2.16. Так называемая кривая Филипса описывает связь темпа роста зарплаты и уровня безработицы. А именно,

$$δw\_{t}=β\_{1}+β\_{2}\frac{1}{u\_{t}}+ε\_{t,}$$

где $w\_{t}-$уровень заработной платы, $δw\_{t}=\frac{100\left(w\_{t}-w\_{t-1}\right)}{w\_{t-1}}-темп роста зарплаты \left( в процентах\right)и u\_{t}- процент безработицы в год t. $

Теория предполагает, что $β\_{1}<0 и β\_{2}>0$.

Используя данные для страны из таблицы 2.2., ответьте на следующие вопросы:

а) Найдите оценки коэффициентов уравнения и проверьте наличие
значимой связи между $δw\_{t}$ и $u\_{t}$.

б) Найдите «естественный уровень безработицы», т.е. такой уровень безработицы, при котором $δw\_{t}$ = 0.

в) Когда изменения в уровне безработицы оказывали наибольшее
(наименьшее) влияние на темп изменения зарплаты?

г) Найдите 95%-доверительные интервалы для $β\_{1} и β\_{2}$

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год t | $$w\_{t}$$ | $$u\_{t}$$ | Год t | $$w\_{t}$$ | $$u\_{t}$$ |
| 1 | 1,62 | 1,0 | 10 | 2,66 | 1,8 |
| 2 | 1,65 | 1,4 | 11 | 2,73 | 1,9 |
| 3 | 1,79 | 1,1 | 12 | 2,80 | 1,5 |
| 4 | 1,94 | 1,5 | 13 | 2,92 | 1,4 |
| 5 | 2,03 | 1,5 | 14 | 3,02 | 1,8 |
| 6 | 2,12 | 1,2 | 15 | 3,13 | 1,1 |
| 7 | 2,26 | 1,0 | 16 | 3,28 | 1,5 |
| 8 | 2,44 | 1,1 | 17 | 3,43 | 1,3 |
| 9 | 2,57 | 1,3 | 18 | 3,58 | 1,4 |

Решение:

а) Найдем оценки коэффициентов уравнения и проверим наличие
значимой связи между $δw\_{t}$ и $u\_{t}$.

Оценочное уравнение регрессии (построенное по выборочным данным) будет иметь вид $δw\_{t}=β\_{1}+β\_{2}\frac{1}{u\_{t}}+ε\_{t,} $, где – наблюдаемые значения (оценки) ошибок , $β\_{1} и β\_{2}$ соответственно оценки параметров регрессионной модели, которые следует найти.

Для оценки параметров $β\_{1} и β\_{2}$ - используют МНК (метод наименьших квадратов).

Система нормальных уравнений.



Для расчетов построим вспомогательную таблицу (табл. 1).

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год t | δwt | ut | δwt | 1/ut | δwt/ut | 1/ut2 |
| 1 | 1,62 | 1 |  |  |  |  |
| 2 | 1,65 | 1,4 | 1,85185185 | 0,714286 | 1,322751 | 0,510204 |
| 3 | 1,79 | 1,1 | 8,48484848 | 0,909091 | 7,713499 | 0,826446 |
| 4 | 1,94 | 1,5 | 8,37988827 | 0,666667 | 5,586592 | 0,444444 |
| 5 | 2,03 | 1,5 | 4,63917526 | 0,666667 | 3,092784 | 0,444444 |
| 6 | 2,12 | 1,2 | 4,43349754 | 0,833333 | 3,694581 | 0,694444 |
| 7 | 2,26 | 1 | 6,60377358 | 1 | 6,603774 | 1 |
| 8 | 2,44 | 1,1 | 7,96460177 | 0,909091 | 7,240547 | 0,826446 |
| 9 | 2,57 | 1,3 | 5,32786885 | 0,769231 | 4,098361 | 0,591716 |
| 10 | 2,66 | 1,8 | 3,50194553 | 0,555556 | 1,945525 | 0,308642 |
| 11 | 2,73 | 1,9 | 2,63157895 | 0,526316 | 1,385042 | 0,277008 |
| 12 | 2,8 | 1,5 | 2,56410256 | 0,666667 | 1,709402 | 0,444444 |
| 13 | 2,92 | 1,4 | 4,28571429 | 0,714286 | 3,061224 | 0,510204 |
| 14 | 3,02 | 1,8 | 3,42465753 | 0,555556 | 1,902588 | 0,308642 |
| 15 | 3,13 | 1,1 | 3,64238411 | 0,909091 | 3,311258 | 0,826446 |
| 16 | 3,28 | 1,5 | 4,79233227 | 0,666667 | 3,194888 | 0,444444 |
| 17 | 3,43 | 1,3 | 4,57317073 | 0,769231 | 3,517824 | 0,591716 |
| 18 | 3,58 | 1,4 | 4,37317784 | 0,714286 | 3,123698 | 0,510204 |
| сумма | 45,97 | 24,8 | 81,4745694 | 12,54602 | 62,50434 | 9,559898 |

Подставим полученные данные в систему уравнений:



Решим систему уравнений по правилу Крамера:

 *D0* = 

 *D1* = 

 *D2* = 

  ,

  .

Таким образом, гиперболическое уравнение регрессии будет иметь вид:

$$δw\_{t}=-1,034+7,896·\frac{1}{u\_{t}}$$

Величина индекса корреляции  находится в границах от 0 до 1. Чем ближе она к единице, тем теснее связь рассматриваемых признаков, тем более надежно уравнение регрессии.





Связь между признаками могут быть слабыми и сильными (тесными). Их критерии оцениваются по шкале Чеддока:

менее 0,1 отсутствует линейная связь
0,1 < rxy < 0,3: слабая;
0,3 < rxy < 0,5: умеренная;
0,5 < rxy < 0,7: заметная;
0,7 < rxy < 0,9: высокая;
0,9 < rxy < 1: весьма высокая;

 В нашем примере связь между признаком Y фактором X заметная.

б) Найдите «естественный уровень безработицы», т.е. такой уровень безработицы, при котором $δw\_{t}$ = 0.

$$0=-1,034+7,896·\frac{1}{u\_{t}}$$

$$1,034=7,896·\frac{1}{u\_{t}}$$

$$1,034u\_{t}=7,896$$

$$u\_{t}=7,64$$

«Естественный уровень безработицы» будет равен 7,64%.

в) Когда изменения в уровне безработицы оказывали наибольшее
(наименьшее) влияние на темп изменения зарплаты?

Наибольшее влияние на темп изменения зарплаты происходит при уровне безработицы $u\_{t}=1,1$

Наименьшее влияние на темп изменения зарплаты происходит при уровне безработицы $u\_{t}=1,4$

г) Найдите 95%-доверительные интервалы для $β\_{1} и β\_{2}$

Для этого определим предельную ошибку для каждого показателя:





Доверительные интервалы:

 и 

 и 