

Кинематика точки. Определение уравнения траектории и кинематических параметров

Материальная точка движется в плоскости $xу$. Закон движения точки задан координатным способом (Таб.1). А именно: $x = f_1(t), y = f_2(t)$, где x и y выражены в сантиметрах, а t в секундах. Найти уравнение траектории точки и построить её. Для момента времени t_1 определить и показать на чертеже положение точки на траектории в данный момент времени; определить вектор скорости точки в указанный момент времени, векторы тангенциального, нормального и полного ускорения точки в тот же момент времени; радиус кривизны траектории в соответствующей точке.

Задание основано на теории кинематики точки. Закон движения точки задан координатным способом [1,2]

Полезные тригонометрические формулы: $\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$; $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$

Таблица 1. Варианты заданий

| Вариант | $f_1(t)$ | $f_2(t)$ | | | | t_1 |
|---------|---|---|---|---|-------------------------------------|-------|
| | | I | II | III | IV | |
| 1 | $2 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $12\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $2t^2 + 4$ | $4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 2$ | $2\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | 0,2 |
| 2 | $5\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3$ | $-2 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $8\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $12 - 14\cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $12\cos^2(\pi t/6)$ | 0,4 |
| 3 | $6\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $-4\sin^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $(2 + t)^2$ | $4\cos\left(\frac{\pi t}{8}\right)$ | $4\cos(\pi t/8)$ | 0,6 |
| 4 | $2 - t^2$ | $9\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 4$ | $2t^4$ | $-14\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $12\cos(\pi t/3)$ | 0,8 |
| 5 | $2t - 8$ | $3\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3$ | $2 + 4\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ | $-4\cos^2\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $4\cos^2(\pi t/6)$ | 1,0 |
| 6 | $t^2 - 4$ | $-10\sin\left(\frac{\pi t}{36}\right)$ | $2 - 3t^2$ | $9 - 14\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $14\cos(\pi t/6)$ | 1,2 |
| 7 | $4 - t^3$ | $2 - 4\sin^2\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $2 - 4\sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ | $4\cos\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $4\cos(\pi t/3)$ | 1,4 |
| 8 | $12\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $4\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 4$ | $(t + 1)^3$ | $6 - 4\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $4\cos(\pi t/6)$ | 1,6 |
| 9 | $2 - 6\sin\left(\frac{\pi t}{6}\right)$ | $9\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) + 9$ | $2 - t^4$ | $9\cos\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 3$ | $3\cos(\pi t/6)$ | 1,8 |
| 10 | $8\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right) - 4$ | $2 - 8\sin\left(\frac{\pi t}{3}\right)$ | $4\cos\left(\frac{\pi t}{12}\right)$ | $-6\cos\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ | $6\cos(\pi t/2)$ | 2,0 |

1. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. Учебник. – 2-е изд. – М.: Из-во МГУ, 2000. – 719 с.

2. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики Учебник для ВУЗов. 14-е изд., испр, 2007