Практическое задание 15
Раздел 15. «*Основы теории вероятностей*»

Разбор типовых задач

Пример 1. Вычислить $P_6; A_8^3; C_5^3$.

Решение.
Применив формулы:

$$P_n = n!,\ A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!},\ C_n^m = \frac{n!}{(n-m)!m!},$$

вычислим:

$$P_6 = 6! = 1\times2\times3\times4\times5\times6 = 720;$$

$$A_8^3 = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = \frac{1\times2\times3\times4\times5\times6\times7\times8}{1\times2\times3\times4\times5} = 6\times7\times8 = 336.$$

$$C_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!3!} = \frac{4\times5}{1\times2} = 10$$

Ответ: $P_6 = 720;\ A_8^3 = 336;\ C_5^3 = 10$.

Пример 2.

В ящике лежат 6 ложек и 4 вилки. Мальчик случайным образом берет три предмета. Найти вероятность того, что он взял 2 ложки и 1 вилку.

Решение.

По условию задачи: $\begin{matrix} 10\,пр = 6л + 4в \\ 3\,пр = 2л + 1в \end{matrix}$.

Обозначим событие A - «мальчик взял 2 ложки и 1 вилку». Общее число возможных элементарных исходов (n) равно числу способов, которыми можно извлечь 3 предмета из 10, т.е.

$$n = C_{10}^3 = \frac{10!}{7!3!} = \frac{8\times9\times10}{1\times2\times3} = 120.$$

Найдем число m событий, благоприятствующих появлению событию A:

$$m = C_6^2 \times C_4^1 = \frac{6!}{4!2!} = \frac{4!}{3!1!} = \frac{5\times6}{1\times2}\times4 = 60.$$

Искомая вероятность равна отношению числа исходов, благоприятствующих событию A, к общему числу всех элементарных исходов:

$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}.$$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

Пример 3.

Экзаменационный билет содержит три вопроса. Вероятности того, что студент ответит на первый, второй и третий вопросы равны $0{,}8;\ 0{,}6;\ 0{,}7$ соответственно. Найти вероятность того, что студент ответит только на два вопроса.

Решение.

Обозначим события:

A_1 - «студент ответит только на первый вопрос»;

A_2 - «студент ответит только на второй вопрос»;

A_3 - «студент ответит только на третий вопрос»;

A - «студент ответит только на два вопроса».

$P(A_1) = 0{,}8;$

$P(A_2) = 0{,}6;$

$P(A_3) = 0{,}7.$

Вероятности противоположных событий равны:

$P(\overline{A_1}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2;$

$P(\overline{A_2}) = 1 - 0{,}6 = 0{,}4;$

$P(\overline{A_3}) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3.$

Используя теорему сложения и умножения вероятностей, найдем искомую вероятность:

$$P(A) = P(A_1)P(A_2)P(\overline{A_3}) + P(A_1)P(\overline{A_2})P(A_3) + P(\overline{A_1})P(A_2)P(A_3) =$$
$$= 0{,}8 \times 0{,}6 \times 0{,}3 + 0{,}8 \times 0{,}4 \times 0{,}7 + 0{,}2 \times 0{,}6 \times 0{,}7 = 0{,}144 + 0{,}224 + 0{,}084 = 0{,}452.$$

Ответ: $0{,}452$.

Пример 4.

Стрелок производит три выстрела по мишени. Вероятность попадания при каждом выстреле равна 0,4. За каждое попадание стрелку засчитывается 5 очков. Какова вероятность того, что стрелок получит 10 очков?

Решение.

Обозначим событие A - «стрелок получит 10 очков». Вероятность попадания при каждом выстреле постоянна и равна 0,4. Следовательно, вероятность промаха при каждом выстреле равна $q = 1 - p = 0{,}6$. Чтобы стрелок получил 10 очков, он должен попасть в мишень 2 раза из трех выстрелов.

Искомая вероятность по формуле Бернулли равна:

$$P(A) = P_3(2) = C_3^2 p^2 q^1 = \frac{3!}{2!1!} \times (0{,}4)^2 \times 0{,}6 = 3 \times 0{,}16 \times 0{,}6 = 0{,}288.$$

Ответ: $0{,}288$.

Пример 5.

Имеется две корзины с фруктами. В первой корзине 5 яблок и 3 груши, во второй – 6 яблок и 4 груши. Из второй корзины случайным образом переложили в первую 2 плода, а затем из первой корзины наудачу извлекли один плод. Найти вероятность того, что это яблоко.

Решение.

Обозначим событие A - «из первой корзины извлечено яблоко». Из второй корзины могли переложить в первую либо яблоко, либо грушу. Введем гипотезы:

H_1 - «из второй корзины в первую переложили яблоко»,

H_2 - «из второй корзины в первую переложили грушу».

Тогда вычисляем:

$P(H_1) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$;

$P(H_2) = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$.

Найдем условные вероятности $P_{H_1}(A)$ и $P_{H_2}(A)$:

$P_{H_1}(A) = \frac{6}{9}$, (т.к. в первой корзине после перекладывания будет 6 яблок и 3 груши)

$P_{H_2}(A) = \frac{5}{9}$ (т.к. в первой корзине после перекладывания будет 5 яблок и 4 груши).

По формуле полной вероятности получаем:

$$P(A) = P(H_1)P_{H_1}(A) + P(H_2)P_{H_{21}}(A).$$

Находим:

$$P(A) = \frac{3}{5} \times \frac{6}{9} + \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{28}{45}.$$

Ответ: $\frac{28}{45}$.