

Задание на курсовую работу №1 по дисциплине «Основы теории управления»

Рассчитать параметры системы автоматического управления (САУ), осуществляющей автоматическое слежение за объектом, перемещающимся в пространстве и излучающим электромагнитные волны.

Структурная схема САУ представлена на рисунке 1, где:

- РПУ - радиоприёмное устройство,
- УР – угловой различитель,
- КЗ – корректирующее устройство,
- УМ – усилитель мощности,
- ЭД – электродвигатель,
- А – антенна с узкой диаграммой направленности,
- МОС – местная обратная связь,
- $X = \varphi_{ц}$ – азимут цели (объекта),
- $Y = \varphi_{а}$ – азимут направления главного лепестка диаграммы направленности антенны,
- $e = x - y$ – ошибка слежения.

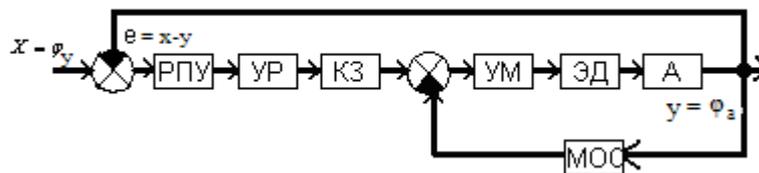


Рис.1 Структурная схема САУ

1) Необходимо определить тип и параметры корректирующего звена (КЗ) и местной обратной связи (МОС), обеспечивающих качественные показатели САУ, численные значения которых определяются предпоследней N_1 и последней N_0 цифрами зачетной книжки.

Исходные данные:

1) Полоса пропускания:

$$\omega_n = 80 + 0.5 \cdot N_1 - 1.2 \cdot N_0 \quad (c^{-1})$$

2) Показатель колебательности системы:

$$W_3(\omega_p) = M = 1.36 + 0.03 \cdot N_1 \quad \text{при } N_0 - \text{четной,}$$

$$W_3(\omega_p) = M = 1.37 + 0.02 \cdot N_1 \quad \text{при } N_0 - \text{нечетной}$$

3) Допустимые ошибки слежения:

а) по положению: $e_0 = 0$

б) по скорости: $e_1 = 0.15^\circ + 0.01^\circ \cdot N_1 - 0.01^\circ \cdot N_0$

$$в) \text{ по ускорению: } e_2 = 0.6^\circ + 0.01^\circ \cdot N_1 - 0.01^\circ \cdot N_0$$

при следующих значениях 1-й и 2-й производных изменения азимута объекта во времени:

$\frac{d\varphi_u}{dt} = 10^\circ/\text{с}$, $\frac{d^2\varphi_u}{dt^2} = 20^\circ/\text{с}^2$, где $\frac{d\varphi_u}{dt}$ - скорость отклонения объекта, $\frac{d^2\varphi_u}{dt^2}$ - ускорение отклонения объекта;

4) Параметры исходной части:

$$W_{РПУ} = \frac{k_{РПУ}}{1 + pT_{РПУ}}; \quad W_{УМ} = \frac{k_{УМ}}{1 + pT_{УМ}}; \quad W_{УР} = \frac{k_{УР}}{1 + pT_{УР}};$$

$$W_{ЭДА} = \frac{k_{ЭДА}}{p \cdot (1 + pT_{ЭДА})}$$

$$k_{РПУ} \cdot k_{УР} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ В}$$

$$k_{УМ} = 100$$

$$k_{ЭДА} = 8 \frac{1}{\text{В} \cdot \text{с}}$$

$$T_{РПУ} = T_{ФД} = T_{УМ} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ с}$$

$$T_{ЭДА} = 12 \text{ мс} + 0.2 \text{ мс} \cdot N_1 + 0.2 \text{ мс} \cdot N_0$$

$$k_{ТТ} = 20 \text{ мкВ} \cdot \text{с} \text{ (тахогенератор понадобится при разработке схемы МОС)}$$

2) После расчёта параметров КЗ и МОС необходимо составить их функциональные схемы с указанием значений C , R и k_{yc} (сопротивлений, емкостей и коэффициентов усиления), а также проверить запас устойчивости системы по фазе, усилению и определить фактический показатель колебательности САУ M_ϕ .

Методические указания по выполнению задания №1 курсовой работы

1. Передаточная функция исходной части разомкнутой САУ без учёта КЗ и МОС равна:

$$W_{PI} = W_{ПИУ} \cdot W_{УР} \cdot W_{УМ} \cdot W_{ЭДА}$$

Т.к. в передаточную функцию W_{PI} входит четыре инерционных звена первого порядка и интегратор (интегратор входит в передаточную функцию $W_{ЭДА}$, т.к. выходным параметром электродвигателя является угол поворота антенны), а гарантированно устойчивой является система только с двумя инерционными звеньями, поэтому для обеспечения качественных показателей САУ понадобится включить как минимум два корректирующих звена. Для упрощения расчётов возьмём два корректирующих звена с одинаковыми параметрами. Общая передаточная функция последовательно соединённых корректирующих звеньев имеет вид:

$$W_{КЗ} = W_{КЗ1} \cdot W_{КЗ2} = k_{КЗ} \cdot \left(\frac{1 + pT_2}{1 + pT_1} \right)^2 \quad (1)$$

Неизвестны параметры корректирующих звеньев: $k_{КЗ}, T_1, T_2$. После их нахождения расчёт КЗ можно считать завершённым.

Общая передаточная функция разомкнутой системы равна:

$$W_P = W_{PI} \cdot W_{КЗ} = \frac{k}{p} \cdot \frac{(1 + pT_2)^2}{(1 + pT_{ПИУ})^3 \cdot (1 + pT_1)^2 \cdot (1 + pT_{ЭДА})} = \frac{k}{p} \cdot \frac{\sum_{i=0}^2 d_i \cdot p^i}{\sum_{i=0}^6 b_i \cdot p^i} = \quad (2)$$

$$= \frac{k}{p} \cdot \frac{1 + 2p \cdot T_2 + p^2 \cdot T_2^2}{1 + p \cdot (T_{ЭДА} + 3T_{ПИУ} + 2T_1) + p^2 \cdot (3T_{ПИУ} \cdot T_{ЭДА} + 3T_{ПИУ}^2 + 4T_1 \cdot T_{ПИУ} + T_1^2) + \dots}$$

где $k = k_{ПИУ} \cdot k_{УР} \cdot k_{УМ} \cdot k_{ЭДА} \cdot k_{КЗ}$ (3)

Коэффициенты ошибок по положению, скорости и ускорению по определению равны:

$$C_0 = \frac{e_0}{\varphi_{ц}}; \quad C_1 \leq \frac{e_1}{p\varphi_{ц}}; \quad C_2 \leq \frac{2 \cdot e_2}{p^2 \cdot \varphi_{ц}}, \text{ где } p \text{ – символ дифференцирования.}$$

Т.к. в состав системы входит один интегратор, то порядок астатизма системы $\nu = 1$.

Для $\nu = 1$ имеем: $C_0 = 0, \quad C_1 \leq \frac{1}{k}, \quad C_2 \leq 2\left(\frac{b_1 - d_1}{k} - \frac{1}{k^2}\right).$

Из выражения для C_1 определим требуемый коэффициент усиления системы $K \geq \frac{1}{C_1}$, после чего из выражения (3) можно найти $k_{КЗ}$:

$$k_{КЗ} = \frac{k}{k_{ПИУ} \cdot k_{УР} \cdot k_{УМ} \cdot k_{ЭДА}}$$

Если $k_{КЗ} > 1$, то в состав КЗ надо ввести неинвертирующий усилитель, если $k_{КЗ} < 1$, то в состав КЗ надо ввести резистивный делитель (ослабитель).

Из выражения для C_2 выразим разность $b_1 - d_1 = T_0$, где b_1 и d_1 коэффициенты при p^1 в выражении (2).

$$T_0 = b_1 - d_1 = \frac{kC_2}{2} + \frac{1}{k} \quad (4)$$

Коэффициенты b_1 и d_1 находятся из выражения (3):

$b_1 = 2T_1 + T_{ПИУ} + T_{УР} + T_{УМ} + T_{ЭДА}$, $d_1 = 2T_2$. Подставим все известные значения в формулу (4) и выразим искомые T_1 и T_2 :

$$T_1 - T_2 = 0,5 \cdot (T_0 - 3 \cdot T_{ПИУ} - T_{ЭДА}) = T_{01}. \text{ Здесь учтено равенство: } T_{ПИУ} = T_{УР} = T_{УМ}$$

Если $T_1 - T_2 > 0$, то требуется корректирующее звено с отставанием по фазе.

По условию задачи задана полоса пропускания системы ω_f , поэтому надо найти второе соотношение между T_1 и T_2 из ЛАЧХ разомкнутой САУ, т.к. ω_f зависит от T_1 и T_2

$$\text{Вначале определим частоту среза } \omega_{ср} = \frac{\omega_n}{2 \cdot \cos(\Delta\varphi)}, \text{ где } \Delta\varphi = \arcsin\left(\frac{1}{M}\right).$$

$$\text{Если } \omega_{ср} < \omega_c = \frac{1}{T_{ЭДА}} \text{ (} \omega_c \text{ - частота сопряжения самого инерционного}$$

звена – электродвигателя, нагруженного антенной), то до частоты среза ЛАЧХ разомкнутой системы определяется только интегратором и двумя КЗ.

Построим ЛАЧХ разомкнутой системы. Т.к. в состав системы включены 2 корректирующих звена с отставанием по фазе, то, кроме частоты среза, требуется отметить по оси абсцисс частоты сопряжения корректирующих звеньев:

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2}$$

$$\omega_1 < \omega_2$$

ЛАЧХ интегратора, входящего в состав системы, представляет собой прямую с наклоном -20 дБ/дек на всей частотной области, одно корректирующее звено имеет наклон -20 дБ/дек на участке (ω_1, ω_2) , при двух КЗ с одинаковыми параметрами их ЛАЧХ суммируются (наклон - 40 дБ/дек). Результирующая ЛАЧХ получается геометрическим сложением всех ЛАЧХ устройств, входящих в САУ. На участке (ω_1, ω_2) наклон ЛАЧХ получается - 60 дБ/дек.

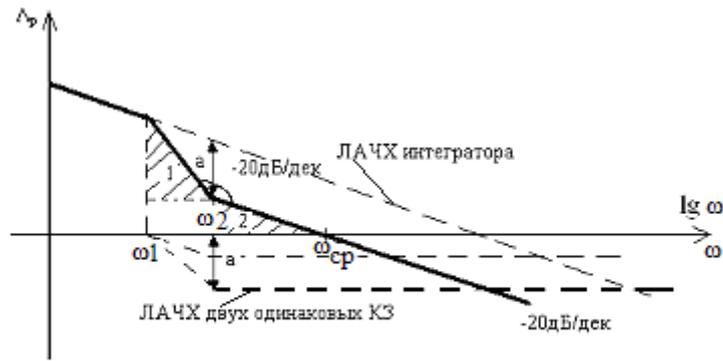


Рис.2 ЛАЧХ разомкнутой системы автоматического управления

До частоты ω_1 ЛАЧХ системы определяется только интегратором:

$$1) \lambda_p(\omega_1) = 20 \lg \frac{k}{\omega_1}$$

На участке (ω_1, ω_2) :

$$2) \lambda_p(\omega_1) - \lambda_p(\omega_2) = 60(\lg \omega_2 - \lg \omega_1) = 60 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

На участке $(\omega_2; \omega_{cp})$

$$3) \lambda_p(\omega_2) - \lambda_p(\omega_{cp}) = 20 \lg \frac{\omega_{cp}}{\omega_2},$$

т.к. $\lambda_p(\omega_{cp}) = 0$, то после подстановки первого и третьего выражения во второе получим:

$$20 \lg \frac{k}{\omega_1} - 20 \lg \frac{\omega_{cp}}{\omega_2} = 60 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1} / 20$$

$$\lg \left(\frac{k}{\omega_1} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_{cp}} \right) = 3 \lg \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

$$\frac{k}{\omega_{cp}} = \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2$$

$$\omega_1 = \frac{1}{T_1}; \quad \omega_2 = \frac{1}{T_2}$$

$$\frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{k}{\omega_{cp}}} \Rightarrow T_1 = T_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{\omega_{cp}}}$$

Для нахождения T_1 и T_2 решим систему уравнений:

$$\begin{cases} T_1 - T_2 = 0.5(T_0 - 3T_{PIV} - T_{ЭДЛ}) \\ T_1 = T_2 \cdot \sqrt{\frac{k}{\omega_{cp}}} \end{cases}$$

2. Первое корректирующее звено включим после УР. В его состав включим усилитель с коэффициентом $k_{кз}$. Схема корректирующего звена имеет вид:

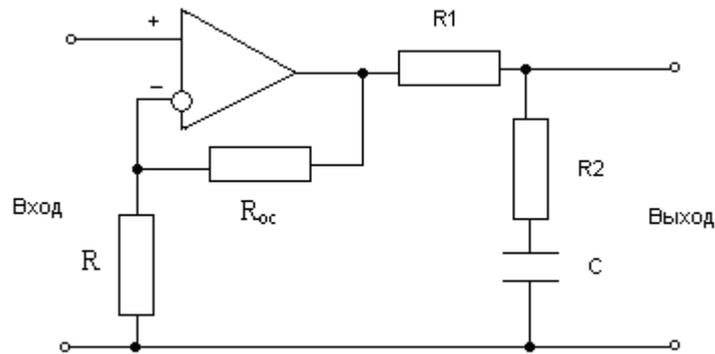


Рис.3 Схема корректирующего звена

Необходимо определить параметры схемы:

Коэффициент передачи усилителя: $k_{кз} = 1 + \frac{R_{oc}}{R}$

Зададимся $R=1000$ Ом, тогда

$$R_{oc} = R \cdot (k_{кз} - 1),$$

Зададим $C=10$ мкФ и, решая систему уравнений (5), получим R_1 и R_2 :

$$\begin{cases} T_2 = R_2 \cdot C \\ T_1 = (R_1 + R_2) \cdot C \end{cases} \quad (5)$$

Второе КЗ реализуем по схеме включения через местную обратную связь (МОС), охватывающую звенья системы с нестабильными параметрами: УС, ЭД и А. Такое включение повышает стабильность параметров охваченных обратной связью звеньев. Передаточная функция МОС определяется по формуле:

$$W_0 = \frac{1}{W_2} \cdot \left(\frac{1}{W_{кз2}} - 1 \right), \quad \text{где}$$

$$W_2 = \frac{k_{вм} \cdot k_{эда}}{p \cdot (1 - pT_{вм}) \cdot (1 + pT_{эда})} - \text{передаточная функция звеньев, охваченных}$$

ОС,

$$W_{кз2} = \frac{1 + pT_2}{1 + pT_1} - \text{передаточная функция второго КЗ без усилителя.}$$

Если $\omega_{cp} < \omega_{сэда} = \frac{1}{T_{эда}}$, то до ω_{cp} передаточную функцию W_2 можно

определить по приближенной формуле $W_2 \approx \frac{k_{вм} \cdot k_{эда}}{p}$.

Тогда $W_0 = \frac{p}{k_{ум} \cdot k_{эда}} \cdot \left(\frac{1 + pT_1}{1 + pT_2} - 1 \right) = \frac{k_0 \cdot p^2}{1 + pT_2}$, где $k_0 \approx \frac{T_1 - T_2}{k_{ум} \cdot k_{эда}}$

Передаточную функцию W_0 реализуем последовательным соединением тахогенератора, дифференцирующей цепи с постоянной времени T_2 и усилителя с коэффициентом усиления $k_{ус}$.

Передаточная функция МОС имеет вид:

$$W_0 = \frac{k_0 \cdot p^2}{1 + pT_2} = \underbrace{k_{ТГ} \cdot p}_{W_{ТГ}} \cdot \underbrace{\frac{pT_2}{1 + pT_2}}_{W_{ДЦ}} \cdot \underbrace{k_{УС}}_{W_{УС}} \quad (6)$$

Схема дифференцирующей цепи имеет вид:

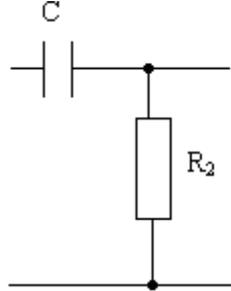


Рис.4 Схема дифференцирующей цепи

Из выражения (6) определим $k_{ус}$:

$$k_{ус} = \frac{k_0}{T_2 \cdot k_{ТГ}}$$

Общая функциональная схема местной обратной связи имеет вид:

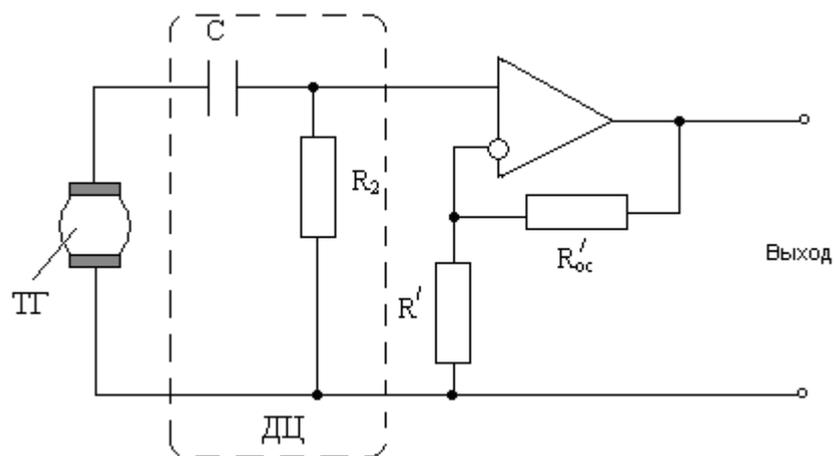


Рис.5 Общая функциональная схема МОС

Зададимся $R' = 1000$ Ом и из формулы $k_{yc} = 1 + \frac{R'_{oc}}{R'}$ определим R_{oc}' .

Фактические запасы устойчивости определяются по точным ЛАЧХ и ЛФЧХ графо-аналитическим методом по следующим формулам:

ЛАЧХ:

$$\Lambda_p(\omega) = \underbrace{20 \lg k - 20 \lg \omega}_{\text{интегратор}} + \underbrace{20 \lg(1 + (\omega T_2)^2) - 20 \lg(1 + (\omega T_1)^2) - 30 \lg(1 + (\omega T_{PIV})^2)}_{\text{PIV, ФД, УМ}} - \underbrace{10 \lg(1 + (\omega T_{ЭДА})^2)}_{\text{ЭД}}$$

ЛФЧХ:

$$\varphi_p(\omega) = \underbrace{-\frac{\pi}{2}}_{\text{интегратор}} + \underbrace{2 \arctg(\omega T_2) - 2 \arctg(\omega T_1)}_{\text{КЗ}} - \underbrace{3 \arctg(\omega T_{PIV})}_{\text{PIV, ФД, УМ}} - \underbrace{\arctg(\omega T_{ЭДА})}_{\text{ЭД}}$$

Пример выполнения расчета и построения ЛАЧХ и ЛФЧХ в среде MathCad:

$$\omega := 0..300 \quad T_2 := 5.41 \quad T_1 := 6.519 \quad T_{PIV} := 5 \cdot 10^{-3} \quad T_{da} := 11.6 \cdot 10^{-3} \quad K := 76.923$$

$$\phi(\omega) := \frac{-\pi}{2} + 2 \cdot \text{atan}(\omega \cdot T_2) - 2 \cdot \text{atan}(\omega \cdot T_1) - 3 \cdot \text{atan}(\omega \cdot T_{PIV}) - \text{atan}(\omega \cdot T_{da})$$

$$\Lambda(\omega) := 20 \cdot \log(K) - 20 \cdot \log(\omega) + 20 \cdot \log[1 + (\omega \cdot T_2)^2] - 20 \cdot \log[1 + (\omega \cdot T_1)^2] - 30 \cdot \log[1 + (\omega \cdot T_{PIV})^2] - 10 \cdot \log[1 + (\omega \cdot T_{da})^2]$$

На рисунке 6 представлены графики ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой системы.

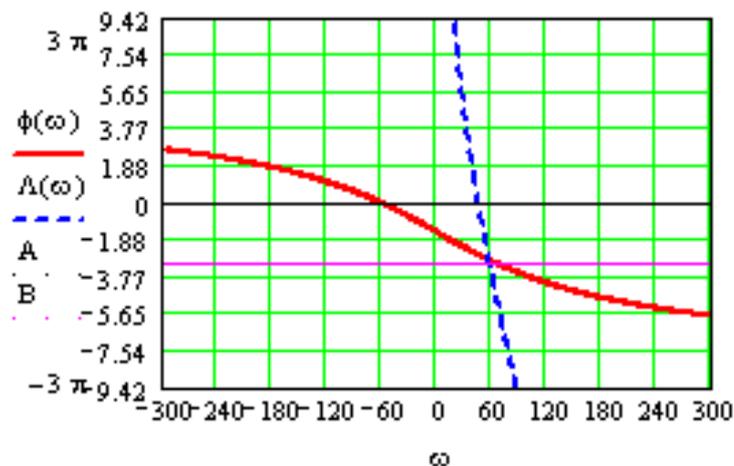


Рис.6 График ЛАЧХ и ЛФЧХ разомкнутой САУ

В процессе эксплуатации системы РА ее параметры (коэффициенты усиления, постоянные времени) из-за изменения внешних условий, колебаний напряжений источников энергии и других причин отличаются от расчетных значений. Если не принять определенных мер, то система РА может стать не-

устойчивой. Для исключения этого явления при проектировании следует обеспечить определенные запасы устойчивости системы. Запасы устойчивости определяются на двух частотах: частоте среза ω_{cp} и на критической частоте $\omega_{кр}$. На частоте среза ЛАЧХ разомкнутой системы равна нулю, на критической частоте ЛФЧХ принимает значение, равное $-\pi$, т.е.:

$$\Lambda_p(\omega_{cp}) = 0$$

$$\varphi_p(\omega_{кр}) = -\pi$$

На рис.6 А и В – вспомогательные прямые для определения частоты среза ω_{cp} и критической частоты $\omega_{кр}$, равные 0 и $-\pi$ соответственно.

Различают запас устойчивости по фазе и усилению. Запас устойчивости по фазе показывает, на какое значение ЛФЧХ разомкнутой системы на частоте среза отличается от $-\pi$:

$$\Delta\varphi = \pi - |\varphi_p(\omega_{cp})|.$$

Запас устойчивости по усилению определяет, во сколько раз нужно увеличить коэффициент усиления, чтобы система оказалась на границе устойчивости. Запас устойчивости по усилению определяется по формуле:

$$\alpha_{об} = -\Lambda_p(\omega_{кр}).$$

Для устойчивости системы в целом необходимо и достаточно, чтобы выполнялось условие:

$$\omega_{cp} < \omega_{кр}$$

Если $\omega_{cp} = \omega_{кр}$, то система находится на границе устойчивости.

Согласно графикам ЛАЧХ и ЛФЧХ определили, что $\omega_{\tilde{n}\delta}$ меньше $\omega_{\tilde{e}\delta}$, что свидетельствует об устойчивости системы.

Фактический показатель колебательности M_ϕ связан с запасом устойчивости по фазе выражением:

$$M_\phi = \frac{1}{\sin(\Delta\varphi)},$$

M_ϕ - это значение АЧХ замкнутой системы на резонансной частоте.

3. Для перехода к цифровым прототипам КЗ и МОС воспользуемся формулой билинейного Z - преобразования

$$W(z) = W(p) \Big|_{p = \frac{2}{T_d} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}}$$

Построим цифровую реализацию корректирующего звена, передаточная функция которого имеет вид:

$$W_{KЗ} = k_{KЗ} \cdot \frac{1 + pT_2}{1 + pT_1}$$

Найдем T_D – период дискретизации:

$$T_D = \frac{1}{F_D}, \text{ где } F_D \text{ – частота дискретизации}$$

По теореме Котельникова-Найквиста:

$$F_D > 2F_{max} \quad F_{max} = (1.5 \div 2)F_n, \text{ где}$$

$$F_n = \frac{\omega_n}{2 \cdot \pi}, \quad \omega_n \text{ - полоса пропускания замкнутой системы.}$$

После подстановки в $W_{KЗ}$ вместо p выражение $\frac{2}{T_D} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$

получим

$$W(z) = k_{KЗ} \cdot \frac{1 + \frac{2}{T_D} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \cdot T_2}{1 + \frac{2}{T_D} \cdot \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} \cdot T_1}$$

Умножим числитель и знаменатель на $1+z^{-1}$, получим:

$$W(z) = k_{KЗ} \cdot \frac{1 + z^{-1} + \frac{2T_2}{T_D} \cdot (1-z^{-1})}{1 + z^{-1} + \frac{2T_1}{T_D} \cdot (1-z^{-1})}$$

Обозначим $\frac{2T_2}{T_D} = b_1$, $\frac{2T_1}{T_D} = a_1$. Тогда выражение будет иметь вид:

$$W(z) = k_{KЗ} \cdot \frac{1 + z^{-1} + b_1(1-z^{-1})}{1 + z^{-1} + a_1(1-z^{-1})} = k_{KЗ} \cdot \frac{1 + z^{-1} + b_1 - b_1z^{-1}}{1 + z^{-1} + a_1 - a_1z^{-1}} = k_{KЗ} \cdot \frac{(1+b_1) + (1-b_1)z^{-1}}{(1+a_1) + (1-a_1)z^{-1}}$$

Чтобы получить $A_0 = 1$, поделим числитель и знаменатель дроби на $(1+a_1)$, и получим:

$$W(z) = k_{\hat{e}_c} \cdot \frac{\frac{1+b_1}{1+a_1} + \frac{1-b_1}{1+a_1} \cdot z^{-1}}{1 + \frac{1-a_1}{1+a_1} \cdot z^{-1}} = \hat{E}_{\hat{e}_c} \frac{\hat{A}_0 + \hat{A}_1 z^{-1}}{1 + A_1 z^{-1}},$$

$$\text{где } B_0 = \frac{1+b_1}{1+a_1}, \quad B_1 = \frac{1-b_1}{1+a_1}, \quad A_1 = \frac{1-a_1}{1+a_1} \dots$$

, где

Выражению $W(z)$ соответствует следующая схема рекурсивного цифрового звена первого порядка:

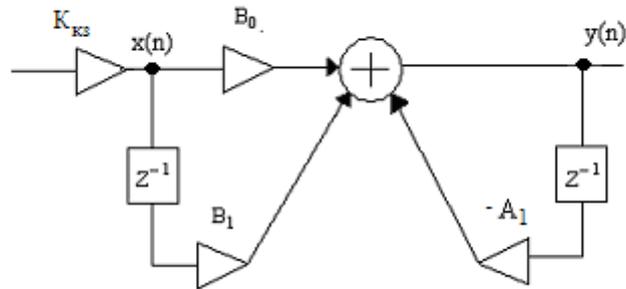


Рис.7 Схема цифрового прототипа КЗ

Далее аналогично построим цифровой прототип для МОС. Период дискретизации оставим тем же.

Передаточная функция МОС имеет вид:

$$W_{\text{МОС}}(p) = \frac{\kappa_0 \cdot p^2}{1 + p \cdot T_2}$$

Вывод формулы системной функции и коэффициентов системной функции для МОС выполнить самостоятельно.

Схема цифрового прототипа МОС имеет вид:

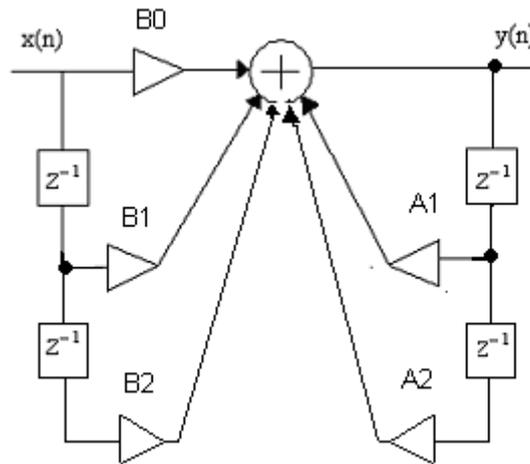


Рис.8 Схема цифрового прототипа МОС

