;

$K_{F\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, принять  $K_{F\beta} = 1$ ;

$\psi_{bd}$  – коэффициент ширины зубчатого венца колес, принять  $\psi_{bd} = 0,8$  (симметричное расположение колес относительно опор вала);

$[\sigma_F]$  – допускаемое напряжение на изгиб, МПа.

Принимается ближайшее большее стандартное значение  $m$  из ряда (ГОСТ 9563–60): 1,0; 1,25; 1,5; 2,0; 2,5; 3,0; 4,0; 5,0; 6,0; 7,0; 8,0; 9,0; 10,0; 12,0; 16,0 мм и т.д.

9. Определить основные геометрические размеры передачи, мм:

$$\text{диаметры делительные } d_1 = m \cdot z_1; d_2 = m \cdot z_2;$$

$$\text{диаметры вершин зубьев } d_{a1} = d_1 + 2m; d_{a2} = d_2 + 2m;$$

$$\text{диаметры впадин зубьев } d_{f1} = d_1 - 2,5m; d_{f2} = d_2 - 2,5m;$$

$$\text{ширину венцов } b_2 = \psi_{bd} \cdot d_1; b_1 = b_2 + (2 \dots 5);$$

$$\text{межосевое расстояние } a_w = \frac{d_1 + d_2}{2}.$$

10. Определить силы в зацеплении (рис. 52), Н:

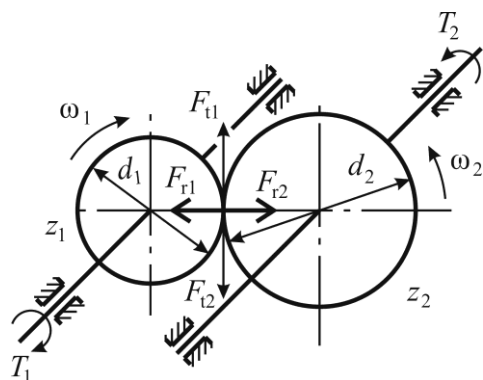


Рис. 52. К определению сил в зацеплении передачи

окружные

$$F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_1},$$

где  $T_1$  – вращающий момент на валу шестерни, Нмм;

$d_1$  – делительный диаметр шестерни, мм;

радиальные

$$F_{r1} = F_{r2} = F_{t1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$$

где  $\alpha_w$  – угол эвольвентного зацепления,

$$\alpha_w = 20^\circ.$$

11. Вычислить окружную скорость передачи, м/с

$$v = \omega_1 \frac{d_1}{2}$$

где:  $\omega_1$  – угловая скорость шестерни, рад/с;

$d_1$  – делительный диаметр шестерни, м.

По полученному значению окружной скорости принять степень точности передачи:

$v$ , м/с	2	6	10	15
Степень точности	9	8	7	6



12. Проверить рассчитанную передачу по напряжениям изгиба, МПа

$$\sigma_{F1} = \frac{F_{t1}}{b_2 \cdot m} \cdot Y_{F1} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \leq [\sigma_{F1}];$$

$$\sigma_{F2} = \frac{F_{t2}}{b_2 \cdot m} \cdot Y_{F2} \cdot K_{F\alpha} \cdot K_{F\beta} \cdot K_{Fv} \leq [\sigma_{F2}],$$

где  $K_{F\alpha}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между зубьями, для прямозубых колес  $K_{F\alpha} = 1$ ;

$K_{F\beta}$  – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки по длине зуба, принять  $K_{F\beta} = 1$  для прирабатывающихся зубьев при  $HV < 350$ ;

$K_{Fv}$  – коэффициент динамической нагрузки, выбирается по табл. 20 в зависимости от степени точности и окружной скорости.

Таблица 20

Степень точности	Коэффициент	Окружная скорость, м/с					
		1	2	4	6	8	10
6	$K_{Fv}$	1,06	1,13	1,26	1,40	1,58	1,67
7		1,08	1,16	1,33	1,50	1,67	1,80
8		1,10	1,20	1,38	1,58	1,78	1,96
9		1,13	1,28	1,50	1,77	1,98	2,25

Степень точности назначается в зависимости от окружной скорости  $u$ , м/с

13. Сравниваются расчетное напряжение изгиба  $\sigma_{F1}$  и  $\sigma_{F2}$  с допускаемыми. Допускается недогрузка передачи  $\sigma_F < [\sigma_F]$  до 15% или перегрузка  $\sigma_F > [\sigma_F]$  на 5%. Если эти условия не выполняются, то надо изменить ширину венца колеса  $b_2$  (уменьшить или увеличить соответственно, затем повторить определение расчетного напряжения).

## ВАЛЫ И ОСИ

*Вал* — деталь машин, предназначенная для передачи вращающего момента. В большинстве случаев валы поддерживают вращающиеся вместе с ними детали (зубчатые колеса, шкивы, звездочки).

Некоторые валы (например, гибкие, карданные, торсионные) не поддерживают вращающиеся детали. Валы машин, которые кроме деталей передач несут рабочие органы машины, называются *коренными*. Коренной вал станков с вращательным движением инструмента называется *шпинделем*. Вал, распределяющий механическую энергию по отдельным рабочим машинам, называется *трансмиссионным*. В отдельных случаях валы изготавливают как одно целое с цилиндрической или конической шестерней (*вал—шестерня*) или с червяком (*вал — червяк*).

По форме геометрической оси валы бывают *прямые, коленчатые и гибкие*. На рисунке 53 показаны конструкции валов. *Ступенчатые валы*, являются наиболее распространенными. Для уменьшения массы или для размещения внутри других деталей валы иногда делают с каналом по оси; в отличие от сплошных такие валы называют *полыми*.

*Коленчатые валы* (рис.53,б) служат для преобразования возвратно-поступательного движения во вращательное или, наоборот, вращательного движение в возвратно-поступательное (двигатели внутреннего сгорания, поршневые компрессоры, лесопильные рамы).

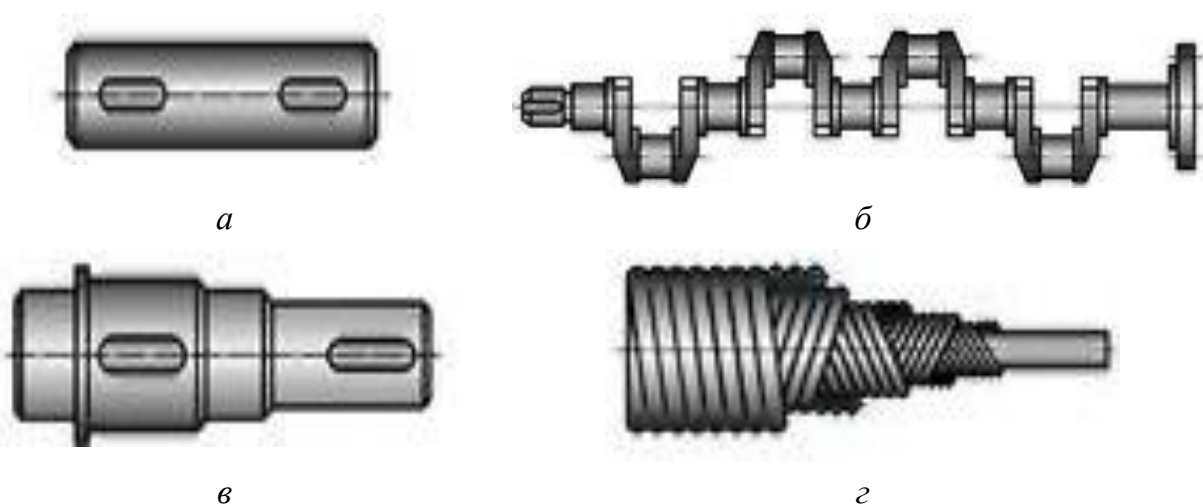


Рис. 53. Конструкции валов: *а* — гладкий; *б* — коленчатый; *в* — прямой вал переменного сечения (ступенчатый); *г* — гибкий вал

*Гибкие валы* (рис. 53,з) применяются для передачи вращения под разными углами. Они состоят из нескольких стальных плотно наложенных на друг друга проволочных слоев с чередующимся направлением навивки. Каждый слой навивки гибкого вала состоит из 4...12 проволок, диаметр которых выбирают в зависимости от назначения вала в пределах 0,5...2,6 мм.

*Ось* — деталь машин и механизмов, служащая для поддержания вращающихся частей, но не передающая вращающий момент. Оси бывают подвижные (а) и неподвижные (б), рис. 54. Вращающаяся (подвижная) ось устанавливается в подшипниках. Примером вращающихся осей могут служить оси железнодорожного подвижного состава, примером невращающихся — оси передних колес автомобиля. Из определений видно, что при работе валы испытывают деформации кручения или изгиба и кручения, а оси — только деформацию изгиба (возникающими в отдельных случаях деформациями растяжения и сжатия чаще всего пренебрегают).

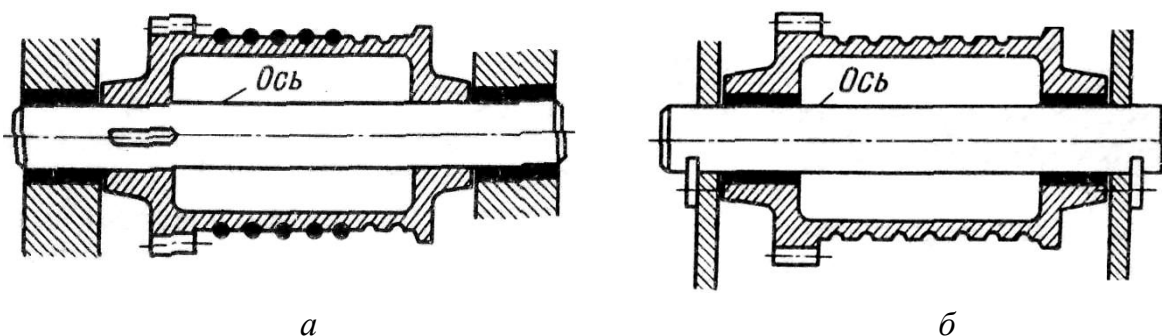


Рис. 54. Конструкции осей: а — подвижная ось; б — неподвижная ось

*Конструктивные элементы валов и осей.*

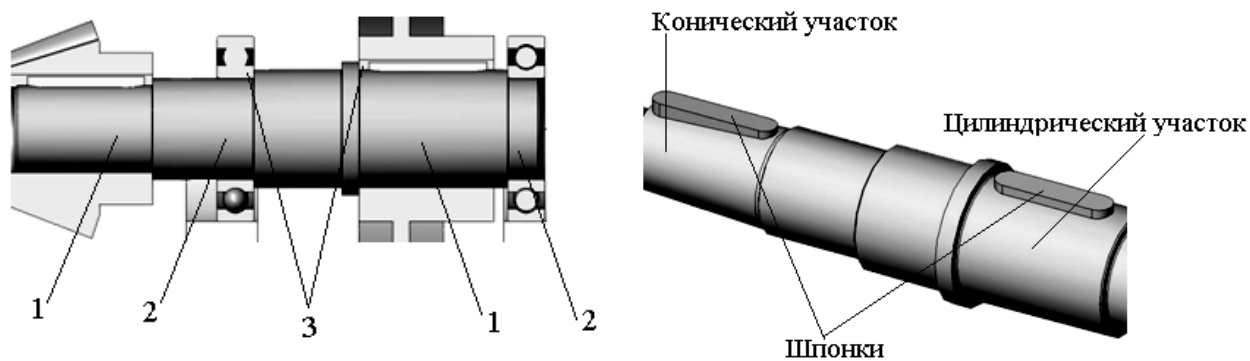


Рис. 55. Вал с конструктивными элементами: 1 — посадочная поверхность (посадочный участок), 2 — цапфа, 3 — переходная поверхность (переходный участок)

Посадочными поверхностями называют поверхности, на которые насаживают ступицы шкивов, зубчатых колес, звездочек. Бывают цилиндрическими и коническими. Вращающий момент от ступицы к валу и наоборот может передаваться с помощью шпоночного соединения, шлиц или посадки с натягом.

Участок валов и вращающихся осей, которыми они опираются на подшипники, называют *цапфами*. Цапфы по форме могут быть цилиндрическими, реже коническими и сферическими. Существуют три типа цапф: шипы, шейки и пяты, рис. 56.

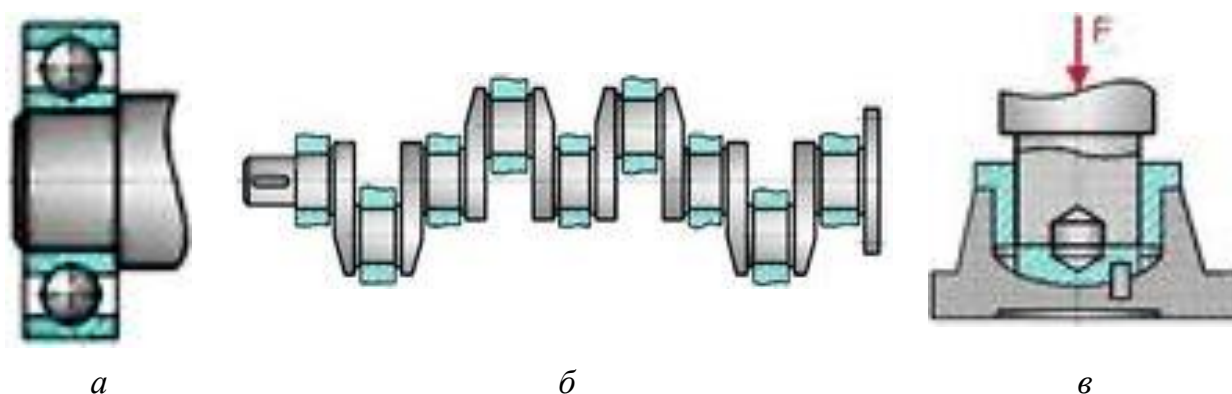


Рис. 56. Типы цапф: *а* – шип цилиндрический; *б* – шейки на коленчатом валу; *в* – пята

*Шип* – это цапфа, расположенная на конце вала или оси и передающая на опору (подшипник) преимущественно радиальную нагрузку.

*Шейка* – это, цапфа, расположенная на некотором расстоянии от конца вала и передающая на опору преимущественно радиальную нагрузку. Опорами для шипов и шеек служат подшипники.

*Пятой* называют цапфу, передающую на опору осевую нагрузку. Опорами для пят служат подшипники скольжения или упорные подшипники качения.

Валы чаще изготавливают ступенчатыми, значительно реже одинакового сечения по длине. Более широкое применение ступенчатых валов объясняется разным нагружением отдельных сечений, условиями изготовления, удобством посадки на них деталей и сборочных единиц. Переходные участки, между двумя ступенями выполняют с помощью галтелей или канавок, рис. 57.

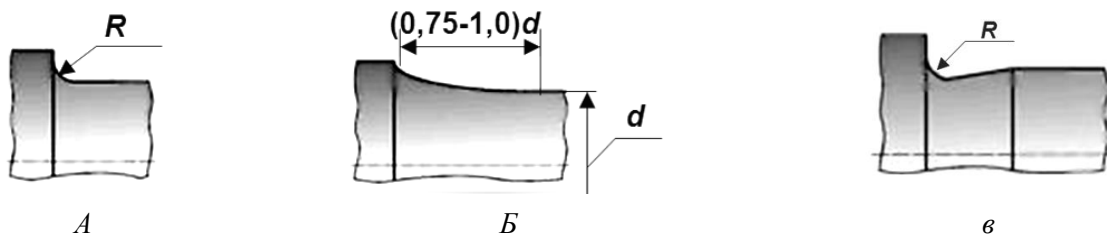


Рис. 57. Переходные участки вала: а – галтель постоянного радиуса; б – галтель переменного радиуса; в – канавка шлифованная по наружному цилиндру

*Галтель* – это плавный переход от одного диаметра к другому. Она уменьшает концентрацию напряжений. Чаще галтель делают постоянного радиуса, но в случае. Когда концентрация напряжений должна быть снижена значительно, галтель может иметь переменный радиус.

*Канавка* представляет углубление определенного профиля. Она облегчает выход режущего инструмента при изготовлении ступеней валов, но повышает концентрацию напряжений.

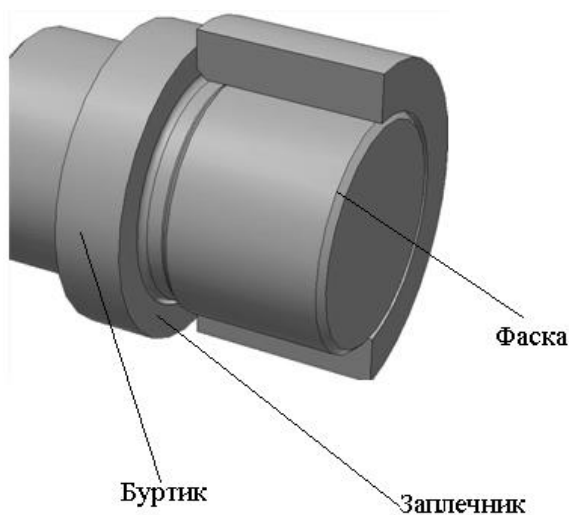


Рис. 58. Конструктивные элементы вала

Кольцевое утолщение на валу называют *буртиком*. Плоские поверхности буртика называют *запечниками*. Они позволяют фиксировать положение деталей на валу и вала в подшипниках и воспринимают осевые силы, рис. 58.

Скошенная часть поверхности вала у торцов, а также в местах перехода ступеней, называется *фаской*. Она облегчает посадку деталей на вал и предохраняет руки от повреждений. Для установок шпонок в валу фрезеруют шпоночные пазы.

Критериями работоспособности валов являются усталостная прочность, жесткость и виброустойчивость.

Требованиям *работоспособности* валов и осей наиболее полно удовлетворяют углеродистые и легированные стали, а в ряде случаев — высокопрочные чугуны. Выбор материала, термической и химико-термической обработки определяется конструкцией вала и опор, техническими условиями на изделие и условиями его эксплуатации.

Проектный расчет вала из условия прочности может быть выполнен как *ориентировочный* или как *приближенный*:

При *ориентировочном* расчете определяется диаметр вала из условия прочности на кручение. При этом не учитывают деформацию изгиба, концентрацию напряжений и характер нагрузки, поэтому допускаемые напряжения принимаются пониженными —  $[\tau] = 20 \dots 30$  МПа.

$$\tau_k = \frac{M_k}{W_p} \leq [\tau_k] \quad (87)$$

диаметр вала определяется по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_k}{0,2 [\tau_k]}}, \quad (88)$$

где  $M_k$  — крутящий момент, Н·мм;

$W_p$  — полярный момент сопротивления рассматриваемого сплошного сечения вала, мм<sup>3</sup>,  $W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0,2d^3$ .

При ориентировочном расчете по формуле 88 обычно определяют диаметр концов валов. Полученное значение диаметра должно быть округлено до ближайшего бóльшего стандартного. После этого диаметры остальных участков валов назначают по конструктивным соображениям с учетом удобства посадки на них подшипников качения, зубчатых колес, других деталей.

*Приближенный расчет* вала выполняется из условия прочности при совместном действии изгиба и кручения. При этом при расчете вала определяется эквивалентный момент, учитывающий одновременно и крутящий, и изгибающий моменты:

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + M_{\text{к}}^2} = \sqrt{(M_{\text{и}}^{\text{в}})^2 + (M_{\text{и}}^{\text{г}})^2 + M_{\text{к}}^2}, \quad (89)$$

где  $M_{и}$  – суммарный изгибающий момент, Н·мм;

$M_{к}$  – крутящий момент, Н·мм;

$M_{и}^в$  – изгибающий момент от сил, действующих на вал в вертикальной плоскости;

$M_{и}^г$  – изгибающий момент от сил, действующих на вал в горизонтальной плоскости.

Диаметр вала определяется по формуле

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1[\sigma_{и}]}} \quad (90)$$

$$[\sigma_{и}] = \frac{\sigma_{-1}}{[n]K_{\sigma}} \quad (91)$$

где:  $\sigma_{-1}$  – предел выносливости материала вала при симметричном цикле нагружения, МПа; зависит от принятого материала вала;

При проектировании редукторов диаметр выходного конца ведущего вала можно принять равным диаметру вала электродвигателя, с которым вал редуктора будет соединен муфтой. После установления диаметра выходного конца вала назначается диаметр цапф вала (несколько больше диаметра выходного конца) и производится подбор подшипников. Диаметр посадочных поверхностей валов под ступицы насаживаемых деталей для удобства сборки принимают больше диаметров соседних участков.

### Задача №10

По условию предыдущей задачи рассчитать ведущий вал зубчатой передачи из условия прочности, рассмотрев его как балку на двух опорах, а также подобрать подшипники для вала. Материал вала – сталь 45, допускаемое напряжение  $[\sigma]_{и} = 60$  МПа. Расстояние между опорами  $l$  принять

$$l = b_2 + (80 \dots 100) \text{ мм.}$$

Расчет вала сводится к определению диаметров в опасных сечениях (под шестерней, подшипниками).

Порядок решения задачи:

Построить расчетную схему нагружения вала, используя схему сил в зацеплении (см. рис. 52 и 59).

1. *Вертикальная плоскость*

Определить опорные реакции от окружной силы  $F_{t1}$ , которая действует в вертикальной плоскости вдоль оси  $y$ , построить эпюру изгибающих моментов от сил, действующих в вертикальной плоскости.

2. *Горизонтальная плоскость*

Определить опорные реакции от радиальной силы  $F_{r1}$ , которая действует в горизонтальной плоскости вдоль оси  $x$ . Затем построить эпюру изгибающих моментов от сил, действующих в горизонтальной плоскости.

1. Найти суммарный изгибающий момент в опасном сечении, Н·мм

$$M_{и} = \sqrt{(M_{и}^B)^2 + (M_{и}^r)^2}$$

2. Построить эпюру крутящих моментов  $M_K = T_1$ , Н·мм

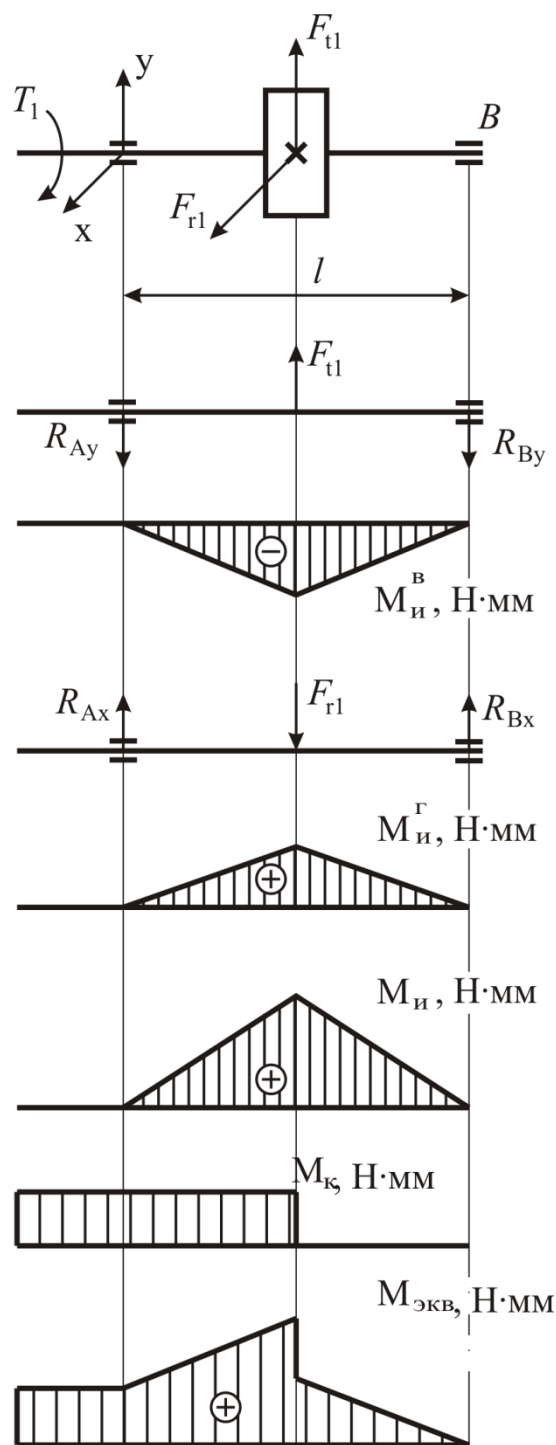


Рис. 59. Схема нагружения вала и эпюры изгибающих моментов от сил, действующих в горизонтальной и вертикальной плоскости, эпюра крутящего момента и эквивалентного момента.

3. Определить эквивалентный момент в опасном сечении, Н·мм

$$M_{эKB} = \sqrt{M_{и}^2 + M_{к}^2},$$



4. Определить диаметр вала в опасном сечении, мм

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{экв}}}{0,1 \cdot [\sigma]_{\text{и}}}}$$

где  $[\sigma]_{\text{и}}$  – допускаемое напряжение при изгибе, МПа, принять  $[\sigma]_{\text{и}} = 60$  МПа.

Расчетный диаметр под шестерней округлить в бóльшую сторону по стандартному ряду на линейные размеры: ...25, 28, 32, 36, 40, 45, 50, 63, 71, 80, 90, 100 мм и т.д.

Диаметр участков вала под подшипники (цапф) принять из следующего расчета:

$$d_{\text{п}} = d - (5 \dots 10), \text{ мм, и округлить до размеров, кратных пяти.}$$

### **ПОДШИПНИКИ. ПОДБОР ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ**

*Подшипники* – это устройства, которые являются опорами для валов и вращающихся осей. Подшипники воспринимают нагрузки, приложенные к валу или оси, и передают их на корпус машины. В зависимости от направления воспринимаемой нагрузки подшипники бывают:

- 1) радиальные, воспринимающие в основном радиальные нагрузки, перпендикулярные оси цапфы;
- 2) радиально-упорные, воспринимающие радиальные и осевые нагрузки;
- 3) упорные, воспринимающие осевые нагрузки.

В зависимости от вида трения подшипники делятся на *подшипники скольжения* и *подшипники качения*.

#### **Подшипники скольжения**

В подшипнике скольжения поверхность цапфы вала или вращающейся оси скользит по его рабочей поверхности.

Подшипники скольжения применяются в следующих случаях:

- для высокоскоростных валов ( $v > 30$  м/с) (подшипники скольжения с газовой смазкой), когда подшипники качения непригодны;
- для валов с ударными и вибрационными нагрузками;
- для валов больших диаметров, для которых отсутствуют подшипники качения;

- для валов точных механизмов;
- когда по условию сборки требуются разъемные подшипники, например для коленчатых валов;
- в простых и дешевых тихоходных механизмах;
- при работе в особых условиях (воде, агрессивных средах и т.п.), в которых подшипники качения неработоспособны.

Основным элементом подшипников скольжения являются вкладыши. К его материалу предъявляются следующие требования: высокая износостойкость; низкий коэффициент трения в паре с материалом цапфы вала; высокая сопротивляемость заеданию; хорошая теплопроводность, малый коэффициент линейного расширения, хорошая смачиваемость маслом, коррозионная стойкость; хорошая обрабатываемость резанием и высокие литейные свойства. Вкладыши подшипников скольжения могут быть монолитными из антифрикционного чугуна или биметаллическими из стали или чугуна с заливкой антифрикционными материалами (бронза, баббит); металлокерамические; неметаллические (пластмассы, древесные пластики, твердые породы дерева, резина).

При износе вкладыши могут быть заменены. Подшипники скольжения бывают неразъемными и разъемными.

Достоинствами неразъемных подшипников скольжения (рис. 60) являются простота конструкции и небольшая стоимость. Вместе с этим они неудобны при монтаже и демонтаже валов и не позволяют компенсировать зазор по мере износа вкладыша, выполненного в виде втулки. Их применяют главным образом в тихоходных механизмах с ручным приводом.

Разъемные подшипники скольжения сложнее по конструкции и дороже, чем подшипники неразъемные, но они облегчают монтаж и демонтаж валов и допускают регулировку зазора между валом и вкладышами, поэтому нашли основное применение в общем и, особенно, тяжелом машиностроении. Конструкция разъемного подшипника скольжения приведена на рис. 61.

Для предотвращения бокового смещения крышки относительно основания корпуса разъем корпуса подшипника выполняется ступенчатым.

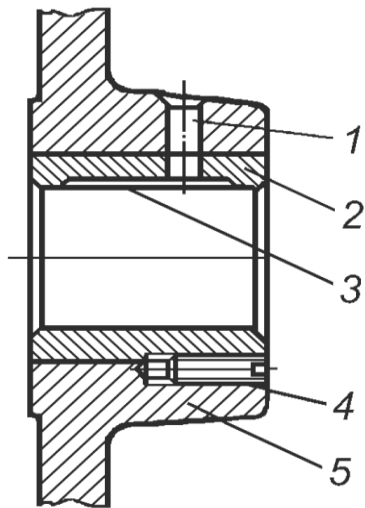


Рис. 60. Неразъемный подшипник скольжения, встроенный в станину машины:  
1 – смазочное отверстие; 2 – втулка;  
3 – смазочная канавка; 4 – стопорный винт;  
5 – станина машины

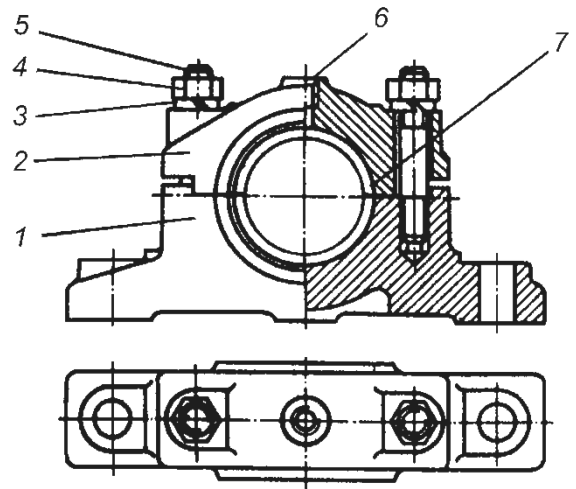


Рис. 61. Конструкция разъемного подшипника скольжения с плоскостью разъема, параллельной плоскости основания корпуса:  
1 – корпус; 2 – крышка; 3 – шайба; 4 – гайка;  
5 – шпилька; 6 – смазочное отверстие;  
7 – вкладыш

## Подшипники качения

Подшипники качения являются основным видом опор валов и вращающихся осей. Они нашли широкое применение в различных областях машиностроения.

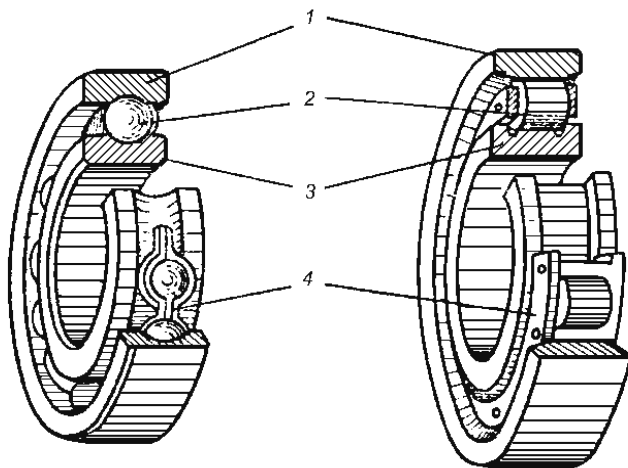


Рис. 62. Конструкция подшипников качения:  
1 – наружное кольцо; 2 – тела качения;  
3 – внутреннее кольцо; 4 – сепаратор

Большинство подшипников качения (рис. 62) состоит из следующих деталей: наружного и внутреннего колец с дорожками качения, тел качения (шариков или роликов) и сепаратора, разделяющего тела качения. Чаще всего внутреннее кольцо насаживается на вал и вращается вместе с ним, а наружное устанавливается в корпус и является непо-

движным.

Подшипники качения могут иметь тела качения в виде шариков или роликов, ролики, в свою очередь, могут быть короткими, длинными, витыми, бочкообразными, коническими и игольчатыми.

*Достоинства* подшипников качения:

- не требуют особого внимания и ухода;
- малый расход смазки;
- малые потери на трение;
- незначительный нагрев;
- высокая степень взаимозаменяемости;
- сравнительно небольшая стоимость благодаря массовому производству на специализированных заводах.

*Недостатки* подшипников качения:

- высокая чувствительность к ударным и вибрационным нагрузкам;
- малонадежны в высокоскоростных приводах ( $v > 30$  м/с);
- непригодны для работы в агрессивных средах (в морской воде, при низких и высоких температурах и т.д.);
- шум при больших скоростях;
- непригодны для применения в качестве опор коленчатых валов.

Подшипники качения получили широкое распространение во всех областях машиностроения. Массовое автоматизированное производство позволяет обеспечить высокое качество их изготовления и сравнительно малую стоимость.

Классификация подшипников качения дана на рис. 63.

Подшипники качения маркируют нанесением на торец ряда цифр и букв.

Полное условное обозначение подшипника состоит из основного условного обозначения и дополнительных знаков.

Расшифровку знаков в основном условном обозначении выполняют справа налево.

Подшипники качения маркируют нанесением на торец ряда цифр и букв.

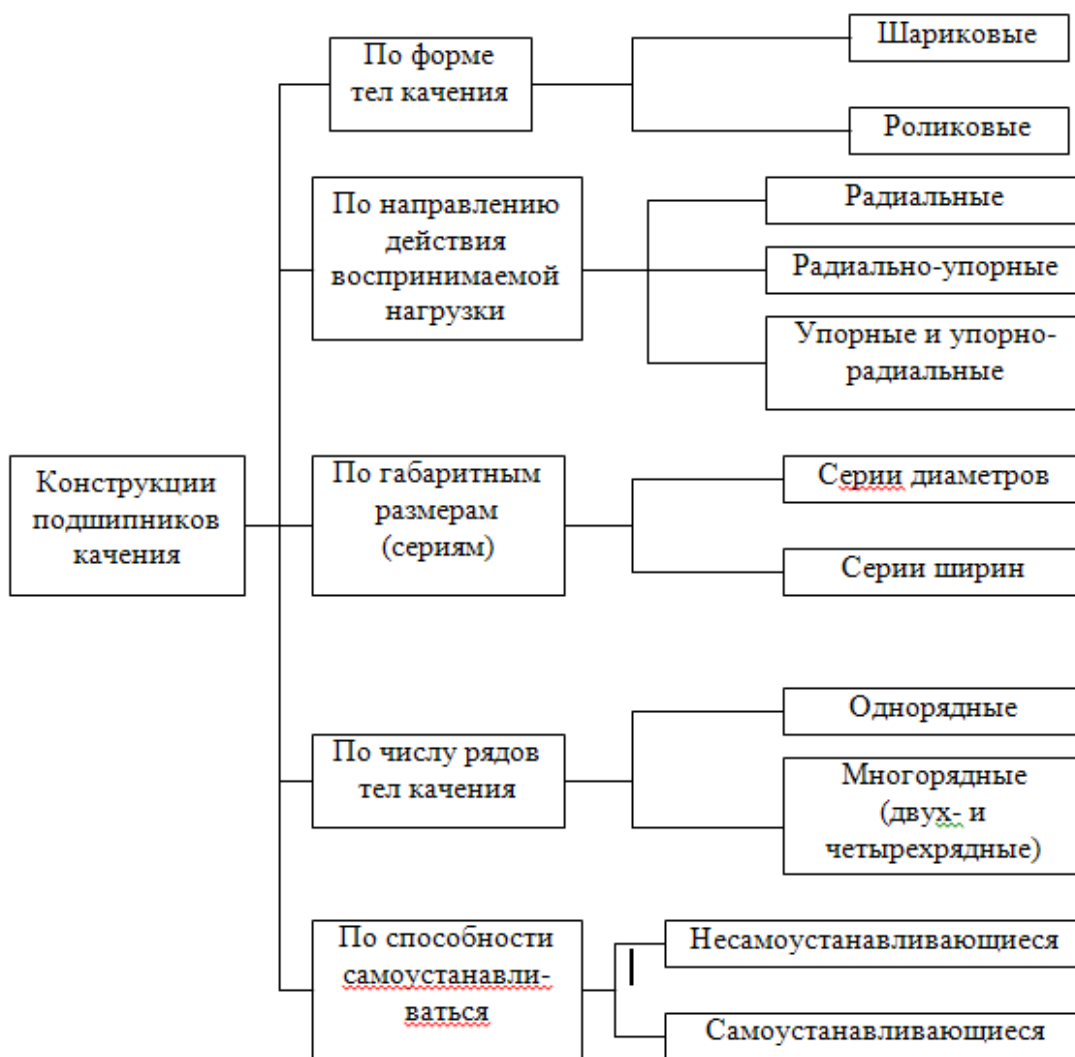


Рис. 63. Классификация подшипников качения

Полное условное обозначение подшипника состоит из основного условного обозначения и дополнительных знаков.

Расшифровку знаков в основном условном обозначении выполняют справа налево.

Приведем расшифровку основного условного обозначения подшипников с диаметром отверстия более 10 мм имеют наибольшее применение в технике.

Первые два знака (справа) обозначают диаметр отверстия подшипника. Диаметры, кратные 5, обозначают частным от деления значения этого диаметра на 5. Это правило действует при  $20 \text{ мм} \leq d \leq 450 \text{ мм}$ . Обозначения, соответствующие диаметрам отверстия подшипников от 10 до 17 мм, приведены в табл.21.

Таблица 21

## Обозначения диаметров отверстия подшипников от 1 до 17 мм

Диаметр отверстия подшипника, мм	Обозначение
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8
9	9
10	00
12	01
15	02
17	03

Третья цифра обозначает серию диаметров. ГОСТ 3478–79 установлены следующие серии диаметров в порядке увеличения наружного диаметра подшипника при одинаковом диаметре отверстия: 0; 8; 9; 1, 7, 2, 3, 4 и 5. Часто у шариковых однорядных подшипников серию диаметров 9 называют сверхлегкой, 1 – особо легкой, 2 – легкой, 3 – средней, 4 – тяжелой.

Четвертая цифра обозначает тип подшипника:

Радиальный шариковый	0
Радиальный шариковый сферический	1
Радиальный роликовый с короткими цилиндрическими роликами	2
Радиальный роликовый сферический	3
Радиальный роликовый игольчатый или с длинными цилиндрическими роликами	4
Радиальный роликовый с витыми роликами	5
Радиально-упорный шариковый	6
Радиально-упорный роликовый конический	7
Упорный или упорно-радиальный шариковый	8
Упорный или упорно-радиальный роликовый	9

*Если левее 0 цифр нет, то 0 в условном обозначении не ставится, но подразумевается, например: 308 – подшипник шариковый радиальный однорядный, серии диаметров 3, с диаметром отверстия 40 мм.*

Пятая и шестая цифры обозначают отклонение конструкции подшипника от основного типа.

Седьмая цифра обозначает серию ширин или высот. ГОСТ 3478–79 установлены следующие серии ширин в порядке увеличения ширины или для упорных подшипников – высоты: 7, 8, 9, 0, 1, 2, 3, 4, 5 и 6.

### Основные типы подшипников качения

*Радиальные шариковые однорядные* (тип 0) подшипники (рис. 65,а) предназначены для восприятия радиальных нагрузок, но могут воспринимать и небольшие осевые нагрузки. Удовлетворительно работают при перекосе осей колец до  $8'$ . Это наиболее распространенный тип подшипников. Его вы-

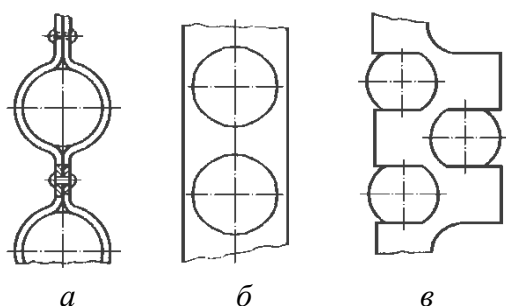


Рис. 64. Конструкции сепараторов шариковых радиальных подшипников: а – штампованный (змейковый); б – массивный; в – лепестковый

полняют обычно со стальным штампованным (змейковым) сепаратором, состоящим из двух половинок, соединенных заклепками (рис. 64,а). При высоких скоростях (более 15 м/с на цапфе вала) применяют массивные сепараторы (рис. 64,б).

При проектировании опор валов следует ориентироваться в первую

очередь на применение шариковых радиальных однорядных подшипников, отличающихся невысокой стоимостью, простотой монтажа и обслуживания, способностью воспринимать не только радиальные, но и небольшие осевые нагрузки.

*Радиальные шариковые сферические* (тип 1) подшипники (рис. 65,с) предназначены в основном для восприятия радиальных нагрузок, но могут воспринимать и небольшие осевые нагрузки любого направления. Дорожка качения наружного кольца обработана по сфере, описанной из центра подшипника, что позволяет подшипнику самоустанавливаться и работать при значительных перекосах осей колец (до  $3^\circ$ ), вызванных несоосностью отверстий под подшипники (подшипники в разных корпусах) и большими упругими деформациями валов. Подшипник имеет обычно стальной штампованный сепаратор лепесткового типа (см. рис. 64,в).

*Радиальные роликовые однорядные* (тип 2) подшипники с короткими цилиндрическими роликами (рис. 66,а) отличаются от шарикоподшипников повышенной несущей способностью (могут воспринимать в 1,5–2,0 раза бóльшую радиальную нагрузку, чем одинаковые по размерам шариковые подшипники) за счет линейного контакта между роликами и беговыми дорожками колец и большого числа роликов. *Недостатки:* дороже и тяжелее, чем шариковые, и требуют высокую соосность цапф валов (угол перекоса осей колец не должен превышать 2', так как из-за перекоса роликов возникают значительные кромочные контактные напряжения, снижающие долговечность подшипников).

*Радиальные роликовые сферические* (тип 3) подшипники (рис.66,б) предназначены в основном для работы под действием радиальных нагрузок, но могут одновременно воспринимать и осевую нагрузку, действующую в обоих направлениях и не превышающую 25 % неиспользованной допустимой радиальной нагрузки. Обладают значительно более высокой грузоподъемностью, чем равногабаритные сферические шарикоподшипники. Допустимые частоты вращения ниже, чем у подшипников с короткими цилиндрическими роликами. Дорожка качения на наружном кольце выполнена по сфере. Являются самоустанавливающимися, могут работать при значительном (до 3°) перекосе оси внутреннего кольца относительно оси наружного, вызванного прогибом вала под действием нагрузки или неточностью изготовления и монтажа корпусов подшипников.

*Радиальные роликовые игольчатые* (тип 4) с длинными цилиндрическими роликами подшипники предназначены для восприятия только радиальных нагрузок (рис. 66,с). Они обладают сравнительно малыми размерами в радиальном направлении. Монтаж внутреннего и наружного колец с комплектом роликов (игл) обычно производят отдельно. На наружном кольце предусмотрены отверстия для подачи смазки к роликам. Перекос внутреннего кольца относительно наружного недопустим, так как это ведет к нарушению линейного контакта роликов (игл) с дорожками качения.

Игольчатые подшипники применяются в тех случаях, когда размеры подшипников в диаметральной плоскости должны быть небольшими. Особенно широко эти подшипники применяются при работе в режиме качения.



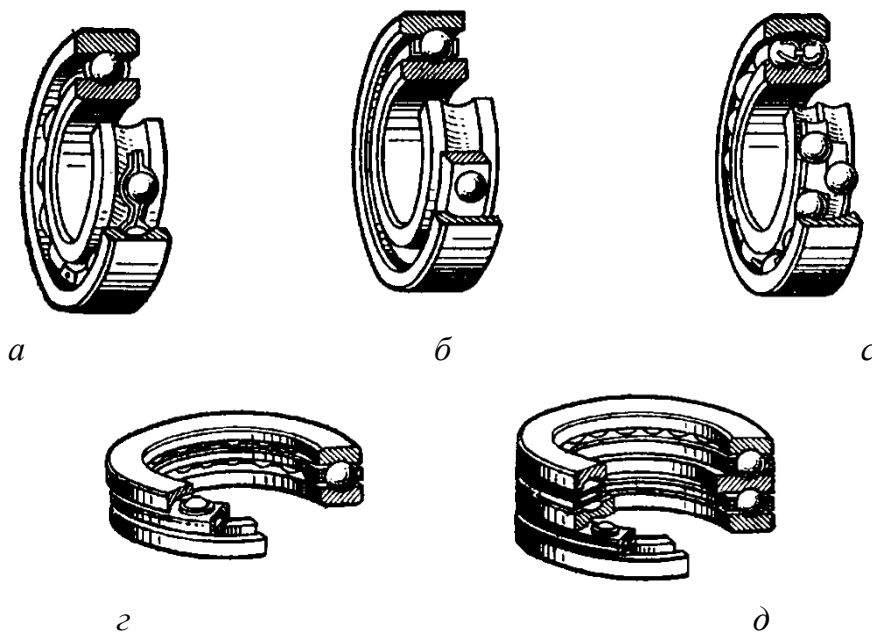


Рис. 65. Основные типы шариковых подшипников качения:  
*а* – радиальный однорядный; *б* – радиально-упорный однорядный;  
*в* – радиальный двухрядный сферический; *г* – упорный однорядный;  
*д* – упорный двухрядный

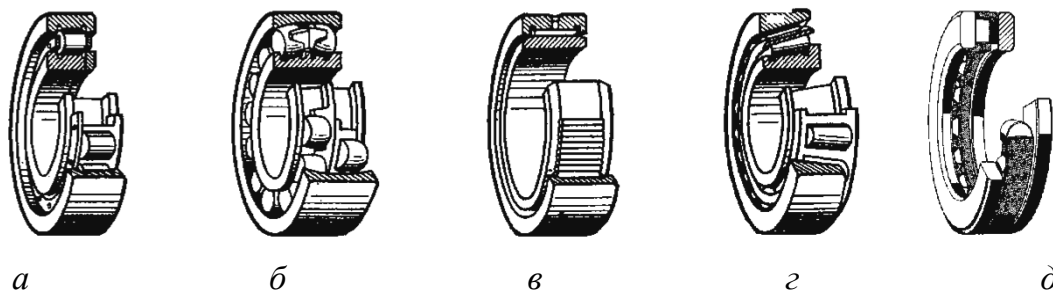


Рис. 66. Основные типы роликовых подшипников качения:  
*а* – радиальный с короткими цилиндрическими роликами однорядный;  
*б* – радиальный двухрядный сферический; *в* – радиальный игольчатый;  
*г* – радиально-упорный конический однорядный; *д* – упорный однорядный

*Радиальные роликовые подшипники с витыми роликами* (тип 5), так же как и игольчатые, воспринимают только радиальные нагрузки. В этих подшипниках пустотелые ролики изготовлены из стальной ленты прямоугольного сечения. К достоинствам радиальных роликовых подшипников с витыми роликами следует отнести высокую упругую податливость роликов, что позволяет использовать подшипники при ударных нагрузках. Кроме того, эти подшипники малочувствительны к загрязнению. Недостатками таких подшипников являются: низкая грузоподъемность (примерно в 2 раза меньше, чем у подшипников со сплошными роликами); малые допустимые частоты вращения (до  $1000 \text{ мин}^{-1}$ ). Применяются в тихоходных, малонагруженных, неответственных узлах, не требующих большой точности вращения, испыты-

вающих ударные нагрузки и повышенное загрязнение. Нашли ограниченное применение.

*Радиально-упорные шариковые* (тип 6) подшипники (рис. 65,б) предназначены для восприятия радиальной и осевой силы, действующей в одном направлении. Способность воспринимать осевую силу определяется углом контакта  $\alpha$ , равным углу между линией действия результирующей нагрузки на тело качения и плоскостью, перпендикулярной оси подшипника. С увеличением угла контакта  $\alpha$  осевая грузоподъемность возрастает за счет уменьшения радиальной.

*Радиально-упорные роликовые конические* (тип 7) подшипники (рис. 66,з) предназначены для восприятия одновременно действующих радиальных и осевых нагрузок. Допустимые окружные скорости значительно ниже, чем у подшипников с короткими цилиндрическими роликами. Осевая грузоподъемность возрастает с увеличением угла контакта дорожки качения наружного кольца. Отличаются от шариковых радиально-упорных подшипников большей грузоподъемностью, меньшей предельной частотой вращения и более низкой точностью вращения вала. Допускают отдельный монтаж наружного кольца и внутреннего кольца с комплектом роликов.

*Упорные однорядные и двухрядные шариковые* (тип 8) подшипники показаны на (рис. 65, з). Они предназначены для восприятия осевых нагрузок. Основное конструктивное исполнение – одинарный упорный подшипник типа 8000. Он предназначен для восприятия только осевой силы, направленной в одну сторону. Лучше работает на вертикальных валах и не требует точности монтажа. Из-за центробежных сил гироскопического эффекта, действующих на вал, его применяют при значительно меньших частотах вращения вала, чем другие шарикоподшипники. Окружная скорость вала не более 5...10 м/с. Подшипник имеет два кольца: одно устанавливается на валу с натягом, другое свободно в корпусе.

*Упорные и упорно-радиальные роликовые* (тип 9) подшипники (рис. 66,д). Характеризуются высокой грузоподъемностью, но очень чувствительны к перекосам колец. Каждый подшипник имеет два плоских кольца, между которыми расположен сепаратор с короткими цилиндрическими роликами. Подшипники предназначены для восприятия только осевой силы од-

ного направления, главным образом на вертикальных валах, работающих с невысокими частотами вращения.

### Подбор подшипников качения

При конструировании машин подшипники качения не конструируют и не рассчитывают, а подбирают из числа стандартных. Работоспособность и правильность подбора подшипников качения зависят от частоты вращения одного из колец. Подшипники проверяются по статической грузоподъемности, если они воспринимают внешнюю нагрузку в неподвижном состоянии или при медленном вращении (в случае, когда частота вращения вала  $n \leq 10 \text{ мин}^{-1}$ ). Подшипники, работающие при частоте вращения  $n > 10 \text{ мин}^{-1}$ , но меньшей предельной, проверяются на долговечность.

Предварительно назначают тип и схему установки подшипников. Подбор подшипников делают для обеих опор вала. В редукторах для обеих опор чаще применяют подшипники одного типа и размера. В этом случае делают проверку наиболее нагруженного подшипника. Если из соотношения радиальных и осевых сил нельзя заранее сказать, какая опора более нагружена, то расчет ведут параллельно для обеих опор до получения эквивалентных динамических нагрузок, по которым и определяют наиболее нагруженную опору.

Расчет на долговечность в часах при разном уровне надежности осуществляется по формуле

$$L_{ah} = a_1 \frac{10^6}{60n} \left( \frac{C}{P} \right)^m, \quad (92)$$

где  $a_1$  – коэффициент надежности, который приводится в справочных таблицах (для решения задачи принять  $a_1=1$ , что соответствует 90% надежности);

$m$  – показатель степени,  $m = 3$  для шариковых и  $m = 10/3$  – роликовых подшипников;

$C$  – динамическая грузоподъемность, Н;

$P$  – эквивалентная динамическая нагрузка, Н.

Долговечность подшипника в часах при надежности 90%

$$L_{ah} = \frac{10^6}{60n} \left( \frac{C}{P} \right)^m \quad (93)$$

## Расчет эквивалентной динамической нагрузки

Конструктивная разновидность подшипника	Эквивалентная динамическая нагрузка
Шариковый радиальный и радиально-упорный, роликовый радиально-упорный	$P_r = (XVR + YF_a)K_\sigma K_T$
Роликовый радиальный	$P_r = R (K_\sigma K_T)$
Шариковый и роликовый упорный	$P_a = F_a (K_\sigma K_T)$
Шариковый и роликовый упорно-радиальный	$P_a = (XR + YF_a)K_\sigma K_T$

*Примечание.* Принятые обозначения:  $R$  – радиальная нагрузка, действующая на подшипник (численно равна суммарной реакции опоры), Н;

$F_a$  – осевая нагрузка, Н;

$V$  – коэффициент вращения, учитывающий зависимость долговечности подшипника от того, какое из колец вращается: при вращении внутреннего кольца  $V = 1$ ; при вращении наружного кольца  $V = 1,2$ ;

$K_\sigma$  – коэффициент безопасности, учитывающий влияние эксплуатационных перегрузок на долговечность подшипника, определяется по таблице;

$K_T$  – коэффициент, учитывающий влияние температуры на долговечность подшипника, определяется по таблице;

$X, Y$  – коэффициенты соответственно радиальной и осевой нагрузок, определяются в зависимости от соотношения нагрузок и приводятся в таблицах.

Тип подшипника выбирают по следующим рекомендациям:

$\frac{F_a}{R}$	< 0,35	0,35...0,70	0,71...1,0	1,1...1,5	> 1,5
Тип Подшипника	0000	36000 $\alpha = 12^\circ$	46000 $\alpha = 26^\circ$	66000 $\alpha = 36^\circ$	7000

Расчетную долговечность выбранного подшипника  $L_{nh}$  сравнивают с требуемой  $[L_h]$ , равной ресурсу работы машины или механизма, которая задается диапазоном  $[L_h]_{\min} \dots [L_h]_{\max}$ . Условие долговечности принятого подшипника выполнено, если  $[L_h]_{\min} < L_{ah} < [L_h]_{\max}$ .

Первоначально принимается подшипник серии диаметров 2 (легкая серия). Если  $L_{ah} > [L_h]_{\max}$ , то следует перейти на серию диаметров 1 (особо легкая) и расчет повторить, а если  $L_{ah} < [L_h]_{\min}$ , то необходимо взять подшипник

серии диаметров 3 (средняя серия) или 4 (тяжелая серия), т.е. имеющий большую динамическую грузоподъемность, чтобы выполнить условие долговечности.

### **Задача № 11**

Для вала, который рассчитан в задаче № 10, подобрать подшипники. Исходные данные, которые необходимы для подбора:

- диаметр цапфы (участка вала под подшипник),  $d_{\text{П}}$ , мм. При проектировании вала следует назначить диаметр цапфы кратным пяти;
- частота вращения вала  $n$ ,  $\text{мин}^{-1}$  (вычислить по значению угловой скорости шестерни);
- радиальные нагрузки на подшипник, численно равные суммарным реакциям в опорах  $R_A$  и  $R_B$ , Н (осевая нагрузка на подшипники в данном случае отсутствует,  $F_a=0$ );
- требуемая минимальная долговечность  $[L_h]_{\text{мин}} = 10000$  часов, максимальная долговечность  $[L_h]_{\text{макс}} = 25000$  часов;
- коэффициенты:  $K_6$  принять 1,5,  $K_T$  принять 1;
- $X$ ,  $Y$  – коэффициенты радиальной и осевой нагрузок принять  $X=1$ ,  $Y=0$ , так как в данном случае осевая нагрузка  $F_a=0$ .

### **Пример подбора шарикового радиального подшипника качения**

Данные для подбора:

диаметр цапфы  $d_{\text{П}} = 35$  мм;

частота вращения вала  $n = 250$   $\text{мин}^{-1}$ ;

радиальные нагрузки на подшипник, численно равные суммарным реакциям в опорах  $R_A = 3150$  Н,  $R_B = 2500$  Н;

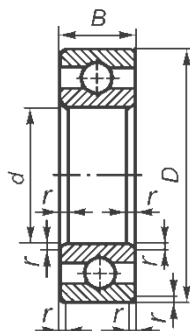
требуемая минимальная долговечность  $[L_h]_{\text{мин}} = 10000$  часов;

коэффициенты:  $K_6$  принять 1,5,  $K_T$  принять 1;

$X=1$ ,  $Y=0$ .

По диаметру цапфы вала выписываем из таблицы 23 обозначение подшипника и его динамическую грузоподъемность. Подбор начинаем с легкой серии диаметров 2. В данном случае это будет подшипник 207, у которого статическая грузоподъемность  $C = 25500$ Н;

Основные параметры радиальных шариковых  
однорядных подшипников (ГОСТ 8338–75)



Обозначение подшипника	Размеры, мм				Грузоподъемность, Н	
	$d$	$D$	$B$	$r$	динамическая $C$	статическая $C_0$
1	2	3	4	5	6	7
Легкая серия диаметров 2						
204	20	47	14	1,5	12700	6200
205	25	52	15	1,5	14000	6950
206	30	62	16	1,5	19500	10000
207	35	72	17	2,0	25500	13700
208	40	80	18	2,0	32000	17800
209	45	85	19	2,0	33200	18600
210	50	90	20	2,0	35100	19800
211	55	100	21	2,5	43600	25000
212	60	110	22	2,5	52000	31000
213	65	120	23	2,5	56000	34000
214	70	125	24	2,5	61800	37500
215	75	130	25	2,5	66300	41000
216	80	140	26	3,0	70200	45000
217	85	150	28	3,0	83200	53000
218	90	160	30	3,0	95600	62000
219	95	170	32	3,5	108000	69500
220	100	180	34	3,5	124000	79000
Средняя серия диаметров 3						
304	20	52	15	2,0	15900	7800
305	25	62	17	2,0	22500	11400
306	30	72	19	2,0	28100	14600
307	35	80	21	2,5	33200	18000
308	40	90	23	2,5	41000	22400
309	45	100	25	2,5	52700	30000
310	50	110	27	3,0	61800	36000
311	55	120	29	3,0	71500	41500
312	60	130	31	3,5	81900	48000
313	65	140	33	3,5	92300	56000
314	70	150	35	3,5	104000	63000
315	75	160	37	3,5	112000	72500
316	80	170	39	3,5	124000	80000
317	85	180	41	4,0	133000	90000
318	90	190	43	4,0	143000	99000
319	95	200	45	4,0	153000	110000
320	100	215	47	4,0	174000	132000

1	2	3	4	5	6	7
Тяжелая серия диаметров 4						
404	20	72	19	2,0	30700	16600
405	25	80	21	2,5	36400	20400
406	30	90	23	2,5	47000	26700
407	35	100	25	2,5	55300	31000
408	40	110	27	3,0	63700	36500
409	45	120	29	3,0	76100	45500
410	50	130	31	3,5	87100	52000
411	55	140	33	3,5	100000	63000
412	60	150	35	3,5	108000	70000
413	65	160	37	3,5	119000	78000
414	70	180	42	4,0	143000	105000
415	75	190	45	4,0	153000	114000
416	80	200	48	4,0	163000	125000
417	85	210	52	5,0	174000	135000
418	90	225	54	5,0	186000	146000

Вычисляем эквивалентную динамическую нагрузку для наиболее нагруженной опоры (в данном случае это опора А)  $P$ , Н.

Для шарикового радиального подшипника при отсутствии осевой нагрузки

$$P = V \cdot R_A \cdot K_\delta \cdot K_T,$$

$$P = 1 \cdot 3150 \cdot 1,5 \cdot 1 = 4725 \text{ Н},$$

Вычисляем долговечность подшипника в часах:

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot n} \cdot \left( \frac{C}{P} \right)^P,$$

$$L_h = \frac{10^6}{60 \cdot 250} \cdot \left( \frac{25500}{4725} \right)^3 = 10480 \text{ часов}.$$

Долговечность подшипника обеспечена, так как вычисленная долговечность больше требуемой минимальной.

$$L_h > [L_h]_{\min}$$

В случае невыполнения условия необходимо принять подшипник средней (3) или тяжелой (4) серии и вновь вычислить его долговечность. Если и для тяжелой серии диаметров 4 расчетная долговечность оказалась меньше требуемой, то нужно несколько увеличить диаметр посадочного участка вала под подшипник.

## СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН

Детали машин могут быть соединены друг с другом, образуя разъемные и неразъемные соединения.

Разъемными называют соединения, которые можно разбирать и вновь собирать без повреждения деталей. К ним относятся резьбовые, шпоночные и шлицевые (зубчатые) соединения.

Неразъемными называют соединения, которые невозможно разобрать без повреждения деталей. К ним относятся сварные и заклепочные соединения, а также посадки с натягом.

Главным критерием работоспособности соединений является прочность. Сведения о заклепочных и шпоночных соединениях приведены в пособии ранее, при рассмотрении темы «Сдвиг и смятие».

В данном разделе будут приведены сведения о резьбовых и сварных соединениях.

### Резьбовые соединения

Резьбовые соединения образуют крепежные детали (болты, винты, шпильки и гайки) посредством резьбы. Резьба получается путем прорезания или накатки канавок определенного профиля по винтовой линии. Винтовая линия представляет собой гипотенузу прямоугольного треугольника при наворачивании его на круговой цилиндр, при этом один катет этого треугольника равен длине окружности со средним диаметром резьбы  $d_2$ , а другой катет равен ходу резьбы  $p_z$  (рис. 67).

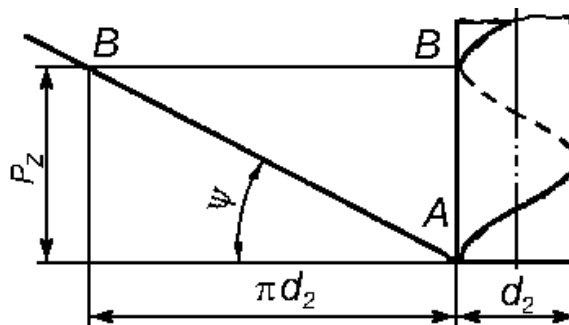


Рис. 67. Образование винтовой линии:

$d_2$  – средний диаметр резьбы;  $p_z$  – ход резьбы;

$\psi$  – угол подъема винтовой линии

Недостаток: концентрация напряжений в резьбе, снижается прочность крепежных деталей.



Достоинства резьбовых соединений:

- высокая надежность;
- малая стоимость;
- простота сборки, разборки и замены;
- возможность применения однотипных стандартизированных деталей

в разных машинах и механизмах.

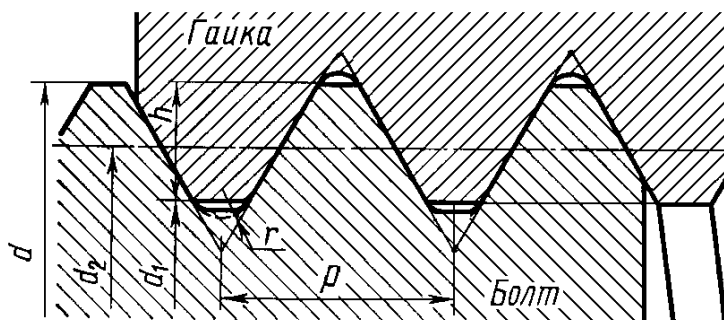


Рис. 68

Основными геометрическими параметрами резьбы (рис.68) являются:

$d$  – наружный диаметр резьбы – номинальный диаметр;

$d_2$  – средний диаметр резьбы – диаметр воображаемого цилиндра, на котором толщина витка равна ширине впадины;

$d_1$  – внутренний диаметр резьбы;

$p$  – шаг резьбы – расстояние между соседними витками;

$p_z$  – ход резьбы – расстояние между одноименными точками одной и той же винтовой линии; при многозаходной резьбе  $p_z = p \cdot z$ ,

где  $z$  – число заходов резьбы; при однозаходной резьбе  $p_z = p$ ;

$\alpha$  – угол профиля резьбы;

$\psi = \arctg \frac{p_z}{\pi d_2}$  – угол подъема винтовой линии.

Основными резьбовыми соединениями являются соединения болтами, винтами и шпильками.

Болтами (рис. 69,а) скрепляются детали небольшой толщины. Отверстия в соединяемых деталях выполняют несколько большего диаметра, чем диаметр болта. Винты (рис. 69,б) применяют, когда одна скрепляемая деталь имеет малую толщину, а другая – большую. В отличие от болта, винт ввинчивается в резьбовое отверстие толстой детали, гайка отсутствует.

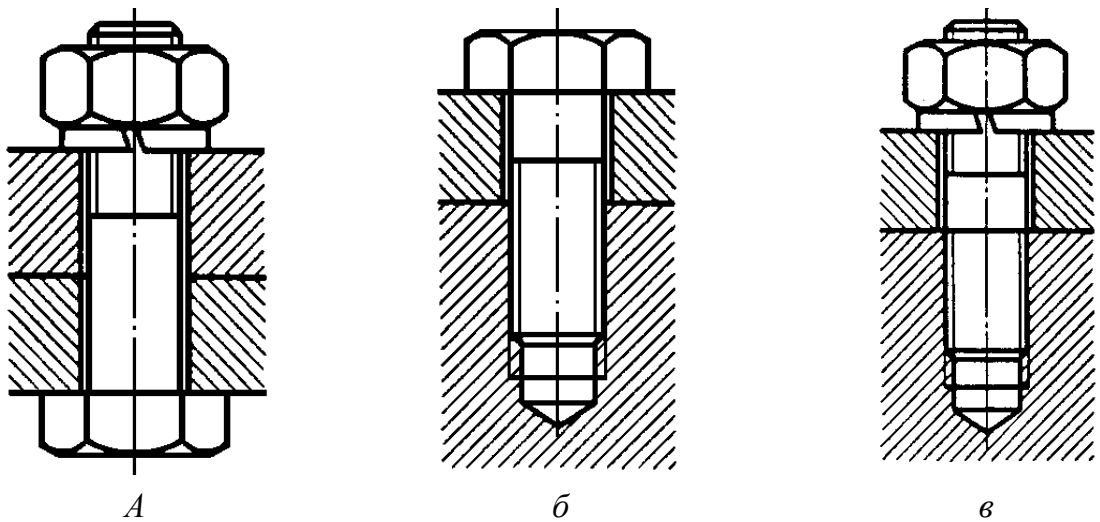


Рис. 69. Виды резьбовых соединений:

*a* – болтовое; *б* – винтовое; *в* – соединение шпилькой

Соединение шпильками (рис. 69,*в*) применяют в тех случаях, что и винтовыми, но когда материал скрепляемой детали с резьбовым отверстием не обеспечивает требуемой долговечности резьбы при частых разборках и сборках соединений.

### Классификация резьб

В зависимости от формы поверхности, на которой образована резьба, различают *цилиндрические* и *конические* резьбы. *Коническая* резьба применяется в пневмо- и гидроаппаратуре для обеспечения высокой герметичности.

В зависимости от формы профиля различают: *треугольную, прямоугольную, трапецидальную, упорную и круглую* резьбы.

По направлению винтовой линии резьбы бывают *правые* и *левые*. Правая резьба имеет основное применение. У нее винтовая линия поднимается слева вверх направо. Левая резьба применяется для крепления вращающихся деталей, чтобы предотвратить самоотвинчивание гайки.

Резьбы по числу заходов могут подразделяться на *однозаходные* и *многозаходные* и по назначению – на *крепежные* и *ходовые*. В резьбовых соединениях используются крепежные однозаходные резьбы треугольного профиля, а в передачах винт – гайка могут применяться ходовые многозаходные резьбы.

## Обозначение резьбовых соединений

УСЛОВНОЕ ОБОЗНАЧЕНИЕ БОЛТОВ, ВИНТОВ И ШПИЛЕК  
КЛАССОВ ПРОЧНОСТИ 3.6...6.8 И ГАЕК КЛАССОВ ПРОЧНОСТИ 4...8

Примеры: Болт М12 - 6g x 60.58 ГОСТ 7798 - 70;  
Болт 2М12 x 1,25 - 6g x 40.58. С. 029 ГОСТ 7696 - 70;  
Гайка М16 - 7Н. 5. 065 ГОСТ 5915 - 70

Схема обозначения

Болт	2	М12	1,25	6g	40	5.8	С	02	9	ГОСТ 7696 - 70
Наименование детали										
Исполнение ( исполнение 1 не указывается )										
Тип и диаметр резьбы										
Шаг ( крупный шаг не указывается)										
Поле допуска резьбы										
Длина болта										
Класс прочности										
Спокойная сталь										
Обозначение вида покрытия										
Толщина покрытия										
Номер стандарта										

Примечания:

М – метрическая резьба, наиболее распространенная из крепежных резьб. Имеет профиль равностороннего треугольника ( $\alpha = 60^\circ$ ). Стандартизирована. Делится на резьбы с крупным или мелким шагом. Метрическую резьбу обозначают буквой М и наружным диаметром резьбы; в мелких резьбах дополнительно указывают шаг резьбы. Например, М16 – метрическая резьба с крупным шагом и наружным диаметром 16 мм; М16x1,5 – метрическая резьба с мелким шагом, равным 1,5 мм, наружным (номинальным) диаметром 16 мм.

Класс прочности болтов, винтов и шпилек обозначается двумя числами через точку, например – 3.6; 5.8. Данные числа показывают механические характеристики материала: произведение двух чисел, умноженное на 10, показывает примерное значение предела текучести в МПа, а первое число, умноженное на 100, показывает примерное значение предела прочности в МПа. Например, класс прочности 3.6: предел текучести равен  $3 \times 6 \times 10 = 180$  МПа, а предел прочности  $3 \times 100 = 300$  МПа.

## Расчет резьбовых соединений на прочность

Основным критерием работоспособности резьбовых соединений является прочность. Расчеты на прочность сводятся к определению внутреннего диаметра резьбы болта, винта, шпильки и по таблицам принимается ближайший больший диаметр резьбы.

**Случай 1.** Резьбовое соединение нагружено осевой растягивающей силой  $F$  (рис. 70).

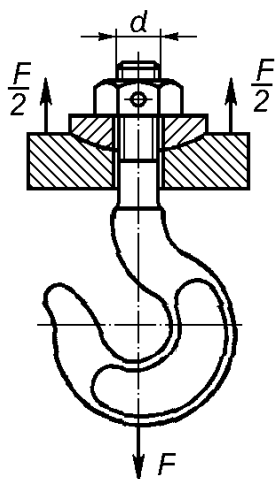


Рис. 70. Нагружение крюка осевой растягивающей силой

Условие прочности:

$$\sigma_P = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma_P].$$

Откуда внутренний диаметр резьбы

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi [\sigma_P]}}.$$

По таблицам ГОСТ на метрическую резьбу по вычисленному  $d_1$  находим размер номинального диаметра резьбы  $d$ .

**Случай 2.** Винт нагружен осевой растягивающей силой  $F$  и крутящим моментом (рис. 71).

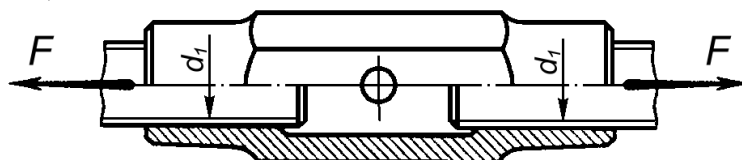


Рис. 71. Нагружение винта осевой растягивающей силой

Расчет винта при совместном действии растяжения и кручения можно заменить расчетом только на растяжение, приняв вместо  $F$  расчетную силу  $F_{\text{расч}} = 1,3 F$ . Условие прочности

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{4 F_{\text{расч}}}{\pi \cdot d_1^2} \leq [\sigma_P]$$

Откуда внутренний диаметр резьбы  $d_1 \geq \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 \cdot F_{\text{расч}}}{\pi [\sigma_P]}}$

По таблицам ГОСТ на метрическую резьбу по вычисленному  $d_1$  находим размер номинального диаметра резьбы  $d$ .

**Случай 3.** Болт установлен в отверстие без зазора и работает на срез и смятие (рис. 72).

$$\text{Условие прочности при срезе: } \tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A} = \frac{4F}{\pi d_0^2} \leq [\tau_{\text{ср}}]$$

Если число поверхностей среза  $i$  и число болтов  $z$ , то условие прочности болта имеет вид

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{4F}{\pi i z d_0^2} \leq [\tau_{\text{ср}}],$$

откуда диаметр стержня болта равен:  $d_0 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi i z [\tau_{\text{ср}}]}}$ .

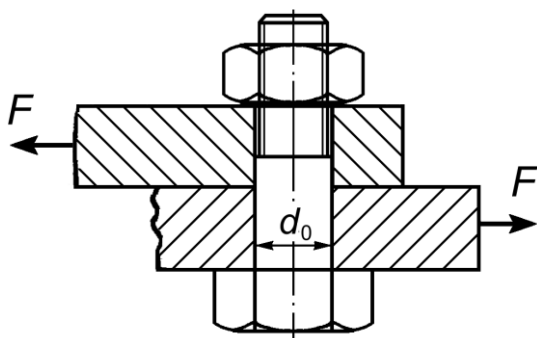
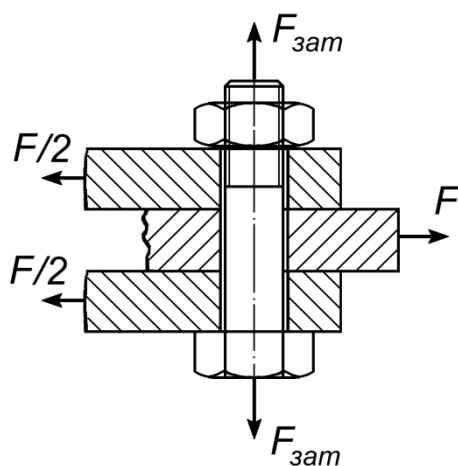


Рис. 72. Установка болта без зазора

**Случай 4.** Болтовое соединение нагружено поперечной силой  $F$ . (рис. 73).



При затяжке болта на стыке возникают силы трения, которые препятствуют относительному сдвигу деталей. Внешняя сила  $F$  на болт непосредственно не передается, поэтому производится расчет его по силе затяжки.

$$F_{\text{зам}} = \frac{F k}{f i z},$$

Рис. 73. Установка болта с зазором

где  $k = 1,2 \dots 2,0$  – коэффициент запаса по сдвигу деталей;

$f$  – коэффициент трения;

$i$  – число стыков;

$z$  – число болтов.

При затяжке болт работает на растяжение и кручение,  $F_{\text{расч}}=1,3 F_{\text{зат}}$ .  
 Внутренний диаметр резьбы болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_{\text{расч}}}{\pi[\sigma_p]}} = \sqrt{\frac{1,3 \cdot 4 \cdot F_{\text{зат}}}{\pi[\sigma_p]}}$$

По таблицам ГОСТ на метрическую резьбу по вычисленному  $d_1$  находим размер номинального диаметра резьбы  $d$ .

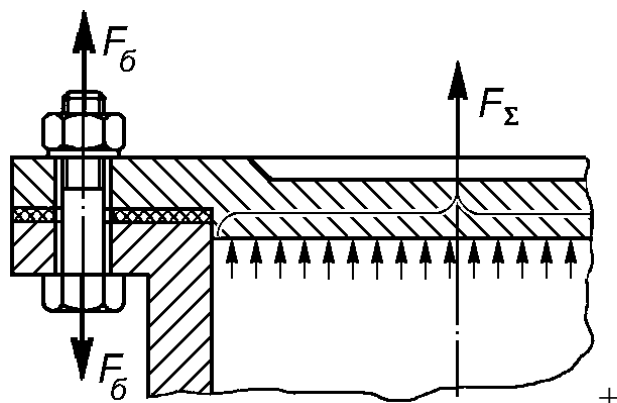


Рис. 74. Установка болта с предварительной затяжкой

**Случай 5.** Болтовое соединение предварительно затянуто при сборке и нагружено внешней осевой растягивающей силой  $F_{\Sigma}$ . Этот случай часто применяется в машиностроении при расчете крепления крышек пневмо- и гидроцилиндров (рис. 74) и носит название расчета на нераскрытие стыка.

Обозначим:  $F_0$  – сила предварительной затяжки болта, при сборке;

$F_{\Sigma}$  – внешняя растягивающая сила, приходящаяся на  $z$  болтов;

$F = F_{\Sigma}/z$  – внешняя растягивающая сила, приходящаяся на один болт.

Предварительная затяжка каждого болта (при сборке) должна обеспечить плотность соединения и отсутствия раскрытия стыка после приложения внешней силы  $F$ . Болт после приложения силы  $F$  воспринимает суммарную силу

$$F_A = F_0 + \chi F,$$

а сжатые детали воспринимают силу

$$F_{\partial} = -F_0 + (1 - \chi) F.$$

То есть часть силы  $F$ , а именно  $\chi F$ , действует на болт, а остальная часть  $(1 - \chi) F$  – на сжатые детали. Здесь  $\chi$  – коэффициент внешней нагрузки, учитывающий, какая часть внешней нагрузки при совместной деформации и деталей стыка приходится на болт.

При расчетах принимают: при соединении стальных и чугунных деталей без упругих прокладок  $\chi=0,2 \dots 0,3$ , при соединении стальных и чугунных деталей с упругими прокладками (асбест, паронит, резина)  $\chi=0,4 \dots 0,5$ . Детали плотно прижаты друг к другу, пока  $F_{\partial} \geq 0$ , тогда минимальное усилие затяжки  $F_{0\text{min}} = (1 - \chi) F$ .

Практически предварительная сила затяжки болта  $F_0$  должна быть больше  $F_{0\min}$ .

$$F_0 = K_{\text{зат}}(1 - \chi) F.$$

где  $K_{\text{зат}}$  – коэффициент запаса предварительной затяжки. При постоянной нагрузке  $K_{\text{зат}} = 1,5 \dots 2,0$ ; при переменной  $K_{\text{зат}} = 2,0 \dots 4,0$ .

Расчетная сила болта с учетом влияния кручения при затяжке

$$F_{\text{расч}} = 1,3 F_0 + \chi F$$

Внутренний диаметр болта определяется по формуле

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot F_{\text{расч}}}{\pi[\sigma_p]}}$$

**Случай 6.** Расчет болта при эксцентричном нагружении (рис. 75). Эксцентричность нагружения может быть вызвана непараллельностью опорных поверхностей детали и гайки. При эксцентричном нагружении реакция опорной поверхности равная усилию затяжки, но смещена относительно оси болта на расстояние  $e$ .

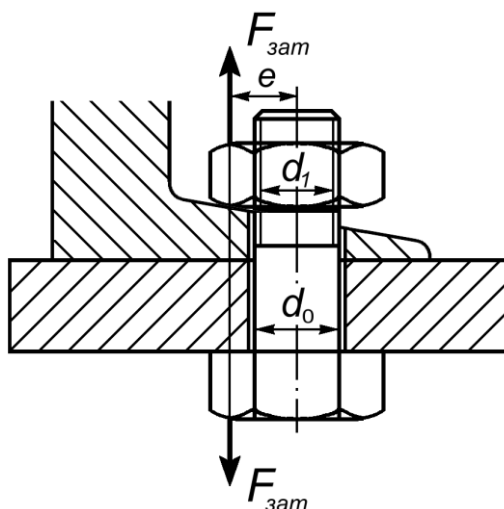


Рис. 75. Болт нагружен с эксцентриситетом  $e$

По действием эксцентрично приложенной силы  $F_{\text{зат}}$  в поперечном сечении болта действует сила  $F_{\text{зат}}$  и момент  $M_{\text{и}} = F_{\text{зат}} \cdot e$ . Суммарные напряжения

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_p + \sigma_{\text{и}} = \frac{1,3F_{\text{зат}}}{A} + \frac{M_{\text{и}}}{W} = \frac{1,3 \cdot 4F_{\text{зат}}}{\pi d_1^2} + \frac{32F_{\text{зат}} \cdot e}{\pi d_1^3}$$

При  $e = d_1$

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{4F_{\text{зат}}}{\pi d_1^2} (1,3 + 8) = 9,3 \frac{4F_{\text{зат}}}{\pi d_1^2}$$

Из полученного соотношения видно, что при эксцентричном нагружении болта напряжение возрастает в несколько раз. В данном случае при  $e$

$= d_1$  напряжение примерно в 7 раз больше, чем при  $e = 0$ , то есть при центральном нагружении. Во избежание эксцентричного нагружения болта необходимо тщательно обрабатывать опорные поверхности под гайки и головки болтов, а при использовании швеллеров, двутавров и уголков подкладывать косые шайбы.

### Задача № 12

Расчет резьбового соединения на прочность.

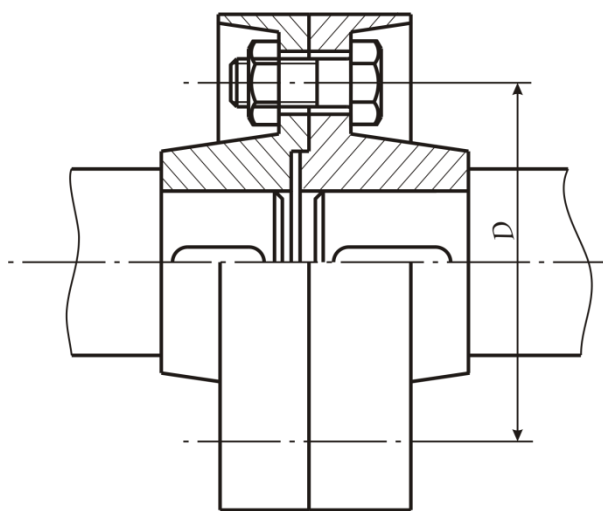


Рис. 76

Рассчитать диаметры болтов фланцевой муфты (рис. 76). Данные для решения задачи:

Передаваемая муфтой мощность  $P$ , угловая скорость валов  $\omega$ , число болтов  $z$ . Коэффициент трения между полумуфтами  $f = 0,2$ . Задачу решить для двух исполнений: болты установлены в отверстиях

без зазора и с зазором. Коэффициент запаса по сдвигу деталей  $k$  принять 1,5. Допускаемое нормальное напряжение для материала болтов  $[\sigma] = 100$  МПа ( $\text{Н/мм}^2$ ); допускаемое касательное напряжение для материала болтов  $[\tau] = 50$  МПа ( $\text{Н/мм}^2$ ). Исходные данные приведены в табл. 24.

Таблица 24

Исходные данные задаче № 12

Величина	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P$ , кВт	8	10	12	14	16	20	19	22	18	24
$\omega$ , рад/с	6	20	18	16	15	12	10	8	13	8
$D$ , мм	220	120	140	150	160	200	160	180	180	150
$z$	4	4	4	4	6	6	8	8	8	8

#### Порядок решения задачи:

1. Определить передаваемую муфтой окружную силу  $F_t$  (по окружности диаметра  $D$ ), используя формулы:



$$P = F_t \frac{D}{2} \omega; \quad P = T \cdot \omega,$$

где  $T$  – вращающий момент, передаваемый муфтой,  $T = F_t \frac{D}{2}$ , отсюда:

$$F_t = \frac{2 \cdot P}{D \cdot \omega}.$$

2. Определить необходимый наружный диаметр болтов  $d$ , установленных без зазора и работающих на срез, из формулы (число поверхностей среза  $i=1$ ):

$$\tau = \frac{F_t \cdot 4}{\pi \cdot d_0^2 \cdot z} \leq [\tau],$$

где  $d_0$  - диаметр стержня болта.

3. Определить диаметр болтов, установленных с зазором. В данном случае необходимые силы трения создаются при помощи монтажной затяжки болтов.

Усилие, необходимое для стягивания полумуфты приходящееся на один болт, определяется по формуле:

$$F_{зам} = \frac{F \kappa}{f i z}.$$

Должно быть выполнено условие прочности болта:

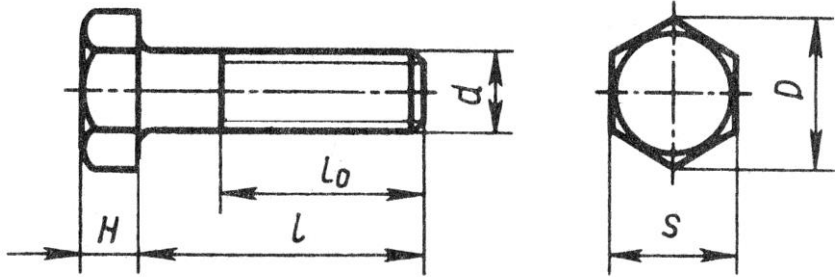
$$\sigma = \frac{1,3 \cdot F_{зам}}{\frac{\pi \cdot d_1^2}{4}} \leq [\sigma],$$

где 1,3 – коэффициент, учитывающий скручивание болта при его затяжке;

$d_1$  – внутренний диаметр резьбы.

По внутреннему диаметру  $d_1$  находим номинальный диаметр резьбы в табл. 25

## Болты с шестигранной головкой (ГОСТ 7798-70)



Размеры, мм						
$d$	$d_1$	$s$	$H$	$D$	$l$	$l_0$
6	4,773	10	4	10,9	14-90	18
8	6,446	13	5,5	14,2	16-100	22
10	8,160	17	7	18,7	18-200	26,32
12	9,853	19	8	20,9	20-260	30,36
14	11,546	22	9	24,3	22-300	34,40
16	13,546	24	10	26,5	25-300	38,44
18	14,933	27	12	29,9	28-300	42,48
20	16,933	30	13	33,3	30-300	46,52
22	18,933	32	14	35,0	32-300	50,56
24	20,319	36	15	39,6	35-300	54,60
27	23,319	41	17	45,2	40-300	60,66
30	25,706	46	19	50,9	45-300	66,72
36	31,093	55	23	60,8	50-300	78,84
42	36,479	65	26	72,1	60-300	90,96
48	41,866	75	30	83,4	70-300	102,108

**Сварные соединения**

Сварные соединения образуются при местном нагреве свариваемых участков деталей до жидкого или пластичного состояния. Остывший и затвердевший металл, соединяющий свариваемые детали, называется сварным швом. В настоящее время сварка является основным видом получения неразъемных соединений деталей и конструкций в машиностроении. На практике применяются множество способов сварки. Наибольшее распространение получила электродуговая сварка.

**Достоинства** сварки:

- экономия металла (в среднем 15...20%) по сравнению с заклепочными соединениями;
- простота и дешевизна;
- возможность автоматизации процесса;

– возможность сварки толстых деталей.

**Недостатки:**

– недостаточная надежность при значительных вибрационных и ударных нагрузках;

– сложность контроля качества шва;

– коробление деталей из-за неравномерного нагрева в процессе сварки;

– прочность сварного соединения зависит от квалификации сварщика.

Этот недостаток не относится к автоматической сварке.

Сварка деталей из конструкционных сталей производится электродами Э34, Э42, Э42А, Э46, Э46А и др. Число после «Э» обозначает предел прочности металла в кгс/мм<sup>2</sup>. Буква «А» указывает на то, что металл электрода – высококачественная сталь.

### Виды сварных соединений и швов

В зависимости от взаимного расположения свариваемых деталей применяют следующие виды сварных соединений: стыковые, нахлесточные, угловые, тавровые, рис. 77.

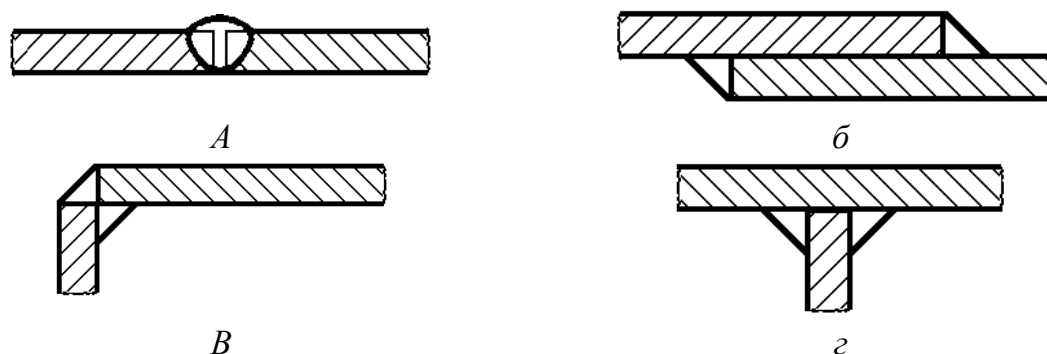


Рис. 77. Виды сварных соединений:

*а* – стыковое; *б* – нахлесточное; *в* – угловое; *д* – тавровое

Сварные швы стыковых соединений называют стыковыми. Сварные швы нахлесточных, угловых и тавровых соединений называют угловыми.

В зависимости от расположения по отношению к нагрузке угловые швы нахлесточных соединений бывают лобовые, расположенные перпендикулярно к линии действия нагрузки; фланговые, расположенные параллельно линии действия нагрузки; комбинированные, состоящие из лобовых и фланговых швов, рис. 78.

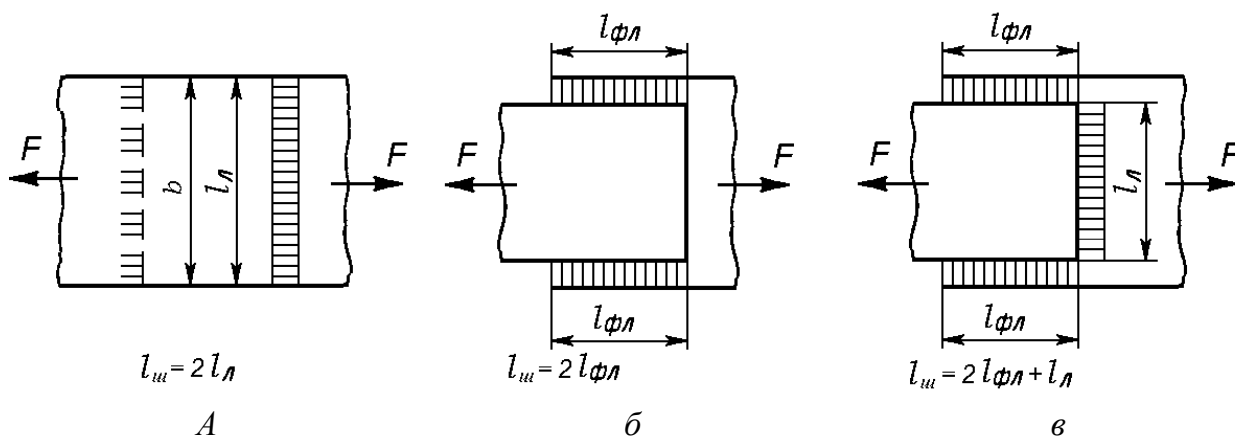


Рис. 78. Виды швов в зависимости от их расположения по отношению к линии действия нагрузки:  
*a* – лобовой; *б* – фланговый; *в* – комбинированный

Недостатком соединения деталей внахлестку является то, что возникает момент  $M = F \cdot \delta$  от внецентренного действия силы  $F$ .

### Расчет сварных соединений Расчет стыковых швов

**Случай 1.** Стыковой шов нагружен растягивающей (сжимающей) силой  $F$  (рис. 79).

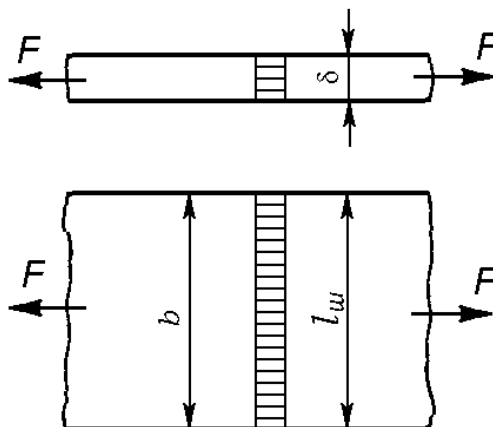


Рис. 79. Нагружение стыкового шва растягивающей нагрузкой

Условия прочности:

$$\sigma'_p = \frac{F}{\delta \cdot l_{ш}} \leq [\sigma'_p]; \quad \sigma'_c = \frac{F}{\delta \cdot l_{ш}} \leq [\sigma'_c]$$

где  $\sigma'_p$  и  $\sigma'_c$  – соответственно расчетное напряжение для шва при растяжении и сжатии.

**Случай 2.** На стыковой шов действует изгибающий момент  $M$  в плоскости приварки листа шириной  $b$  и толщиной  $\delta$  к колонне (рис. 80).  
Условие прочности

$$\sigma' = \frac{6M}{\delta \cdot l_{\text{ш}}^2} \leq [\sigma'_c]$$

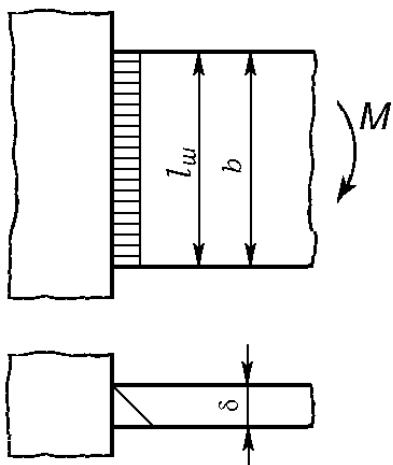
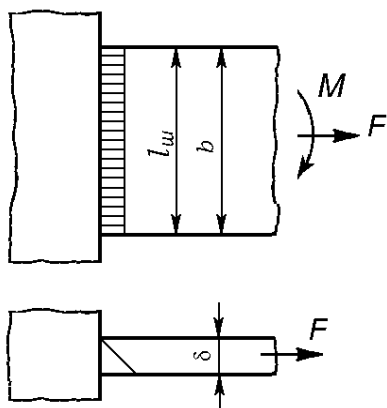


Рис. 80. Нагружение стыкового шва изгибающей нагрузкой

**Случай 3.** На стыковой шов действует изгибающий момент  $M$  и растягивающая (или сжимающая) сила  $F$  в плоскости приварки листа шириной  $b$  и толщиной  $\delta$  к колонне (рис. 81).



Условие прочности:

$$\sigma' = \frac{F}{\delta \cdot l_{\text{ш}}} + \frac{6M}{\delta \cdot l_{\text{ш}}^2} \leq [\sigma'_p]$$

Рис. 81. Нагружение стыкового шва изгибающим моментом и растягивающей (или сжимающей) нагрузкой

### Расчеты угловых швов

Угловые швы рассчитываются на срез по опасному сечению, совпадающему с биссектрисой прямого угла. В расчетном сечении толщину углового шва принимают  $0,7 \cdot k$ , где  $k$  – катет поперечного сечения шва (рис. 82).

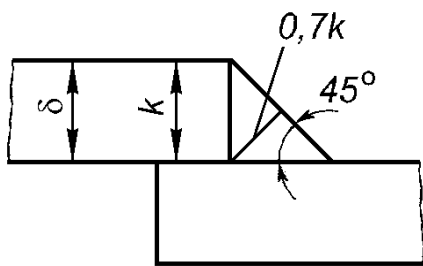


Рис. 82. Схема углового шва с указанием расчетных параметров

**Случай 1.** На угловой шов действует сила  $F$ . Условие прочности:

$$\tau'_{\text{ср}} = \frac{F}{0,7k \cdot l_{\text{ш}}} \leq [\tau'_{\text{ср}}],$$

где  $l_{\text{ш}}$  – длина всех швов (суммарная длина шва).

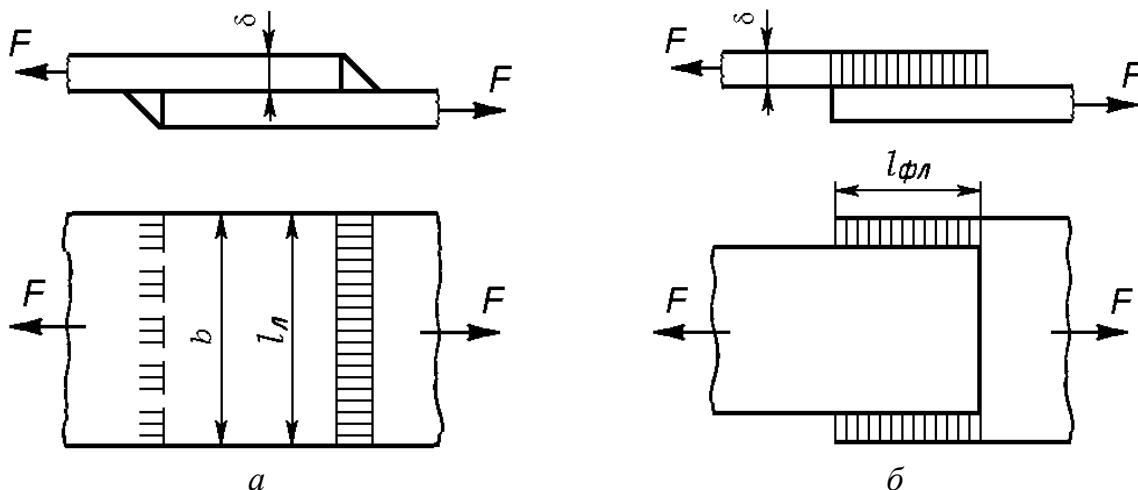
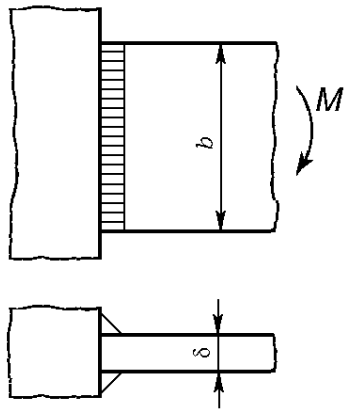


Рис. 83. Угловой шов нагружен растягивающей силой  $F$ :  
 а – лобовой, б – фланговый

Когда шов лобовой (рис. 83,а), то принимается  $l_{\text{ш}} = 2l_{\text{л}} = 2b$  и выполняется проверочный расчет. Когда шов фланговый (рис. 83,б), то принимается  $l_{\text{ш}} = 2l_{\text{фл}}$ , и выполняется проектный расчет, то есть определяется длина флангового шва:

$$l_{\text{фл}} = \frac{F}{1,4 \cdot k \cdot l_{\text{ш}} [\tau'_{\text{ср}}]} \leq [\tau'_{\text{ср}}]$$

**Случай 2.** Соединение угловым швом нагружено изгибающим моментом  $M$  в плоскости приварки листа шириной  $b$  и толщиной  $\delta$  к колонне (рис. 84).



Условие прочности:

$$\tau' = \frac{6M_{и}}{0,7 \cdot k \cdot l_{ш}^2} \leq [\tau'_{ср}]$$

Здесь  $k = \delta$  и  $l_{ш} = 2b$ .

Рис. 84. Напряжение углового шва изгибающим моментом

**Случай 3.** Соединение угловым швом нагружено изгибающим моментом  $M$  и растягивающей (или сжимающей) силой  $F$  в плоскости приварки листа шириной  $b$  и толщиной  $\delta$  к колонне (рис. 85).

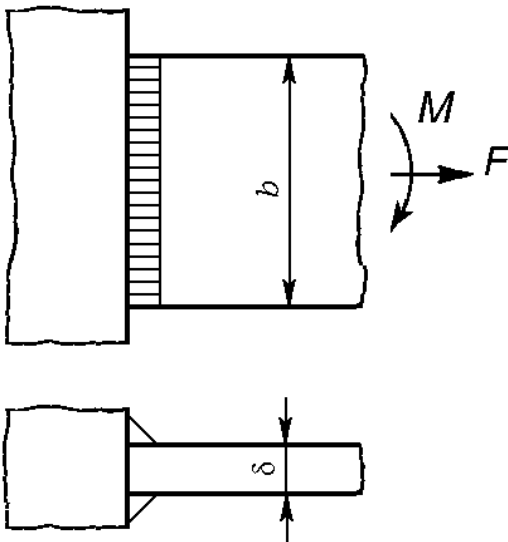


Рис. 85. Напряжение углового шва изгибающим моментом и растягивающей силой

Условие прочности: 
$$\tau' = \frac{F}{0,7k \cdot l_{ш}} + \frac{6M_{и}}{0,7 \cdot k \cdot l_{ш}^2} \leq [\tau'_{ср}]$$

### Задача № 13

Определить необходимую длину фланговых швов для приваривания двух листов разной ширины (рис. 86). Шов выполнен комбинированным. Толщина узкого листа  $\delta$ , ширина его  $b$  (в данном случае ширина узкого листа  $b$  листа равна длине лобового шва  $l_{л}$ ). Нагрузка на соединение  $F$ . Допускаемое напряжение для сварного шва на срез  $[\tau'_{ср}]$ . Данные для задачи приведены в таблице.

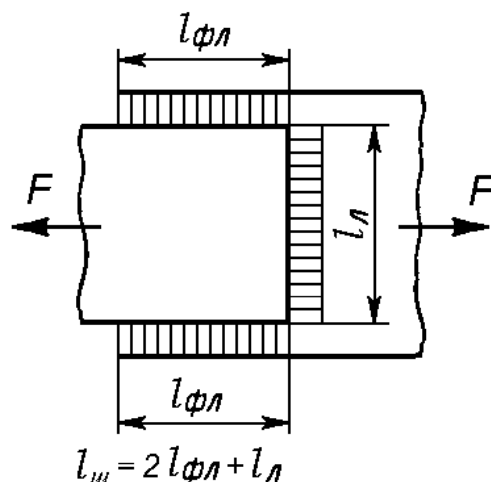


Рис. 86. Комбинированный сварной шов нахлесточного соединения

Таблица 26

Данные для расчета сварного соединения

Величина	Вариант									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$F$ , кН	80	90	100	200	220	250	180	300	320	350
$b$ , мм	80	60	90	100	120	140	130	150	180	200
$\delta$ , мм	4	5	6	7	8	5	6	7	8	8
$[\tau'_{ср}]$ , МПа	80	90	100	110	80	95	100	110	90	120

Для решения задачи следует использовать условие прочности:

$$\tau'_{ср} = \frac{F}{0,7k \cdot l_{ш}} \leq [\tau'_{ср}]$$

При этом выполняется проектный расчет из условия прочности:

$$l_{ш} = \frac{F}{0,7 \cdot k \cdot [\tau'_{ср}]}$$

Принимая длину шва равной  $l_{ш} = 2l_{фл} + l_{л} = 2l_{фл} + b$ , выражают необходимую длину фланговых швов.



## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Прокофьев, Г.Ф. Конструирование приводов технологических машин: учеб. пособие для вузов / Г.Ф. Прокофьев, Н.И. Дундин, Н.Ю. Микловцик. – 2-е изд., испр. и доп. – Архангельск: Изд-во Арханг. гос. техн. ун-та, 2014. – 504с.
2. Техническая механика. Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учеб. пособие / А.И. Аркуша. -5-е изд., стереотип. -М.:Высш. шк., 2003. -352 с.
3. Ицкович, Г.М. Сопротивление материалов : Учебник / Г.М. Ицкович. -9-е изд., стереотип. -М.: Высш. шк., 2001. -368 с.
4. Эрдеди, А.А. Теоретическая механика. Сопротивление материалов : Учеб. пособие / А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди. -4-е изд., перераб. и доп.. -М.: Высш.шк., Академия, 2001. -318с.
5. Дунаев, П.Ф., Леликов, О.П. Конструирование узлов и деталей машин: Учеб. пособие для техн. спец. вузов. – 6-е изд. – М.: Высш. шк., 2000. - 447 с.
6. Иосилевич, Г.Б. Детали машин: Учебник для студентов машиностроит. спец. вузов. – М.: Машиностроение, 1988. – 368 с.
7. Куклин, Н.Г., Куклина, Г.С., Житков, В.К. Детали машин: Учеб. для машиностроит. спец. техникумов. – 5-е изд., перераб. и доп. – М.:Илекса, 1999. – 392 с.
8. Эрдеди, А.А. Детали машин: Учебник для студентов сред. проф. образования/А.А. Эрдеди, Н.А. Эрдеди. – 3-е изд., исправл. и доп. – М.: Издательский центр «Академия», 2003. – 288с.
9. Березовский, Ю.Н. Детали машин: Учебник для машиностроительных техникумов/Ю.Н. Березовский, Д.В. Чернилевский, М.С.Петров. – М.: Машиностроение, 1983. – 384 с.
10. Прокофьев, Г.Ф. Детали машин и основы конструирования: конспект лекций: / Г.Ф. Прокофьев, Н.И. Дундин, Н.Ю. Микловцик, М.Ю. Кузнецова.– Архангельск: Арханг.гос.техн.ун-т, 2007.–194с.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ДИСЦИПЛИНЫ «ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА»	3
ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. РАЗДЕЛ СТАТИКА	6
Задача № 1	9
РАЗДЕЛ СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ	14
Метод сечений	15
Допускаемые напряжения. Коэффициент запаса прочности	17
Осевое растяжение. Сжатие	19
Задача № 2	21
Сдвиг и смятие. Практические расчеты на срез и смятие	25
Задача № 3	31
Задача № 4	33
Кручение	34
Задача № 5	35
Прямой поперечный изгиб	41
Задача № 6	46
Косой изгиб	55
Задача № 7	56
Сложная деформация. Теория прочности	59
Определение эквивалентных напряжений по различным теориям прочности.	
Условия прочности	60
Расчет тонкостенных оболочек	61
РАЗДЕЛ ДЕТАЛИ МАШИН И ОСНОВЫ КОНСТРУИРОВАНИЯ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О МЕХАНИЧЕСКИХ ПЕРЕДАЧАХ	64
Основные виды передач. Общие сведения	68
Задача № 8	79
Задача № 9	85
ВАЛЫ И ОСИ	90
Задача № 10	95
ПОДШИПНИКИ. ПОДБОР ПОДШИПНИКОВ КАЧЕНИЯ	97
Подшипники скольжения	97
Подшипники качения	99
Основные типы подшипников качения	103
Подбор подшипников качения	107
Задача № 11	109
СОЕДИНЕНИЯ ДЕТАЛЕЙ МАШИН	112
Резьбовые соединения	112
Классификация резьб	114
Расчет резьбовых соединений на прочность	116
Задача № 12	120
Сварные соединения	122
Виды сварных соединений и швов	123
Расчет сварных соединений. Расчет стыковых швов	124
Расчет угловых швов	125
Задача № 13	127
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	129
ОГЛАВЛЕНИЕ	130