ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 6.
ТЕОРИЯ ПОГРЕШНОСТЕЙ И МАШИННАЯ АРИФМЕТИКА.

6.1.Цель: изучение точных и итерационных методов решения систем линейных алгебраических уравнений, создание m-файлов и использование различных функций пакета MATLAB для их решения.

6.2. Порядок выполнения работы

1. Изучите теоретическую часть. Выполните задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.
2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:
   - титульный лист;
   - цель работы;
   - задание и исходные данные варианта;
   - решения задач;
   - результаты решений задач;
   - протокол сеанса работы в MATLAB.

6.3. Методические рекомендации

6.3.1. Приближенные числа.

6.3.1.1. Числа с плавающей точкой. Числа могут быть представлены в памяти компьютера различными способами. Современные компьютеры (процессоры), как правило, позволяют обрабатывать целые числа, а также дробные числа в форме с плавающей точкой.

Множество целых чисел бесконечно. Однако процессор из-за ограниченности его разрядной сетки может оперировать лишь с некоторым конечным подмножеством этого множества. В современных компьютерах для хранения целого числа обычно отводиться 4 байта памяти, что представляет представлять целые числа, находящиеся примерно в диапазоне от $-2*10^9$ до $2*10^9$.

При решении научно-технических задач в основном используются действительные (вещественные) числа. В компьютерах они представляются в форме с плавающей точкой. Десятичное число D в этой форме записи имеет вид

$$D = \pm m*10^n,$$

где m и n – соответственно мантисса числа и его порядок.

Например, число –273.9 можно записать в виде: $-2739*10^{-1}$, $-2.739*10^2$, $-0.2739*10^3$. Последняя запись – нормализованная форма числа с плавающей точкой.

Таким образом, если представить мантиссу числа в виде $m = 0.d_1d_2\ldots d_k$, то при $d_1 \neq 0$ получим *нормализованную форму* числа с плавающей точкой. В дальнейшем, говоря о числах с плавающей точкой, будем иметь именно эту форму.

Обычная же запись числа в виде –273.9 называется формой записи с *фиксированной точкой*. В настоящее время такое представление используется в компьютерах, как правило, только на этапе ввода и вывода чисел.

Число A в системе счисления с основанием α можно представить в виде $A = \pm 0.a_1a_2\ldots a_k*\alpha^n$, где a_1, a_2, …, a_k – целые числа из диапазона 0, … $\alpha - 1$. Из этой записи следует, что подмножество действительных чисел, с которым оперирует конкретный компьютер, не является бесконечным: оно конечно и определяется разрядностью k, а также границами порядка n_1, n_2 ($n_1 \le n \le n_2$).

Это подмножество содержит

$$N = 2(\alpha - 1)(n_2 - n_1 + 1)\alpha^{k-1} + 1 \qquad (6.1)$$

чисел, наименьшим и наибольшим по модулю являются соответственно числа

$$M_0 = (\alpha - 1)\alpha^{n_1 - 1} \text{ и } M_\infty = (1 - \alpha^{-k})\alpha^{n_2}, \qquad (6.2)$$

называемые *машинным нулем* и *машинной бесконечностью*.

Границы порядка n_1, n_2 определяют ограниченность действительных чисел по величине, а разрядность k – дискретность распределения их на отрезке числовой оси. Например, в случае десятичных чисел при четырех разрядном представлении все значения, находящиеся в промежутке (0.28505, 0.28514), представляются числом 0.2851 (при выполнении округления). Если к этому числу 0.2851 прибавить число, меньшее по модулю половины единицы последнего разряда (т.е. меньшее по модулю 0.00005), в результате получится то же самое число 0.2851.

В настоящее время большинство производителей процессоров в основном придерживаются стандарта IEEE 754 (IEEE – институт инженеров по электротехнике и электронике (США)) для арифметических операций над двоичными числами с плавающей точкой. Данный стандарт предусматривает наличие, в частности двух двоичных (α = 2) форматов: с одинарной точностью и с двойной точностью. Приведем для этих форматов размер отводимой памяти, значения k, n_1, n_2 и приближенные значения M_0 и M_∞. Заметим, что стандарт IEEE 754 предусматривает обработку чисел, меньших по модулю M_0, но не меньших M_0^*, правда с меньшей разрядностью k.

Точность	**Байты**	k	n_1	n_2	M_0	M_0^*	M_∞
Ординарная	4	24	–125	128	$1.2{*}10^{-38}$	$1.4{*}10^{-45}$	$3.4{*}10^{38}$
Двойная	8	53	–1021	1024	$2.2{*}10^{-308}$	$4.9{*}10^{-324}$	$1.8{*}10^{308}$

Можно считать, что k соответствует 6-9 десятичным разрядам при ординарной и 15-17 разрядам при двойной точности.

Таким образом, компьютер оперирует с приближенными значениями действительных чисел. Мерой точности приближенных чисел является погрешность.

6.3.1.2. Понятие погрешности. Различают два вида погрешностей – абсолютную и относительную.

Абсолютная погрешность некоторого числа равна разности между его истинным значением и приближенным значением, полученным в результате вычисления или измерения:

$$\Delta x = |\, x - a \,|,$$

где a – приближенное значение числа x.

Относительная погрешность – это отношение абсолютной погрешности к приближенному значению числа:

$$\delta x = \Delta x \,/\, |\, a \,|.$$

К сожалению, истинное значение величины x обычно неизвестно. Поэтому приведенные выражения для погрешностей практически не могут быть использованы. Имеется лишь приближенное значение a и нужно найти его *предельную погрешность* Δa, являющуюся верхней оценкой модуля абсолютной погрешности, т.е. $|\, \Delta x \,| \le \Delta a$. В дальнейшем значение Δa принимается в качестве абсолютной погрешности приближенного числа a. В этом случае истинное значение x находится в интервале ($a - \Delta a$, $a + \Delta a$).

Для приближенного числа, полученного в результате округления, абсолютная погрешность Δa принимается равной половине единицы последнего разряда числа. Например, значение a = 0.734 могло быть получено округлением чисел 0.73441, 0.73353 и др.

при этом | Δx | $\leq$ 0.0005, и полагаем Δa = 0.0005. если при вычислениях на компьютере округление не производится, а цифры, выходящие за разрядную сетку машины, отбрасываются, то максимально возможная погрешность результата выполнения операции в два раза больше по сравнению со случаем округления.

Приведем примеры оценки абсолютной погрешности при некоторых значениях приближенной величины *a*:

a	51.7	–0.0031	16	16.00
Δa	0.05	0.00005	0.5	0.005

Предельное значение относительной погрешности – отношение предельной абсолютной погрешности к абсолютной величине приближенного числа:

$$\delta a = \Delta a \,/\, |\, a \,|.$$

Например, $\delta(-0.0031) = 0.00005/0.0031 \approx 0.016129$ (1.6%). Заметим, что погрешность округляется всегда в сторону увеличения. В данном случае $\delta(-0.0031) \approx 0.01613$.

Приведенные оценки погрешностей приближенных чисел справедливы, если в записи этих чисел все значащие цифры верные. *Значащими цифрами* считаются все цифры данного числа, начиная с первой ненулевой цифры. Например, в числе 0.037 две значащие цифры: 3 и 7, а в числе 14.80 все четыре цифры значащие. Кроме того, при изменении формы записи числа (например, при записи в форме с плавающей точкой) число значащих цифр не должно меняться, т.е. нужно соблюдать равносильность преобразований. Например, записи 7500 = $0.7500 \cdot 10^4$ и $0.110 \cdot 10^2$ = 11.0 равносильные, а записи 7500 = $0.75 \cdot 10^4$ и $0.110 \cdot 10^2$ = 11 неравносильные.

Значащую цифру числа x называют *верной*, если абсолютная погрешность числа не превосходит единицы разряда, соответствующего этой цифре.

6.3.1.3. Действия над приближенными числами. Сформулируем правила оценки предельных погрешностей при выполнении операций над приближенными числами.

При сложении или вычитании чисел их абсолютные погрешности складываются. При умножении или делении друг на друга их относительные погрешности складываются. При возведении в степень приближенного числа его относительная погрешность умножается на показатель степени.

Для случая двух приближенных чисел *a* и *b* эти правила можно записать в виде формул

$$\begin{aligned}
&\Delta(a \pm b) = \Delta a + \Delta b,\\
&\delta(a * b) = \delta a + \delta b,\\
&\delta(a/b) = \delta a + \delta b,\\
&\delta(a^k) = k\delta a.
\end{aligned} \tag{6.3}$$

Относительная погрешность суммы положительных слагаемых заключена между наибольшим и наименьшим значениями относительных погрешностей этих слагаемых.

Действительно, пусть $a > 0$, $b > 0$, $m = \min(\delta a, \delta b)$, $M = \max(\delta a, \delta b)$. Тогда

$$\delta(a+b) = \frac{\Delta(a+b)}{a+b} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a+b} = \frac{a\delta a + b\delta b}{a+b} \leq \frac{aM + bM}{a+b} = M\,.$$

Аналогично, $\delta(a + b) \geq m$. На практике для оценки погрешности принимается наибольшее значение *M*.

Пример 1. Найти относительную погрешность функции

$$y = \sqrt{\frac{a+b}{x^3(1-x)}}\,.$$

Используя формулы (6.3), получаем

$$\delta y = \frac{1}{2}\left[\delta(a+b) + 3\delta x + \delta(1-x)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{\Delta a + \Delta b}{|a+b|} + 3\frac{\Delta x}{|x|} + \frac{\Delta x}{|1-x|}\right].$$

Полученная оценка относительной погрешности содержит в знаменателе выражение $|1 - x|$. Ясно, что при $x \approx 1$ можно получить очень большую погрешность. В связи с этим рассмотрим подробнее случай вычитания близких чисел.

Запишем выражение для относительной погрешности разности двух чисел в виде

$$\delta(a-b) = \frac{\Delta(a-b)}{|a-b|} = \frac{\Delta a + \Delta b}{|a-b|}\,.$$

При $a \approx b$ эта погрешность может быть сколько угодно большой.

Пример 2. Пусть $a = 2520$, $b = 2518$. В этом случае имеем абсолютные погрешности исходных данных $\Delta a = \Delta b = 0.5$ и относительные погрешности $\delta a \approx \delta b = 0.5/2518 \approx 0.0001$ (0.02 %). Относительная погрешность разности равна

$$\delta(a-b) = \frac{0.5+0.5}{2} = 0.5(50\,\%)\,.$$

Следовательно, при малых погрешностях в исходных данных мы получили весьма неточный результат. Нетрудно подсчитать, что даже при случайных изменениях a и b на единицу в последних разрядах их разность может принимать 0, 1, 2, 3, 4. Поэтому при организации вычислительных алгоритмов следует избегать вычитания близких чисел; при возможности алгоритм нужно видоизменить во избежание потери точности на некотором этапе вычислений.

Из рассмотренных правил следует, что при сложении или вычитании приближенных чисел желательно, чтобы эти числа обладали одинаковыми абсолютными погрешностями, т.е. одинаковым числом разрядов после десятичной точки. Например, 38.723 + 4.9 = 43.6; 425.4 – 0.047 = 425.4. Учет отброшенных разрядов не повысит точность результатов. При умножении и делении приближенных чисел количество значащих цифр выравнивается по наименьшему из них.

Рассмотрим функцию одной переменной $y = f(x)$. Пусть a – приближенное значение аргумента x, Δa – его абсолютная погрешность. Абсолютную погрешность функции можно считать ее приращением, которое она испытывает при изменении аргумента на Δa. Это приращение можно заменить дифференцированием: $\Delta y \approx dy$. Тогдп для оценки абсолютной погрешности получим выражение $\Delta y = |f'(a)|\Delta a$.

Аналогичное выражение можно записать для функции нескольких аргументов. Например, оценка абсолютной погрешности функции $u = f(x, y, z)$, приближенные значения аргументов которой соответственно a, b, c имеет вид

$$\Delta u = |f_x'(x, y, z)|\Delta a + |f_y'(x, y, z)|\Delta b + |f_z'(x, y, z)|\Delta c. \qquad (6.4)$$

Относительная погрешность находится по формуле

$$\delta u = \frac{\Delta u}{\left|f(a,b,c)\right|}.$$

Полученные соотношения можно использовать для вывода оценки погрешности произвольной функции. Например, при $c = a - b$ по формуле (6.4) получаем $\Delta c = |c_a'|\Delta a + |c_b'|\Delta b = \Delta a + \Delta b$.

6.4. Численные примеры

***Пример* 6.1.** Определить, какое равенство точнее: $9/11 = 0.818$; $\sqrt{18} = 4.24$.

Решение. Найдем значения данных выражений с большим числом десятичных знаков. Для этого выполним следующие действия:

```
>> format long
>> a1=9/11
a1 =
  0.818181818181818
>> a2=sqrt(18)
a2 =
  4.242640687119285
```

Затем вычислим предельные абсолютные погрешности:

```
>> abs(a1-0.818)
ans =
   1.818181818182829e-004
>> abs(a2-4.24)
ans =
  0.002640687119285
```

Округлим их: $\Delta a_1 = 0.00019$, $\Delta a_2 = 0.0027$.

Вычислим предельные относительные погрешности:

```
>> 0.00019/0.818
ans =
   2.322738386308069e-004
>> 0.0027/4.24
ans =
   6.367924528301887e-004
```

Таким образом,

$$\delta a_1 = \frac{\Delta a_1}{a_1} = \frac{0.00019}{0.818} = 0.00024 = 0.024\%;$$

$$\delta a_2 = \frac{\Delta a_2}{a_2} = \frac{0.0027}{4.24} = 0.00064 = 0.064\%.$$

Так как $\delta a_1 < \delta a_2$, то равенство $9/11 = 0.818$ является более точным.

***Пример* 6.2.** Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки: $2.3544; \delta = 0.2\%$.

Решение. Пусть $a = 2.3544; \delta a = 0.2\%$; тогда $\Delta a = a \cdot \delta a = 0.00471$. В данном числе верными являются три цифры, поэтому округляем его, сохраняя эти цифры:

$$a_1 = 2.35; \qquad \Delta a_1 = \Delta a + \Delta_{окр} = 0.00471 + 0.0044 = 0.00911 < 0.01.$$

Значит, и в округленном числе 2.35 все три цифры верны.

***Пример* 6.3.** Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа 12.384, если оно имеет только верные цифры.

Решение. Так как все пять цифр числа a = 12.384 верны, то

$$\Delta a = 0.0005; \qquad \delta a = \frac{0.0005}{12.384} = 0.00004 = 0.004\%.$$

***Пример* 6.4.** Вычислить и определить погрешности результата $N = \dfrac{(n-1)(m+n)}{(m-n)^2}$, где n = 3.0567(±0.0001), m=5.72(±0.02).

Решение. Имеем:

$$n - 1 = 2.0567(\pm 0.0001),$$

$$m + n = 3.0567(\pm 0.0001) + 5.72(\pm 0.02) = 8.7767(\pm 0.0201),$$

$$m - n = 5.72(\pm 0.02) - 3.0567(\pm 0.0001) = 2.6633(\pm 0.0201),$$

$$N = \frac{2.0567 * 8.7767}{2.6633^2} = 2.545 \approx 2.55,$$

$$\delta N = \frac{0.0001}{2.0567} + \frac{0.0201}{8.7767} + 2 * \frac{0.0201}{2.6633} = 0.0174 = 1.74\%,$$

$$\Delta N = 2.55 * 0.0174 = 0.044.$$

Ответ: $N \approx 2.55(\pm 0.044)$; $\delta N = 1.74\%$.

6.4. Задание .

1. Определить, какое равенство точнее.
2. Округлить сомнительные цифры числа, оставив верные знаки.
3. Найти предельную абсолютную и относительную погрешности числа, если они имеют только верные цифры.
4. Вычислить и определить погрешности результата.

Варианты заданий.

№ варианта	Задание
1	1) $\sqrt{44} = 6.63;\ 19/41 = 0.463.$ 2) $2.8546;\ \delta = 0.3\%.$ 3) $42.884.$ 4) $X = \left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a = 4.3(\pm 0.05)$, $b = 17.21(\pm 0.02)$, $c = 8.2(\pm 0.05), m = 12.417(\pm 0.003)$, $n = 8.37(\pm 0.005)$.

Лабораторный практикум по дисциплине «Программирование и вычислительные методы», 4 семестр, 2010-2011 учебный год

<table>
<tr><th>№ варианта</th><th>Задание</th></tr>
<tr><td>3</td><td>$1)\sqrt{10.5}=3.24;\ 4/17=0.235.$
$2)\,0.5748(\pm 0.0034).$
$3)\,2.043.$
$4)\,X=\dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, где $a=2.754(\pm 0.001),\ b=11.7(\pm 0.04),$
$c=10.536(\pm 0.002), m=0.56(\pm 0.005),\ d=6.32(\pm 0.008).$</td></tr>
<tr><td>4</td><td>$1)\sqrt{10}=3.16;\ 15/7=2.14.$
$2)\,0.34484;\ \delta=0.4\%.$
$3)\,0.745.$
$4)\,X=\dfrac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$, где $a=23.16(\pm 0.02),\ b=8.23(\pm 0.005),$
$c=145.5(\pm 0.08), m=0.28(\pm 0.006),\ d=28.6(\pm 0.1).$</td></tr>
<tr><td>5</td><td>$1)\sqrt{4.8}=2.19;\ 6/7=0.857.$
$2)\,10.8441;\ \delta=0.5\%.$
$3)\,0.288.$
$4)\,X=\dfrac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$, где $a=27.16(\pm 0.006),\ b=5.03(\pm 0.01),$
$c=3.6(\pm 0.02), m=12.375(\pm 0.004),\ n=86.2(\pm 0.05).$</td></tr>
<tr><td>6</td><td>$1)\sqrt{6.8}=2.61;\ 12/11=1.091.$
$2)\,0.12356(\pm 0.00036).$
$3)\,3.4453.$
$4)\,X=\dfrac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, где $a=16.342(\pm 0.001),\ b=2.5(\pm 0.03),$
$c=38.17(\pm 0.002), m=3.6(\pm 0.04),\ d=9.14(\pm 0.005).$</td></tr>
<tr><td>7</td><td>$1)\sqrt{22}=4.69;\ 2/21=0.095.$
$2)\,24.5643;\ \delta=0.1\%.$
$3)\,4.348.$
$4)\,S=\dfrac{1}{64}\pi\sqrt{D^4-d^4}$, где $D=36.5(\pm 0.1),\ d=26.35(\pm 0.005),$
$\pi=3.14.$</td></tr>
<tr><td>8</td><td>$1)\sqrt{9.8}=3.13;\ 23/15=1.53.$
$2)\,8.3445(\pm 0.0022).$
$3)\,0.576.$
$4)\,X=\dfrac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$, где $a=9.542(\pm 0.001),\ b=3.128(\pm 0.002),$
$c=0.172(\pm 0.001), m=2.8(\pm 0.03),\ d=5.4(\pm 0.02).$</td></tr>
</table>

Лабораторный практикум по дисциплине «Программирование и вычислительные методы», 4 семестр, 2010-2011 учебный год

№ варианта	Задание
9	1) $\sqrt{83}=9.11;\ 6/11=0,545.$ 2) $3.7834(\pm 0.0041).$ 3) $0.678.$ 4) $y=\dfrac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, где $a=10.82(\pm 0.03)$, $b=2.786(\pm 0.0006)$, $m=0.28(\pm 0.006)$, $n=14.7(\pm 0.06)$.
10	1) $\sqrt{52}=7.21;\ 17/19=0.895.$ 2) $7.521;\delta=0.12\%.$ 3) $0.0748.$ 4) $Q=\dfrac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$, где $n=2.0435(\pm 0.0001)$, $x=4.2(\pm 0.05)$, $y=0.82(\pm 0.01)$.
11	1) $\sqrt{44}=6.63;\ 21/29=0.723.$ 2) $13.6253(\pm 0.0021).$ 3) $2.16.$ 4) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a=5.2(\pm 0.04)$, $b=15.32(\pm 0.01)$, $c=7.5(\pm 0.05), m=21.823(\pm 0.002)$, $n=7.56(\pm 0.003)$.
12	1) $\sqrt{27}=5.19;\ 50/19=2.63.$ 2) $0.85637;\delta=0.21\%.$ 3) $236.58.$ 4) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a=18.5(\pm 0.03)$, $b=5.6(\pm 0.02)$, $c=26.3(\pm 0.01), m=3.42(\pm 0.003)$, $d=14.782(\pm 0.006)$.
13	1) $\sqrt{51}=7.14;\ 21/33=0.636.$ 2) $4.4753;\ \delta=0.2\%.$ 3) $32.442.$ 4) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a=3.25(\pm 0.02)$, $b=12.2(\pm 0.05)$, $c=5.32(\pm 0.04), m=11.321(\pm 0.002)$, $n=3.45(\pm 0.005)$.
14	1) $\sqrt{20}=4.47;\ 9/43=0.209.$ 2) $2.3246(\pm 0.0015).$ 3) $0.786.$ 4) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a=11.25(\pm 0.02)$, $b=6.76(\pm 0.02)$, $c=34.25(\pm 0.03), m=4.33(\pm 0.006)$, $d=23.732(\pm 0.004)$.

Лабораторный практикум по дисциплине «Программирование и вычислительные методы», 4 семестр, 2010-2011 учебный год

№ варианта	Задание
15	1) $\sqrt{20.5}=4.53;\ 3/19=0.158.$ 2) $0.4321(\pm 0.0026).$ 3) $3.0786.$ 4) $X=\dfrac{(a+b)m}{(c-d)^2}$, где $a=3.74(\pm 0.002),\ b=11.7(\pm 0.04),$ $c=10.53(\pm 0.005), m=1.565(\pm 0.003),\ d=2.332(\pm 0.007).$
16	1) $\sqrt{11}=3.32;\ 17/7=2.43.$ 2) $0.54321;\ \delta=0.7\%.$ 3) $0.654.$ 4) $X=\dfrac{(a+b)m}{\sqrt{c-d}}$, где $a=23.6(\pm 0.05),\ b=8.243(\pm 0.003),$ $c=145.35(\pm 0.04), m=0.258(\pm 0.002),\ d=28.6(\pm 0.1).$
17	1) $\sqrt{7.8}=2.79;\ 5/7=0.714.$ 2) $30.4814;\ \delta=0.3\%.$ 3) $0.8828.$ 4) $X=\dfrac{(a-b)c}{\sqrt{m+n}}$, где $a=2.16(\pm 0.003),\ b=5.3(\pm 0.05),$ $c=3.64(\pm 0.02), m=12.375(\pm 0.004),\ n=86.42(\pm 0.07).$
18	1) $\sqrt{5.8}=2.41;\ 13/11=1.182.$ 2) $0.31656(\pm 0.00024).$ 3) $5.7865.$ 4) $X=\dfrac{a+b}{\sqrt{(c-d)m}}$, где $a=16.42(\pm 0.002),\ b=2.5(\pm 0.03),$ $c=38.37(\pm 0.02), m=3.46(\pm 0.04),\ d=9.14(\pm 0.005).$
19	1) $\sqrt{32}=5.66;\ 13/21=0.619.$ 2) $75.8765;\ \delta=0.2\%.$ 3) $7.874.$ 4) $S=\dfrac{1}{64}\pi\sqrt{D^4-d^4}$, где $D=36.54(\pm 0.1),\ d=16.35(\pm 0.002),$ $\pi=3.14.$
20	1) $\sqrt{9.5}=3.08;\ 43/15=2.87.$ 2) $7.4535(\pm 0.0011).$ 3) $0.987.$ 4) $X=\dfrac{m\sqrt{a-b}}{c+d}$, где $a=9.52(\pm 0.003),\ b=2.28(\pm 0.002),$ $c=0.17(\pm 0.01), m=2.81(\pm 0.05),\ d=5.34(\pm 0.02).$

21	1) $\sqrt{87}=9.33;\ 3/11=0.273.$ 2) $6.8321(\pm 0.0043).$ 3) $0.874.$ 4) $y=\dfrac{\sqrt[3]{a-b}}{m(n-a)}$, где $a=10.862(\pm 0.003)$, $b=2.78(\pm 0.006)$, $m=0.28(\pm 0.006)$, $n=12.77(\pm 0.06)$.
22	1) $\sqrt{62}=7.87;\ 3/19=0.1585.$ 2) $5.7521; \delta=0.15\%.$ 3) $0.0753.$ 4) $Q=\dfrac{(2n-1)^2(x+y)}{x-y}$, где $n=2.035(\pm 0.001)$, $x=2.2(\pm 0.05)$, $y=0.82(\pm 0.05)$.
23	1) $\sqrt{74}=8.602;\ 21/29=0.9655.$ 2) $24.8743(\pm 0.0032).$ 3) $2.716.$ 4) $X=\left[\dfrac{(a+b)c}{m-n}\right]^2$, где $a=5.32(\pm 0.06)$, $b=15.32(\pm 0.01)$, $c=3.5(\pm 0.02), m=11.83(\pm 0.002)$, $n=5.586(\pm 0.003)$.
24	1) $\sqrt{37}=6.08;\ 70/19=3.684.$ 2) $0.43237; \delta=0.36\%.$ 3) $236.658.$ 4) $X=\dfrac{m^3(a+b)}{c-d}$, где $a=18.35(\pm 0.003)$, $b=5.6(\pm 0.02)$, $c=26.33(\pm 0.002), m=3.42(\pm 0.003)$, $d=14.72(\pm 0.006)$.

6.5. Примерные вопросы на защите работы.

1. Что такое абсолютная погрешность?
2. Что такое относительная погрешность?
3. Как классифицируются погрешности?
4. Что такое предельная абсолютная погрешность?
5. Что значит значащая цифра?
6. Что значит верная цифра?
7. Как распространяются абсолютная и относительная погрешности в арифметических действиях?
8. Как осуществить оценку погрешности значений элементарных функций?
9. Какие действия предусмотрены над приближенными числами?
10. Чему равны машинный нуль и машинная бесконечность?