ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1.
ВЫЧИСЛЕНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ.

1.1. Цель: изучение операций вычислений над векторами и матрицами.

1.2. Порядок выполнения работы

1. Изучить теоретическую часть. Выполнить задания, соответствующие номеру Вашего варианта, и продемонстрируйте их преподавателю.

2. Оформите отчет по лабораторной работе, который должен содержать:

- титульный лист;
- цель работы;
- задание и исходные данные варианта;
- протокол сеанса работы в MATLAB.

1.3. Методические рекомендации

MATLAB – одна из старейших, тщательно проработанных и проверенных временем систем автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении и применении матричных операций. Она включает в себя вычисления, визуализацию и программирование в удобной среде, где задачи и решения выражаются в форме, близкой к математической. Типичное использование MATLAB – это:

– математические вычисления;
– создание алгоритмов;
– моделирование;
– анализ данных, исследования и визуализация;
– научная и инженерная графика;
– разработка приложений, включая создание графического интерфейса.

1.3.1 Пользовательский интерфейс MATLAB

Графический интерфейс пользователя МАТЛАВ состоит из 4-х независимых окон, имеющих названия: *Workspace*, *Command Window*, *Command History*, *Current Directory* (рисунок 1).

Окно *Workspace* (браузер рабочей области) используется для отображения состояния зарезервированной области памяти компьютера, в которой хранятся переменные, используемые в данном сеансе работы.

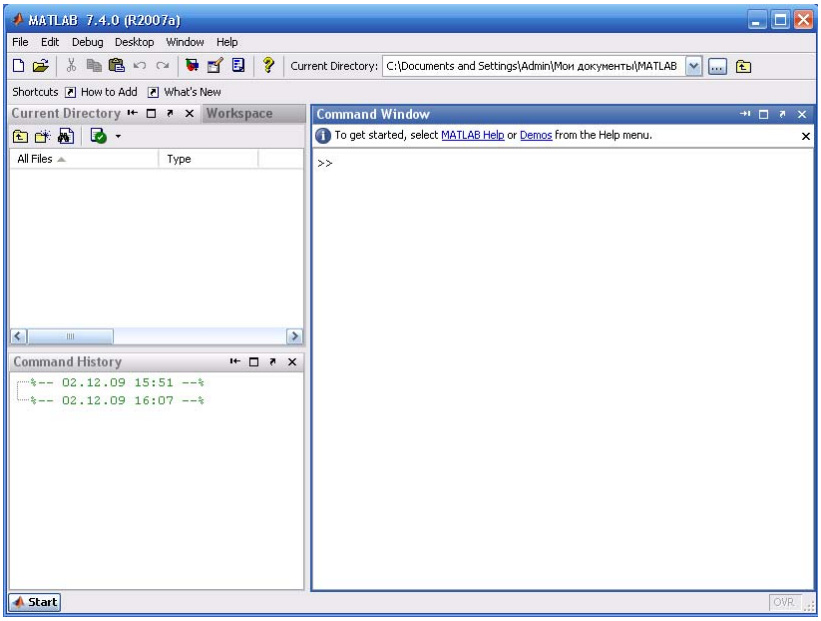

Рисунок 1 – Графический интерфейс пользователя пакета МАТЛАВ

Окно *Command Window* является основным окном, в котором вводятся исполняемые команды и отображаются результаты вычислений.

Окно *Command History* используется для отображения содержимого буфера, в котором хранятся выполненные ранее команды пакета.

Окно *Current Directory* отображает список файлов и вложенных папок активного в данный момент каталога.

Сеанс работы можно сохранить в файле с расширением .mat . Загрузив этот файл в окне *Command Window* можно увидеть список всех выполненных команд. *Command Window* позволяет писать и выполнять команды. Двойной щелчок на команде в окне *Command Window* переносит ее в *Окно команд*, где сразу видны результаты ее выполнения.

1.3.2 MATLAB в роли суперкалькулятора

Система MATLAB создана таким образом, что любые вычисления можно выполнять в режиме *прямых вычислений*, т.е. без подготовки программы. Такой режим работы в MATLAB называется *интерактивным режимом*.

Работа с системой в режиме прямых вычислений носит *диалоговый характер*:

Задал вопрос → Получил ответ.

Пользователь набирает на клавиатуре вычисляемое выражение, редактирует его в командной строке и завершает ввод нажатием клавиши *Enter*.

– >> – служит для указания ввода исходных данных;

– ; – точка с запятой отделяет строки матрицы, а точка с запятой в конце командной строки (команды) отменяет вывод результата на экран;

– [ ] – квадратные скобки служат для создания матриц и векторов;

– – пробел служит для разделения элементов матрицы;

– , – запятая служит для разделения элементов матриц и операторов в строке ввода;

– : – двоеточие используется для задания диапазона (интервала изменения величины) и в качестве знака групповой операции над элементами матриц;

– ! – отмечает начало команды DOS;

– ‘ – апостроф указывает на символьные строки;

– % – знак процента обозначает начало комментария;

– если не указана переменная для значения результата вычислений, то МАТЛАВ назначает такую переменную с именем ans;

– знаком присваивания является знак равенства =;

– встроенные функции (sin и другие) записываются строчными буквами и их аргументы указываются в круглых скобках;

– результат вычислений выводится в строках вывода (без знака >>).

1.3.3 Работа с векторами и матрицами в MATLAB

Двумерный массив чисел или математических выражений принято называть *матрицей*, а одномерный массив – *вектором*.

Векторы и матрицы характеризуются *размером*. *Размер вектора* – это число его элементов. *Размер матрицы* определяется числом ее строк m и столбцов n. Обычно размер матрицы указывают как $m \times n$.

Матрица называется *квадратной*, если число ее строк равно числу ее столбцов, т.е. $m = n$.

Векторы и матрицы могут иметь имена, например V – вектор, M – матрица. Элементы векторов и матриц рассматриваются как индексированные переменные, например, V_2 – второй элемент вектора V, M_{13} – третий элемент первой строки матрицы M.

Система MATLAB выполняет сложные и трудоемкие операции над векторами и матрицами даже в режиме прямых вычислений без какого-либо программирования. Ее можно пользоваться как мощнейшим калькулятором, в котором наряду с арифметическими и алгебраическими действиями могут использоваться такие сложные операции как:

– инвертирование матрицы;

– вычисление ее собственных значений;

– решение системы линейных уравнений;

– вывод графиков функций и т.д.

1.3.3.1 Ввод вектора или матрицы

Для задания вектора из 4-х элементов можно использовать следующие записи:

```
>> V = [1 5 2 6]  или
>> V = [1, 5, 2, 6]
V =
1  5 2 6
```

Матрица задается рядом векторов, представляющих ее строки и заключенных в квадратные скобки. Элементы вектора разделяются пробелами или запятыми, а для разделения векторов используется точка с запятой.

Для ввода матрицы 3 × 3 нужно:

```
>> M = [1 2 3; 4 5 6; 7 8 9]  или
>> M = [1, 2, 3; 4, 5, 6; 7, 8, 9] или
>> M = [1 2 3 <Enter>
     4 5 6 <Enter>
     7 8 9]
M =
   1 2 3
   4 5 6
   7 8 9
```

Задание матрицы требует указания нескольких строк. Для разграничения строк используется знак ; (точка с запятой).

Обращение к элементу вектора:

V(3) – 3-й элемент вектора: V(*k*) – *k*-й элемент вектора.

Обращение к элементу матрицы:

M(1, 2) – элемент матрицы на пересечении 1-й строки и 2-го столбца: M(k, m) – элемент матрицы на пересечении *k*-й строки и *m*-го столбца; M(n, :) – обращение к *n*-й строке; M(:, k) – обращение к *k*-му столбцу.

1.3.3.2 Основные операции над векторами и матрицами

В МАТЛАВ предусмотрены следующие операции с векторами и матрицами:

– создание стандартных матриц;

– создание векторов равноотстоящих точек в линейном и логарифмическом масштабах;

– создание массивов со случайными элементами;

– конкатенация матриц;

– изменение порядка расположения элементов матриц;

– вычисление сумм и произведений;

– изменение формы матриц;

– выделение треугольных частей матриц;

– вычисление тестовых матриц.

Матрицы представляют собой самые распространенные объекты системы MATLAB. Ниже описываются основные операции с матрицами. По обилию матричных операторов и функций MATLAB является лидером среди массовых систем компьютерной математики.

1.3.3.3 Создание матриц с заданными свойствами

1. Для создания *единичной* матрицы (она обычно обозначается как *E*) служит функция eye:

– eye(n) – возвращает единичную матрицу размера $n \times n$;

– eye(m, n) или eye([m n]) – возвращают матрицу размера $m \times n$ с единицами по диагонали и нулями в остальных ячейках;

– eye(size(A)) – возвращает единичную матрицу того же размера, что и *A*.

2. Для создания матриц, все элементы которых – единицы, используется функция ones:

– ones(n) – возвращает матрицу размера $n \times n$, все элементы которой – единицы. Если *n* – не скаляр, то появится сообщение об ошибке;

– ones(m, n) или ones([m n]) – возвращают матрицу размера $m \times n$, состоящую из единиц;

– ones(dl, d2, d3....) или ones([d1 d2 d3...]) – возвращает массив из единиц с размером $d1 \times d2 \times d3 \times ...$;

– ones(size(A)) – возвращает массив единиц той же размерности и размера, что и *A*. Матрица с единичными элементами в отличие от единичной матрицы в MATLAB определена и для многомерных массивов.

3. Для создания матрицы с нулевыми элементами используется функция zeros:

– zeros(n) – возвращает матрицу размера $n \times n$, содержащую нули. Если *n* – не скаляр, то появится сообщение об ошибке;

– zeros(m, n) или zeros([m n]) – возвращают матрицу размера $m \times n$, состоящую из нулей;

– zeros(d1, d2, d3,...) или zeros([d1 d2 d3...]) – возвращают массив из нулей размера $d1 \times d2 \times d3 \times ...$;

– zeros(size(A)) – возвращает массив нулей того же размера и размерности, что и *A*.

4. Для создания линейного массива равноотстоящих точек используется функция linspace, которая формирует линейный массив равноотстоящих узлов. Это подобно оператору :, но дает прямой контроль над числом точек. Применяется в следующих формах:

– linspace(a, b) – возвращает линейный массив из 100 точек, равномерно распределенных между *a* и *b*;

– linspace(a, b, n) – генерирует *n* точек, равномерно распределенных в интервале от *a* до *b*.

1.3.4 Основные объекты MATLAB

Центральным понятием всех математических систем является математическое выражение. Оно задает то, что должно быть вычислено в численном (реже символьном) виде.

Примеры математических выражений:

a + sin(x); 23.16 * tan(x); 4 + exp(3) / (5*c – b); f = sqrt(z*6)/2 + x^3; sin(pi/10)

Математические выражения строятся на основе:

– чисел;
– констант;
– переменных;
– операторов;
– функций и разных спецзнаков.

Число – простейший объект языка MATLAB, представляющий количественные данные. Числа могут быть: целыми, дробными, с фиксированной точкой, с плавающей точкой (в научном плане с указанием мантиссы и порядка числа).

Примеры представления целых и вещественных чисел с фиксированной и плавающей точкой:

0; 2; –3; 3.53; 0.00001; 1215.563e-4; –23.45e5.

Константа – это предварительно определенное числовое или символьное значение, представленное уникальным именем. Числа являются безымянными *числовыми константами*. Другие виды констант в MATLAB принято называть *системными переменными*. Основные системные переменные, применяемые в MATLAB, указаны ниже:

– i или j – мнимая единица (корень квадратный из –1);

– pi – число π – 3.1415926...;

– eps – погрешность операций над числами с плавающей точкой (2^{-52});

– realmin – наименьшее число с плавающей точкой (2^{-1022});

– realmax – наибольшее число с плавающей точкой (2^{1023});

– inf – значение машинной бесконечности;

– ans – переменная, хранящая результат последней операции;

– NaN – указание на нечисловой характер данных (Not-a-Number).

Примеры использования системных переменных:

```
>> 2*pi
ans=
   6.2832
>> eps
ans =
  2.2204e-016
>> realmin
ans =
  2.2251e-308
>> realmax
ans =
  1.7977e+308
>> 1/0
ans =
   Inf
>> 0/0
ans =
   NaN
```

Символьная константа – это цепочка символов, заключенных в апострофы, например: 'Hello my friend!', 'Привет', '2+3' .

Переменные – это имеющие имена объекты, способные хранить некоторые данные. В зависимости от этих данных переменные могут быть числовыми или символьными, векторными или матричными. Переменным можно задавать значения с помощью следующего оператора:

имя_переменной = выражение.

Типы переменных заранее не декларируются. Они определяются выражением, значение которого присваивается переменной. Так, если это выражение – вектор или матрица, то переменная будет векторной или матричной.

В памяти компьютера переменные занимают определенное место, называемое *рабочей областью* (*workspace*). Для очистки рабочей области используется функция clear в разных формах:

– clear – уничтожение определений всех переменных;

– clear x – уничтожение определения переменной *x*;

– clear a b c – уничтожение определений указанных переменных.

Оператор – это специальное обозначение для определенной операции над данными (операндами). Например, простейшими арифметическими операторами являются знаки сложения +, вычитания -, умножения * , деления /, возведения в степень ^. Следует отметить, что большинство операторов относится к матричным операциям. Есть ряд специальных операторов, например, оператор \ означает деление *справа налево,* а операторы .* и ./ означают соответственно *поэлементное* умножение и *поэлементное* деление массивов. Полный список операторов можно получить, используя команду: help ops.

Возможен ввод элементов матриц и векторов в виде арифметических выражений, содержащих любые доступные системе функции, например:

```
>> V= [2+2/(3+4)  exp(5)  sqrt(l0)]
V =
```

2.2857 148.4132 3.1623

1.4. Задания:

<u>Задание 1.</u> Задать значения переменным и вычислить выражения, используя следующие арифметические операторы:

- +
- -
- *
- /
- ^
- sqrt

Варианты заданий

№ варианта	Выражение	№ варианта	Выражение
1	$a=\dfrac{\sqrt{\lvert x-1\rvert}-\sqrt[3]{\lvert y\rvert}}{1+\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}}$	13	$a=y+\dfrac{x}{y^2+\left\lvert\dfrac{x^2}{y+x^3/3}\right\rvert}$
2	$b=x(arctgz+e^{-(x+3)})$	14	$b=\left(1+tg^2\dfrac{z}{2}\right)-\sin xy$
3	$a=\dfrac{3+e^{y-1}}{1+x^2\lvert y-tgz\rvert}$	15	$a=\dfrac{2\cos(x-\pi/6)}{1/2+\sin^2 y}$
4	$b=1+\lvert y-x\rvert+\dfrac{(y-x)^2}{2}+\dfrac{\lvert y-x\rvert^3}{3}$	16	$b=1+\dfrac{z^2}{3+z^2/5}-\dfrac{x^5}{y^2-3}$
5	$a=(1+y)\dfrac{x+y/(x^2+4)}{e^{-x-2}+1/(x^2+4)}$	17	$a=\dfrac{1+\sin^2(x+y)}{2+\lvert x-2x/(1+x^2y^2\rvert}+x,$
6	$b=\dfrac{1+\cos(y-2)}{x^4/2+\sin^2 z}$	18	$b=\cos^2\left(arctg\dfrac{1}{z}\right)+\sin\pi x$
7	$a=\ln\left\lvert\left(y-\sqrt{\lvert x\rvert}\right)\left(x-\dfrac{y}{z+x^2/4}\right)\right\rvert$	19	$b=x-\dfrac{x^2}{3tgx}+\dfrac{x^5}{\cos\pi y}$
8	$b=\dfrac{1+\cos(y-2)}{x^4/2+\sin^2 z}-\dfrac{1+\sin\pi x}{2x^3+5}$	20	$b=\sin\left(arctg\dfrac{1}{z}\right)-\cos\pi xy$
9	$b=\lvert y-x\rvert+\dfrac{(y-x)^2}{2}+\dfrac{\lvert y-x\rvert^3}{3z}$	21	$a=\dfrac{3+e^{y-1}}{1+x^2\lvert y-tgz\rvert}-\dfrac{x^{5-y}}{arctg\pi x}$
10	$b=\dfrac{1}{xy+6}+\dfrac{z^2}{3+z^2/5}$	22	$a=\ln\left\lvert\left(y-\sqrt{\lvert x\rvert}\right)\right\rvert+\left(x-\dfrac{y}{z+x^2/4}\right)^2$
11	$a=e^{1+y}+\dfrac{x+y/(x^2+4)}{e^{-x-2}+1/(x^2+4)}$	23	$a=\dfrac{3+e^{y-1}}{1+x^2\lvert y-tgz\rvert}-\dfrac{\sin\pi x^2}{x+2y^3}$
12	$a=\dfrac{2\sin(x-\pi/3)}{1/2+\cos^2 y}-\sqrt{\lvert x+z\rvert}$	24	$a=\dfrac{\sqrt{\lvert x-1\rvert}-\sqrt[2]{\lvert y\rvert}}{1+\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{y^2}{4}}-\dfrac{z^3}{x^2+y-z}$

<u>Задание 2.</u> Получить матрицы с заданными свойствами, используя следующие функции:

- eye
- ones

- zeros
- linspace
- :
- logspace

Варианты заданий

№ варианта	Параметры для функций eye, ones, zeros					Параметры для функции linspace			Параметры для функции logspace			Параметры для функции :		
	m	**n**	**d1**	**d2**	**d3**	**a**	**b**	**n**	**a**	**b**	**n**	**min**	**step**	**max**
1	2	2	1	2	3	1	30	10	0	3	2	10	0.5	30
2	2	3	1	2	4	2	40	15	0	3	3	20	1.5	40
3	2	4	1	2	5	3	50	20	0	3	4	30	2.0	50
4	2	5	1	3	2	4	60	25	0	3	5	40	2.5	60
5	2	6	1	3	4	5	70	30	0	3	6	50	3.0	70
6	2	7	1	3	5	6	80	35	0	3	7	60	3.3	80
7	3	2	1	4	5	7	90	40	0	3	8	70	3.6	90
8	3	3	2	1	3	8	100	45	0	3	9	80	3.9	100
9	3	4	2	1	4	9	200	50	0	4	10	90	4.4	200
10	3	5	2	1	5	10	55	12	1	4	2	10	4.8	55
11	3	6	2	3	1	15	65	24	1	4	3	15	5.2	65
12	3	7	2	3	4	20	75	36	1	4	4	20	5.4	75
13	4	2	2	3	5	25	85	48	1	4	5	25	5.6	85
14	4	3	2	4	5	30	95	60	1	4	6	30	5.8	95
15	4	4	3	1	2	35	100	11	1	4	7	35	6.1	100
16	4	5	3	1	4	40	105	22	1	4	8	40	6.3	105
17	4	6	3	1	5	45	110	33	1	4	9	45	6.5	110
18	4	7	3	2	1	50	120	44	1	4	10	50	6.7	120
19	5	2	3	2	4	55	150	55	2	5	2	55	6.9	150
20	5	3	3	2	5	60	160	66	2	5	3	60	7.5	160
21	5	4	3	4	5	65	100	13	2	5	4	65	8.0	100
22	5	5	3	5	4	70	130	26	2	5	5	70	8.5	130
23	5	6	4	1	2	75	160	39	2	5	6	75	9.0	160
24	5	7	4	2	3	80	200	52	2	5	7	80	9.5	200
25	6	2	4	2	2	85	150	65	2	5	8	85	10.0	100
26	6	3	4	2	3	90	170	14	2	5	9	90	0.5	110
27	6	4	4	3	6	95	190	28	2	5	10	95	1.5	120
28	6	5	4	3	7	100	200	42	3	6	2	100	2.0	150
29	6	6	4	5	3	105	210	56	3	6	3	105	2.5	175
30	6	7	4	5	4	110	220	70	3	6	4	110	3.0	200

Задание 3. Задать матрицы разных размерностей и объединить их, используя функцию конкатенации cat.

1.5. Примерный перечень вопросов на защите работы

1. Назовите четыре основных окна. Какие функции они выполняют?
2. Для чего предназначена система MATLAB?
3. Какие символы может содержать имя переменной?
4. Назовите наиболее используемые в MATLAB константы?
5. Перечислите основные объекты MATLAB.
6. Какие форматы чисел предусмотрены в MATLAB?
7. Опишите основные способы ввода векторов и матриц.
8. Каким образом осуществляется доступ к элементам векторов или матриц?
9. Какая функция предназначена для создания единичной матрицы?
10. С помощью какой функции можно создать линейный массив равноотстоящих точек?