ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Московский государственный университет геодезии и картографии (МИИГАиК)

Заочный факультет

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

ПРОГРАММА И КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ №1 и №2

По курсу

ФИЗИКА

Физические основы механики
Молекулярная физика и термодинамика
Электростатика и постоянный ток

Подлежит возврату в деканат заочного факультета

Для студентов I курса всех специальностей

МОСКВА 2005

УДК 530.1

Веревочкин Ю.Г., Ралетнев В.И., Скорохватов Н.А., Феофилактова Т.В., Чернышев О.Н.

Методические указания, программа и контрольные работы №1 и №2 по курсу «Физика» , -М.: изд. 2005.

Методические указания написаны в соответствии с утвержденной программой курса «Физика», рекомендованы кафедрой физики и методической комиссией заочного факультета, утверждены к изданию редакционно-издательской комиссией факультета оптического приборостроения.

Методические указания содержат рабочую программу курса физики, примеры решения задач и контрольные работы №1 и №2, а также необходимые сведения для выполнения и оформления контрольных работ.

Рис. 21 , прил. 3 , библиография 7 назв.

Рецензенты: доц. Малинникова Е.В., МГУГиК
доц. Воронина Е.В., МГУ

ВВЕДЕНИЕ

Методические указания по физике для студентов I курса заочного факультета ставят своей целью ознакомить студентов-заочников МИИГАиК с порядком выполнения учебного плана по курсу физики и содержат варианты домашних контрольных работ №1 и №2.

В данных указаниях приведены: рабочая программа по физике для студентов I курса, основная и дополнительная литература, указания к выполнению и оформлению контрольных работ, примеры решения задач, контрольные работы №1 и №2, справочные таблицы.

Согласно учебным планам заочного факультета МИИГАиК студенты всех специальностей изучают физику на первом и втором курсах.

На первом курсе изучают разделы физики.

1. Физические основы механики.
2. Молекулярная физика и термодинамика.
3. Электростатика и постоянный ток.

Студенты-заочники сдают по физике на I курсе зачет и экзамен.

На зачете необходимо представить отчет по лабораторным работам и проверенные преподавателем домашние контрольные работы. Студенты проходят **собеседование** по контрольным работам, на котором они должны проявить знания основных законов физики и умение их использовать при решении контрольных задач, **уметь решать задачи подобного типа.**

На экзамене студент должен показать знание основных физических законов и явлений, провести необходимые математические выводы и доказательства. Экзаменационный билет включает два теоретических вопроса и задачу по различным разделам программы.

Систематически в течение года преподавателями кафедры проводятся консультации. Иногородние студенты-заочники могут выяснить интересующие их вопросы путем переписки.

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ И ОФОРМЛЕНИЮ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

Для получения глубоких и прочных знаний студент должен систематически изучать курс физики. Изучение должно сопровождаться кратким конспектированием основной учебной литературы. В рабочей тетради необходимо записывать законы и основные формулы, определения физических величин и единицы их измерения, дать чертежи. Для контроля знаний необходимо использовать рабочую программу по физике, пользоваться консультациями преподавателей и задавать вопросы в письменной форме.

К выполнению контрольных работ нужно приступать только после изучения теоретического материала

В данных методических указаниях представлены примеры решения задач по всем разделам, заключенным в контрольных работах № 1 и № 2. Каждый раздел завершается заданиями для самостоятельной работы, что должно помочь студентам-заочникам оценить, как усвоен изучаемый материал. «Методические указания к выполнению контрольных работ по курсу физики» студенты могут получить в деканате заочного факультета.

Контрольные работы следует высылать на проверку каждую **в отдельной тетради**, последовательно в указанном порядке с тем, чтобы они были проверены **до начала экзаменационной сессии**. Контрольная работа выполняется чернилами или шариковой ручкой в обычной школьной тетради, на обложке указывается фамилия, имя, отчество, шифр, курс и домашний адрес.

Условия задач в контрольной работе нужно переписывать полностью, для замечаний преподавателя на страницах тетради **оставляются поля**, В конце контрольной работы следует указать, каким учебником студент пользовался при изучении данного раздела физики. Высылать на рецензию следует одновременно **не более одной работы**. Если работа получает отрицательный отзыв, студент должен представить ее **на повторную рецензию**, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной.

В контрольной работе студент должен решить восемь задач того варианта, номер которого совпадает с последней цифрой его шифра.

К решению задач следует приступать после тщательного изучения того или иного раздела курса физики. При решении задачи необходимо представлять себе, о каком физическом явлении сказано в задаче, и вспомнить законы, описывающие это явление.

Решения должны сопровождаться **подробными** пояснениями используемых физических законов. Если при решении задач применяется формула, полученная для частного случая, то ее следует **вывести**. Необходимо дать **чертеж**, поясняющий содержание задачи. Необходимо получить решение задачи в общем виде, затем подставить числовые значения величин, выраженных в единицах СИ, произвести вычисление искомых величин, затем, где целесообразно, оценить правдоподобность числового ответа. Вывести единицы измерения искомой величины, для чего в рабочую формулу вместо символов величин подставить обозначения единиц измерения и произвести с ними необходимые действия. В ответе записать числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ I КУРСА

Введение

Предметы и разделы физики. Методы физического исследования: опыт, гипотеза, эксперимент, теория. Физика – теоретическая основа техники. Роль физики в развитии техники. Роль физики в прикладных задачах геодезии.

Физические величины и виды их классификации. Методы измерений. Элементарные методы учета погрешностей. Обработка прямых и косвенных измерений.

1. Физические основы механики

Механическое движение. Система отсчета. Материальная точка. Траектория, перемещение и путь. Средняя путевая скорость. Средняя скорость перемещения. 7-10
Мгновенная скорость как производная радиус-вектора по времени.
Ускорение как вторая производная радиус- вектора по времени. Тангенциальное, нормальное и полное ускорения. 10-12
Движение материальной точки по окружности. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь между угловыми и линейными характеристиками движения.
Классическая механика и границы ее применимости. Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчета.
Принцип относительности Галилея. Преобразования Галилея.
Взаимодействие тел. Основные типы взаимодействий. Системы единиц измерений физических величин.
Сила. Масса. Второй и третий законы Ньютона.
Виды сил в механике. Силы упругости. Закон Гука.
Силы тяготения. Закон всемирного тяготения.
Понятие о поле сил. Поле сил тяжести Земли. I и II космические скорости.
Импульс материальной точки. Импульс системы тел. Замкнутые системы. Закон сохранения импульса. Реактивное движение.
Центр инерции (центр масс) механической системы и закон его движения.
Механическая работа. Работа переменной силы. Мощность.
Кинетическая энергия.
Потенциальная энергия. Энергия гравитационного взаимодействия. Энергия упруго деформированного тела.
Консервативные и диссипативные силы. Полная энергия механической системы. Закон сохранения энергии в механике.
Понятие абсолютно твердого тела. Момент инерции. Теорема Штейнера.
Момент силы. Основное уравнение вращательного движения.
Момент импульса. Закон сохранения момента импульса.
Кинетическая энергия вращательного движения.
Постулаты специальной теории относительности. Преобразования Лоренца.
Относительность длин и промежутков времени.
Релятивистский закон сложения скоростей.

Основной закон релятивистской динамики. Взаимосвязь массы и энергии.
Идеальная жидкость. Уравнение неразрывности. Уравнение Бернулли.
Вязкость. Ламинарное и турбулентное течения. Формула Стокса.

2. Молекулярная физика и термодинамика

Статистический и термодинамический методы исследования. Тепловое движение. Макроскопические параметры.
Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.
Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов.
Средняя квадратичная скорость. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.
Число степеней свободы. Закон Больцмана о равнораспределении энергии по степеням свободы. Средняя кинетическая энергия молекулы.
Распределение молекул по скоростям. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная скорость.
Барометрическая формула.
Идеальный газ в поле силы тяжести. Изменение концентрации частиц с высотой. Распределение Больцмана.
Столкновение между молекулами. Средняя длина свободного пробега молекул.
Явления переноса в газах
Внутренняя энергия идеального газа.
Теплоемкость идеального газа. Уравнение Майера.
Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам.
Работа, совершаемая газом в изопроцессах.
Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона.
Круговые процессы. Тепловой двигатель. Цикл Карно. КПД.
Обратимые и необратимые процессы. Энтропия и ее статистический смысл.
Второе начало термодинамики.
Реальные газы. Уравнение Ван-дер-Ваальса.

3. Электростатика и постоянный ток

Элементарный заряд. Закон сохранения электрического заряда. Закон Кулона.
Электрическое поле. Напряженность поля. Силовые линии поля. Принцип суперпозиций полей.
Поток вектора напряженности. Теорема Остроградского-Гаусса.
Вычисление напряженности поля бесконечной однородно заряженной плоскости, двух разноименно заряженных плоскостей.
Вычисление напряженности поля бесконечного равномерно заряженного по поверхности цилиндра.
Вычисление напряженности поля равномерно заряженного по объему шара.
Работа сил электрического поля при перемещении зарядов. Циркуляция вектора напряженности.
Потенциал электростатического поля. Эквипотенциальные поверхности.

Связь между напряженностью электрического поля и потенциалом.
Электрическое поле в веществе. Полярные и неполярные молекулы. Поляризация диэлектриков.
Вектор поляризации. Электрическое смещение. Диэлектрическая проницаемость.
Вектор электрического смещения.
Теорема Остроградского–Гаусса для электрического поля в веществе. Расчет напряженности электрического поля в диэлектриках.
Электроемкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов.
Энергия системы неподвижных точечных зарядов.
Энергия заряженного проводника и конденсатора.
Энергия электростатического поля. Объемная плотность энергии.
Электрический ток. Сила тока. Плотность тока. Закон Ома для однородного участка цепи.
Электродвижущая сила (ЭДС). Закон Ома для полной цепи. Закон Ома для участка цепи, содержащей ЭДС.
Закон Ома в дифференциальной форме.
Правила Кирхгофа для разветвленных цепей.
Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца.
Закон Джоуля-Ленца в дифференциальной форме.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2003.
2. Детлаф А.А, Яворский Б.М. Курс физики. - М.: Академия, 2003.
3. Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.Л. Основы физики. - М.: Высшая школа, 2003.
4. Савельев И.В. Курс общей физики. - М.: ООО изд. АСТ, 2004. Т. 1-5.

Дополнительная

5. Бондарев Б.В., Калашников Н.П., Спирин Г.Г. Курс общей физики. - М.: Высшая школа, 2003. Т. 1-3.
6. Трофимова Т.И., Павлова З.Г. Сборник задач по курсу физики с решениями. - М.: Высшая школа, 2003.
7. Физические величины. Справочник под ред.И.С. Григорьева, Е.З.Мейлихова. - М.: Энергоатомиздат, 1991.

I. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

Основные формулы

• Положение материальной точки в пространстве характеризуется координатами **x, y, z** либо радиус-вектором $\vec{r}$, проведенным из начала отсчета в материальную точку.

• Кинематический закон поступательного движения материальной точки (центра масс твердого тела) в пространстве: $\vec{r}=\vec{f}(t)$, где $\vec{f}(t)$ - некоторая векторная функция времени.

• Мгновенная скорость: $\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$

• Мгновенное ускорение: $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$

• Перемещение: $\Delta\vec{r}=\vec{r}_2-\vec{r}_1$ - разность двух радиус- векторов, соответствующих двум положениям материальной точки.

• Закон поступательного движения вдоль оси x: $x=f(t)$

• Скорость по оси x (проекция $\vec{v}$ на ось x): $v_x=\dfrac{dx}{dt}$

• Ускорение по оси x (проекция $\vec{a}$ на ось x): $a_x=\dfrac{dv_x}{dt}$

• Перемещение по оси x (проекция $\Delta\vec{r}$ на ось x): $\Delta x=x_2-x_1$

• Для равнопеременного движения:

$$x=x_0+v_{0x}t+\frac{a_xt^2}{2};\qquad v_x=v_{0x}+at,$$

где x_0 и v_{0x} - координата и скорость в момент времени $t=0$.

• Путь S - длина траектории, всегда $S\geq 0$

• Средняя путевая скорость $\langle v\rangle=\dfrac{S}{t}$, где S –путь, пройденный за время **t**.

• Средняя скорость перемещения $\langle\vec{v}\rangle=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$, где $\Delta\vec{r}$ - перемещение за время Δt.

• Кинематический закон вращательного движения материальной точки по окружности постоянного радиуса **R** : $\varphi=f(t)$, здесь φ - угол поворота радиус-вектора постоянной длины $\vec{R}$, φ - скалярная величина. Изменение угла $d\vec{\varphi}$ - векторная величина, направление которой определяется по правилу правого винта (буравчика) и направлена вдоль оси вращения.

• Угловая скорость: $\vec{\omega}=\dfrac{d\vec{\varphi}}{dt}$

• Угловое ускорение: $\vec{\varepsilon}=\dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$

• Для равномерного вращательного движения ($\omega=\text{const}$):

$$\omega=\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\frac{2\pi}{T}=2\pi\nu,$$ где **T** – период обращения, ν - частота.

• Для равнопеременного вращательного движения ($\varepsilon=\text{const}$):

$$\varphi=\varphi_0+\omega_0t+\frac{at^2}{2};\qquad \omega=\omega_0+\varepsilon t,$$

где φ_0 и ω_0 - координата и угловая скорость в момент времени $t=0$.

• Связь между угловыми и линейными, характеризующими движение точки по окружности:

$$\vec{v}=[\vec{\omega}\vec{R}],\qquad \vec{a}_\tau=[\vec{\varepsilon}\vec{R}],\qquad \vec{a}_n=-\omega^2\vec{R},$$

где $\vec{a}_\tau$ и $\vec{a}_n$ - тангенциальное и нормальное ускорения, $\vec{a}_n$ направлено по радиусу окружности к центру вращения, $\vec{a}_\tau$ - по касательной к траектории.

• Полное ускорение: $\vec{a}=\vec{a}_\tau+\vec{a}_n$, $a=\sqrt{a_\tau^2+a_n^2}=R\sqrt{\omega^4+\varepsilon^2}$

• Импульс материальной точки массой **m**, движущейся поступательно со скоростью $\vec{v}$:

$$\vec{p}=m\vec{v}$$

• Второй закон Ньютона: $\vec{a}=\dfrac{\vec{F}}{m}$ или $\dfrac{d\vec{p}}{dt}=\vec{F}$,

где $\vec{F}$ - сила или равнодействующая сил, действующих на тело.

• Силы, рассматриваемые в механике:

а) проекция силы упругости: $F_x=-kx$, где **k** – коэффициент упругости, **x** – абсолютная деформация;

б) сила тяжести: $F=mg$, где $g=9{,}8$ м/с^2 - ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли;

в) сила гравитационного взаимодействия: $F=G\dfrac{m_1m_2}{r^2}$, где $G=6{,}67\cdot10^{-11}$ м^3/(кг·с^2) – гравитационная постоянная, m_1 и m_2 - массы взаимодействующих тел, **r** – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки) или между центрами симметрии (для центрально-симметричных тел с равномерно распределенной массой);

г) сила трения скольжения: $F=\mu N$, где μ - коэффициент трения (величина постоянная для двух данных трущихся поверхностей) , **N** – сила нормального давления.

• Момент силы $\vec{F}$ относительно неподвижной точки:

$$\vec{M}=[\vec{r}\vec{F}],$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор проведенный из неподвижной точки в точку приложения силы. В скалярном виде **M=Fl,** где $l = r \cdot \sin\alpha$ - расстояние от неподвижной точки до линии действия силы (плечо силы), α - угол между векторами $\vec{F}$ и $\vec{r}$.

• Положение центра масс (центра инерции) системы тел находится по формуле:

$$\vec{r}_c = \frac{\sum_i m_i \vec{r}_i}{\sum_i m_i},$$

где m_i – масса i – го тела системы, $\vec{r}_i$ - радиус-вектор этого тела относительно выбранной системы отсчета или в скалярном виде:

$$x_c = \frac{\sum_i m_i x_i}{\sum_i m_i}, \quad y_c = \frac{\sum_i m_i y_i}{\sum_i m_i}, \quad z_c = \frac{\sum_i m_i z_i}{m_i}$$

• Момент силы $\vec{F}$ относительно неподвижной оси вращения:

$$\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}_\perp],$$

где $\vec{F}_\perp$ - составляющая силы $\vec{F}$ в плоскости, перпендикулярной оси вращения. В скалярном виде $M = F_\perp l$, где $l = r \cdot \sin\alpha$ - расстояние от неподвижной точки до линии действия силы (плечо силы), α - угол между векторами $\vec{F}_\perp$ и $\vec{r}$. Момент силы относительно неподвижной оси направлен вдоль оси вращения и направление его определяется по правилу правого винта.

• Момент инерции материальной точки относительно неподвижной точки О:

$$I = mr^2,$$

где m – масса материальной точки, r – расстояние от материальной точки до точки О.

• Момент инерции системы материальных точек относительно неподвижной оси:

$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где r_i - расстояние от i – ой материальной точки массой m_i до оси.

• Момент инерции твердого тела относительно неподвижной оси:

$$I = \int_V \rho r^2 dV,$$

где V – объем тела, r – расстояние от оси вращения до элемента тела с объемом dV, ρ - плотность тела.

• Моменты инерции некоторых простых тел m относительно оси проходящей через центр масс и совпадающей с осью симметрии тела:

а) однородного стержня длиной l относительно оси перпендикулярной стержню:

$$I = \frac{1}{12} ml^2$$

б) кольца (тонкостенного цилиндра) радиуса R: $I = mR^2$;

в) сплошного однородного цилиндра (диска) радиуса R: $I = \frac{1}{2} mR^2$;

г) однородного шара радиуса R: $I = \frac{2}{5} mR^2$.

• Момент инерции твердого тела относительно произвольной оси z определяется по теореме Штейнера:

$$I_z = I_0 + ma^2,$$

где I_0 - момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс тела и параллельной выбранной, a – расстояние между осями.

• Основное уравнение динамики вращательного движения твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{M} = I\vec{\varepsilon},$$

где $\vec{M}$ - результирующий момент сил, действующих на тело, I – момент инерции этого тела относительно выбранной оси, $\vec{\varepsilon}$ - угловое ускорение.

• Момент импульса материальной точки относительно неподвижной точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}],$$

где $\vec{r}$ - радиус-вектор проведенный из неподвижной точки в точку в которой находится в данный момент времени материальная точка имеющая импульс $\vec{p}$. В скалярном виде **L=pl,** где $l = r \cdot \sin\alpha$ - расстояние от неподвижной точки до прямой линии, проходящей через вектор $\vec{p}$ (плечо), α - угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{r}$.

• Момент импульса относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}_\perp],$$

где $\vec{p}_\perp$ - составляющая импульса $\vec{p}$ в плоскости, перпендикулярной оси вращения. В скалярном виде $L = p_\perp l$, где $l = r \cdot \sin\alpha$ - расстояние от неподвижной точки до прямой проходящей через вектор $\vec{p}$ (плечо), α - угол между векторами $\vec{p}_\perp$ и $\vec{r}$. Момент импульса относительно неподвижной оси направлен вдоль оси вращения и направление его определяется по правилу правого винта.

• Момент импульса твердого тела относительно неподвижной оси:

$$\vec{L} = I\vec{\omega},$$

где I – момент инерции тела относительно выбранной оси, $\vec{\omega}$ - угловая скорость тела.

• Работа силы $\vec{F}$ при поступательном движении:

$$dA = \vec{F}d\vec{r} = Fr \cdot \cos\alpha,$$

где $d\vec{r}$ - перемещение за время dt, α - угол между силой и перемещением.

• Работа момента силы при повороте тела:

$$dA = Md\varphi,$$

где $d\varphi$ - угол поворота.

• Мощность (работа, производимая в единицу времени):

$$N = \frac{dA}{dt}$$

• Кинетическая энергия:

а) поступательного движения $W_к = \dfrac{mv^2}{2}$;

б) вращательного движения $W_к = \dfrac{I\omega^2}{2}$.

• Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины: $W_п = \dfrac{kx^2}{2}$,

где **k** – коэффициент жесткости пружины, **x** – абсолютная деформация;

б) тела в однородном поле сил тяжести: $W_п = mgh$,

где **h** - высота над уровнем принятым за нулевой (формула справедлива при $h \ll R_З$, где $R_З$ – радиус Земли);

в) гравитационного взаимодействия: $W_п = -G\dfrac{m_1 m_2}{r}$.

• Законы сохранения в механике:

а) импульса: суммарный импульс замкнутой (изолированной) системы есть величина постоянная:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i = \sum_{i=1}^{n} m_i \vec{v}_i = const;$$

б) момента импульса: суммарный момент импульса замкнутой (изолированной) системы есть величина постоянная:

$$\sum_{i=1}^{n}\vec{L}_i = \sum_{i=1}^{n} I\vec{\omega}_i = const;$$

в) механической энергии: полная механическая энергия консервативной системы (системы в которой действуют только консервативные силы) есть величина постоянная:

$$E = \sum_{i=1}^{n} E_i = \sum_{i=1}^{n}(W_{кi} + W_{пi}) = const;$$

• Работа **A**, совершаемая внешними силами и силами трения, равна изменению полной энергии системы тел:

$$A = A_{внеш} + A_{тр} = \Delta E = E_2 - E_1;$$

• Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

где **L**- длина маятника, **g**- ускорение свободного падения.

• Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{d}{g} + \frac{I_0}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{L_{пр}}{g}},$$

где **I** - момент инерции физического маятника относительно точки подвеса, I_0 – момент инерции физического маятника относительно оси проходящей через центр масс маятника, **d** - расстояние от точки подвеса до центра масс физического маятника, **g** - ускорение свободного падения, **m** – масса физического маятника, $L_{пр}$ - приведенная длина физического маятника (расстояние от точки подвеса до центра качания).

Примеры решения задач

Задача 1. Материальная точка движется по окружности радиуса $R = 0{,}1$ м согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 54$ рад/с, $B = -2$ рад/с^3. Через какое время после начала вращения скорость точки будет равна нулю? Найти полное ускорение точки в этот момент времени.

Решение. В условии задачи кинематический закон вращательного движения материальной точки, из которого можно определить зависимость угловой скорости ω и углового ускорения ε от времени:

$$\omega = \frac{d\varphi}{dt} = A + 3Bt^2 \quad и \quad \varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = 6Bt.$$

Линейная скорость точки связана с угловой скоростью зависимостью $v = \omega R$.

По условию $v = 0$, поэтому $\omega = 0$, или

$$A + 3Bt^2 = 0,$$

откуда находим время $t = \sqrt{-\dfrac{A}{3B}}$.

Нормальное ускорение $a_n = \omega^2 R = 0$, тангенциальное уравнение $a_\tau = \varepsilon R = 6BtR$, полное ускорение $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2} = a_\tau = 6BtR$. Подставим числовые данные и произведем вычисления:

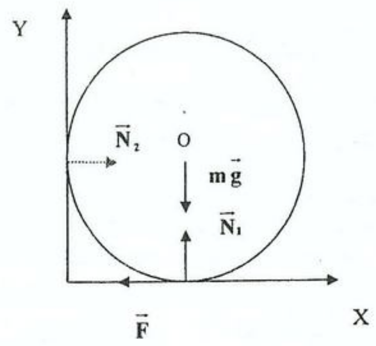
$$t = \sqrt{-\frac{54}{3(-2)}} = 3\ с, \qquad a_\tau = 6\cdot(-2)\cdot 3\cdot 0{,}1 = -3{,}6\ м/с^2, \qquad a = |a_\tau| = 3{,}6\ м/с^2.$$

Выведем размерности полученных величин

$$[t] = \left[\left(\frac{рад/с}{рад/с^3}\right)^{1/2}\right] = [с]; \quad [a_\tau] = \left[м\left(\frac{рад}{с}\cdot\frac{рад}{с^3}\right)^{1/2}\right] = [м/с^2], \quad [a] = [м/с^2].$$

Задача 2. Раскрученный до частоты $\nu = 5$ Гц сплошной цилиндр массой $m = 10$ кг и радиусом $R = 0{,}5$ м кладут в угол комнаты, при этом он вращается на месте. Коэффициент трения между цилиндром и полом $\mu = 0{,}02$. Трением между цилиндром и стеной пренебречь. Найти ускорение цилиндра, число оборотов до его полной остановки и работу против сил трения.

Решение. На рисунке изображен цилиндр и силы, действующие на него: $m\vec{g}$ - сила тяжести, $\vec{N}_1$ и $\vec{N}_2$ - силы нормального давления со стороны пола и стены соответственно, $\vec{F}$ - сила трения, O – ось вращения цилиндра.



Центр масс тела покоится, поэтому можно записать уравнения движения по горизонтальной и вертикальной оси: $N_1 - mg = 0$

$$N_2 - F = 0$$

Кроме того $F = \mu N_1$. Решая систему уравнений, получим, что сила трения $F = \mu mg$.

Теперь запишем для цилиндра основное уравнение динамики вращательного движения относительно оси вращения цилиндра: $FR = I\varepsilon$, где $I = \dfrac{mR^2}{2}$ - момент инерции цилиндра, откуда получаем: $\varepsilon = \dfrac{FR}{I} = \dfrac{2\mu mgR}{mR^2} = \dfrac{2mg}{R}$.

Для нахождения числа оборотов необходимо определить полный угол поворота цилиндра вокруг своей оси до полной остановки. Для этого запишем кинематические соотношения для угла поворота угловой скорости для нашего случая:

$$\varphi = \omega_0 t - \frac{\varepsilon t^2}{2} = \frac{\omega_0^2}{2\varepsilon} \quad \text{и} \quad \omega_0 - \varepsilon t = 0.$$

Знак минус соответствует равнозамедленному движению. Здесь $\omega_0 = 2\pi\nu$ - начальная угловая скорость. Время до остановки $t = \dfrac{\omega_0}{\varepsilon} = \dfrac{2\pi\nu R}{2\mu g} = \dfrac{\pi\nu R}{\mu g}$. Число оборотов цилиндра:

$$N = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{\omega_0^2}{2\varepsilon} = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{(2\pi\nu)^2}{2\cdot 2\mu g} = \frac{\pi\nu^2 R}{2\mu g}.$$

Теперь найдем работу против сил трения. Работа против сил трения это произведение силы трения F на путь $2\pi RN$, $\cos\alpha = -1$, поэтому работа сил трения A отрицательна:

$$A = -F\cdot 2\pi RN = -\mu mg 2\pi RN = -\pi^2\nu^2 mR^2.$$

Это же выражение для работы можно получить из других соображений, а именно из закона изменения и сохранения энергии – работа сил трения равна изменению кинетической энергии (в нашем случае изменению кинетической энергии вращательного движения):

$$A = \Delta E = -\frac{I\omega_0^2}{2} = -\frac{1}{2}\cdot\frac{mR^2}{2}(2\pi\nu)^2 = -\pi^2\nu^2 mR^2.$$

Производим вычисления

$$\varepsilon = \frac{2\mu g}{R} = \frac{2\cdot 0{,}02\cdot 9{,}8}{0{,}5} = 0{,}78\left(\text{рад}/\text{с}^2\right);$$

$$N = \frac{\pi\nu^2 R}{2\mu g} = \frac{3{,}14\cdot 5^2\cdot 0{,}5}{2\cdot 0{,}02\cdot 9{,}8} \cong 100 \text{ оборотов};$$

$$A = -\pi^2\nu^2 mR^2 = -3{,}14^2\cdot 5^2\cdot 10\cdot 0{,}5^2 = -616(\text{Дж}).$$

Выведем размерности полученных величин

$$[\varepsilon] = \left[\frac{\text{м}/\text{с}^2}{\text{м}}\right] = \left[\frac{1}{\text{с}^2}\right]; \quad [A] = \left[\text{Гц}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}^2\right] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}\right] = [\text{Н}\cdot\text{м}] = [\text{Дж}];$$

$$[N] = \left[\frac{\text{Гц}^2\cdot\text{м}}{\text{м}/\text{с}^2}\right] = [1]$$

Задача 3. Фигурист, раскинув руки, выполняет вращение на льду с частотой $\nu_1 = 1$ Гц, Какова будет частота вращения фигуриста, если он прижмет руки к груди, уменьшив тем самым свой момент инерции с $I_1 = 1{,}2$ кг·м² до $I_2 = 0{,}8$ кг·м²? Какую работу должен совершить фигурист для этого?

Решение. Согласно закону сохранения момента импульса в замкнутой системе суммарный момент импульса остается постоянным, т.е. $I_1\omega_1 = I_2\omega_2$ или $I_1 2\pi\nu_1 = I_2 2\pi\nu_2$. Отсюда находим конечную частоту вращения фигуриста:

$$\nu_2 = \nu_1\frac{I_1}{I_2}.$$

Работа, которую нужно совершить фигуристу, равна изменению кинетической энергии:

$$A = \Delta E = \frac{I_2\omega_2^2}{2} - \frac{I_1\omega_1^2}{2} = \frac{I_2}{2}(2\pi\nu_2)^2 - \frac{I_1}{2}(2\pi\nu_1)^2 = 2\pi^2\left(I_2\nu_2^2 - I_1\nu_1^2\right) = 2\pi^2\nu_1^2 I_1\left(\frac{I_1}{I_2} - 1\right).$$

Производим вычисления

$$\nu_2 = \nu_1\frac{I_1}{I_2} = 1\cdot\frac{1,2}{0,8} = 1,5(\text{Гц}); \qquad A = 2\cdot 3,14^2\cdot 1^2\cdot 1,2\left(\frac{1,2}{0,8} - 1\right) = 11,8(\text{Дж}).$$

Выведем размерности полученных величин

$$[\nu_2] = \left[\text{Гц}\cdot\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}\cdot\text{м}^2}\right] = [\text{Гц}]; \qquad [A] = \left[\text{Гц}^2\cdot\text{кг}\cdot\text{м}^2\right] = \left[\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{с}^2}\right] = [\text{Н}\cdot\text{м}] = [\text{Дж}].$$

Задача 4. Рассчитайте ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли и первую космическую скорость . Радиус Земли принять равным $R_З = 6370$ км, масса Земли $M_З = 5,96\cdot 10^{24}$ кг.

Решение. Согласно закону всемирного тяготения на тело массы m , находящееся на поверхности Земли, действует сила гравитационного притяжения (сила тяготения): $F = G\frac{mM_З}{R_З^2}$, где $G = 6,67\cdot 10^{-11}$ Н·м²/кг² – гравитационная постоянная. Запишем II закон Ньютона для этого тела: $F = mg$ или $G\frac{mM_З}{R_З^2} = mg$, g – ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли: $g = G\frac{M_З}{R_З^2}$. Первая космическая скорость это скорость, которую нужно сообщить телу, чтобы оно вращалось вокруг Земли по круговой орбите радиуса $R \cong R_З$. Тогда

$$G\frac{M_З m}{R_З^2} = \frac{mv_I^2}{R_З} = mg, \text{ откуда } v_I = \sqrt{gR_З}.$$

Производим вычисления

$$g = G\frac{M_З}{R_З^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 5,96\cdot 10^{24}}{6370^2\cdot 10^6} = 9,8\left(\text{м/с}^2\right)$$

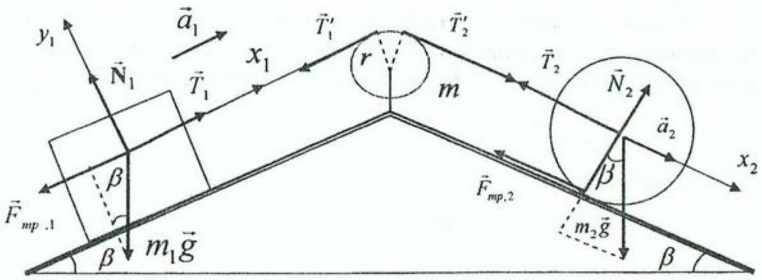
$$v_I = \sqrt{gR_З} = \sqrt{9,8\cdot 6,37\cdot 10^6} = 7,9\cdot 10^6(\text{м/с}).$$

Выведем размерности полученных величин

$$[g] = \left[\frac{\text{м}^3\cdot\text{кг}}{\text{кг}\cdot\text{с}^3\cdot\text{м}^2}\right] = \left[\text{м/с}^2\right]; \qquad [v_I] = \left[\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2}\cdot\text{м}\right)^{1/2}\right] = [\text{м/с}].$$

Задача 5. Однородный сплошной цилиндр массой $m_2 = 4$ кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через блок массой $m = 1$ кг, он привязан к бруску массой $m_1 = 1$ кг. Определить

ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости и силу трения, действующую на него, при качении без проскальзывания. Блок вращается без трения. Угол наклона плоскостей к горизонту $\beta = 30^0$. Коэффициент трения бруска о плоскость $\mu = 0,1$.



Решение. На цилиндр действуют: сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила реакции опоры $\vec{N}_2$ и сила трения $\vec{F}_{тр,2}$. Поскольку цилиндр катится без проскальзывания, то $\vec{F}_{тр,2}$ - это сила трения покоя. Величина этой силы заранее неизвестна и находится в процессе решения ($0 \le F_{тр,2} \le \mu\cdot N_2$, где μ-коэффициент трения). Силы, действующие на брусок, имеют тот же смысл и обозначены теми же буквами с индексом 1.

На блок действуют две силы натяжения $\vec{T}_1'$ и $\vec{T}_2'$ ($T_1' = T_1$ и $T_2' = T_2$). Между собой они неравны ($T_1' \ne T_2'$), так как в противном случае, результирующий вращающий момент, действующий на блок, равнялся бы нулю, и блок не вращался бы с ускорением.

Чтобы решить задачу, для цилиндра запишем второй закон Ньютона и уравнение динамики вращательного движения, для блока - уравнение динамики вращательного движения, а для бруска - второй закон Ньютона. Кроме того, будем использовать следующую связь между линейным ускорением центра масс цилиндра a_2 и его угловым ускорением ε_2 , которая справедлива при качении без проскальзывания:

$$a = \varepsilon_2\cdot R_2\,, \tag{1}$$

где R_2- радиус цилиндра (в силу нерастяжимости нити, ускорения центров масс цилиндра и бруска одинаковы, то есть $a_1 = a_2 = a$). Если нить не проскальзывает относительно блока, то формула (1) также связывает его угловое ускорение ε с линейным ускорением центров масс бруска и цилиндра a (В этом случае, R_2 в ней нужно заменить на радиус блока r).

Рассмотрим качение цилиндра. Второй закон Ньютона для него имеет следующий вид:

$$m_2\vec{a}_2 = \vec{T}_2 + \vec{F}_{тр,2} + m_2\vec{g} + \vec{N}_2. \tag{2}$$

Спроектировав (2) на ось x_2, получим с учетом условия $\mathbf{a_2} = \mathbf{a}$, что

$$\mathbf{m_2 a = -T_2 - F_{тр,2} + m_2 g \cdot \sin\beta} \qquad (3)$$

При записи уравнения динамики вращательного движения цилиндра относительно его оси симметрии, учтем, что моменты сил тяжести, реакции опоры и натяжения нити равны нулю (их плечи равны нулю). В результате, уравнение динамики вращательного движения примет следующий вид:

$$\mathbf{I_2 \varepsilon_2 = F_{тр,2} R_2}. \qquad (4)$$

Здесь $\mathbf{R_2}$ - радиус цилиндра,

$$\mathbf{I_2 = \frac{m_2 R_2^2}{2}} \qquad (5)$$

- его момент инерции, а $\mathbf{F_{тр,2} R_2}$ - момент силы трения относительно оси симметрии цилиндра. Подставим в (4) соотношения (5) и выражение для углового ускорения цилиндра $\varepsilon_2 = \frac{\mathbf{a}}{\mathbf{R_2}}$, которое следует из (1):

$$\mathbf{\frac{m_2 R_2^2}{2} \frac{a}{R_2} = R_2 F_{тр,2}}.$$

В результате, после сокращения на $\mathbf{R_2}$, получим:

$$\mathbf{\frac{m_2}{2} a = F_{тр,2}}. \qquad (6)$$

Если рассматривать качение изолированного цилиндра, то уравнений (3) и (6) достаточно для решения задачи, так как тогда, из-за отсутствия нити, $\mathbf{T_2 = 0}$, а два уравнения позволяют определить две неизвестные величины $\mathbf{a}$ и $\mathbf{F_{тр,2}}$. В данном случае, сила $\mathbf{T_2}$ неизвестна, и приходится рассматривать скольжение бруска и вращение блока.

Рассмотрим скольжение бруска. Запишем второй закон Ньютона в векторном виде

$$\mathbf{m_1 \vec{a}_1 = \vec{T}_1 + \vec{F}_{тр,1} + m_1 \vec{g} + \vec{N}_1}, \qquad (7)$$

а затем, спроектируем его на ось $\mathbf{x_1}$:

$$\mathbf{m_1 a = T_1 - F_{тр,1} - m_1 g \sin\beta}. \qquad (8)$$

Здесь, $\mathbf{F_{тр,1}}$ - сила трения скольжения. Поэтому ее можно рассчитать по формуле $\mathbf{F_{тр,1} = \mu N_1}$. Для нахождения $\mathbf{N_1}$, спроектируем (7) на ось y_1:

$$0 = \mathbf{N_1 - m_1 g \cos\beta}.$$

Отсюда, $\mathbf{N_1 = m_1 g \cos\beta}$ и $\mathbf{F_{тр,1} = \mu m_1 g \cos\beta}$. Подставив данное выражение для силы трения в (8), получим

$$\mathbf{m_1 a = T_1 - \mu m_1 g \cos\beta - m_1 g \sin\beta}. \qquad (9)$$

Если бы масса блока равнялась нулю, то сила натяжения была бы одинаковой в пределах всей нити ($\mathbf{T_1 = T_2 = T}$). Тогда, трех уравнений (3), (6), (9) было бы достаточно для нахождения трех неизвестных $\mathbf{a, T, F_{тр,2}}$. В данном случае, неизвестных четыре $(\mathbf{a, T_1, T_2, F_{тр,2}})$, и приходится использовать еще уравнение динамики вращательного движения блока:

$$\mathbf{\frac{mr^2}{2} \frac{a}{r} = r(T_2' - T_1')}.$$

Здесь момент силы натяжения $\mathbf{T_2'}$ ускоряющий и, поэтому, положительный ($\mathbf{rT_2'}$), момент силы $\mathbf{T_1'}$ - тормозящий и, поэтому, отрицательный ($-\mathbf{rT_1'}$), а угловое ускорение блока $\mathbf{\varepsilon}$ выражено через $\mathbf{a}$ с помощью формулы (1).

В результате, сократив на $\mathbf{r}$ и заменив $\mathbf{T_2'}$ и $\mathbf{T_1'}$ на $\mathbf{T_2}$ и $\mathbf{T_1}$, получим:

$$\mathbf{m \frac{a}{2} = T_2 - T_1}. \qquad (10)$$

Теперь все сводится к решению системы уравнений (3), (6), (9), (10). Сложим эти уравнения почленно:

$$\mathbf{a(m_2 + \frac{m_2}{2} + m_1 + \frac{m}{2}) = -T_2 - F_{тр,2} + m_2 g \sin\beta + F_{тр,2} + T_1 - \mu m_1 g \cos\beta - m_1 g \sin\beta + T_2 - T_1}$$

Приведя подобные члены и проведя сокращение, получим:

$$\mathbf{a = \frac{g(m_2 \sin\beta - m_1 \sin\beta - \mu m_1 \cos\beta)}{(1{,}5 m_2 + m_1 + 0{,}5 m)} = \frac{10 \cdot (4 \cdot 0{,}5 - 1 \cdot 0{,}5 - 0{,}1 \cdot 1 \cdot 0{,}87)}{1{,}5 \cdot 4 + 1 + 0{,}5 \cdot 1} = 1{,}88 (м/с^2)}$$

Сила трения $\mathbf{F_{тр,2}}$ находится из уравнения (6):

$$\mathbf{F_{тр,2} = \frac{4}{2} \cdot 1{,}88 = 3{,}76 \ (Н)}.$$

В заключение напомним, что, если масса блока равна нулю, то сила натяжения одинакова на всем протяжении нити, и, поэтому, нет необходимости использовать уравнение динамики вращательного движения блока.

Выведем размерности полученных величин:

$$[\mathbf{a}] = \left[\frac{\mathbf{кг \cdot м/с^2}}{\mathbf{кг}}\right] = [\mathbf{м/с^2}]; \qquad [\mathbf{F_{тр,2}}] = [\mathbf{кг \cdot м/с^2}] = [\mathbf{Н}]$$

Задача 6. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и шаром массой m и диаметром L/2, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси , проходящей через свободный конец стержня (т. О).

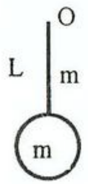
Решение. Период колебаний физического маятника:

$$T = 2p\sqrt{\frac{I_0}{Mgd}},$$

где I_O – момент инерции физического маятника относительно точки подвеса; M – масса физического маятника; d – расстояние от центра масс маятника, как системы тел, до точки подвеса.

1) Найдем момент инерции маятника как сумму моментов инерции тел из которых состоит этот маятник, т.е. стержня и шара: $I_0 = I_1 + I_2$

Пользуясь теоремой Штейнера, находим момент инерции стержня I_1 и шара I_2:



$$I_1 = \frac{mL^2}{12} + m\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{mL^2}{3}; \qquad I_2 = \frac{2}{5}m\left(\frac{L}{4}\right)^2 + m\left(\frac{5L}{4}\right)^2 = \frac{21}{240}mL^2$$

Тогда суммарный момент инерции маятника будет равен:

$$I_0 = I_1 + I_2 = \frac{mL^2}{3} + \frac{21mL^2}{240} = \frac{461}{240}mL^2$$

2) $M = m + m = 2m$ – масса маятника.

3) Находим положение центра масс маятника, считая, что начало координат находится в точке подвеса, а ось x направлена вдоль стержня, тогда:

$$x_c = d = \frac{m\frac{L}{2} + m\frac{5L}{4}}{2m} = \frac{7L}{8}$$

Подставляем I_0, M и d в выражение для периода колебаний физического маятника и получаем окончательно:

$$T = 2p\sqrt{\frac{461 \cdot L}{420 \cdot g}}$$

II. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА

Основные формулы

• Основное уравнение кинетической теории газов

$$p = \frac{2}{3}n < \varepsilon_{пост} >,$$

где p - давление газа, n – концентрация молекул (число молекул в единице объема), $\langle\varepsilon_{пост}\rangle = \frac{1}{2}m_0\langle v_{кв}\rangle^2$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы, угловые скобки обозначают осреднение по большому ансамблю частиц, m_0 – масса молекулы, $\langle v_{кв}\rangle = \sqrt{\frac{\sum_i v_i^2}{N}}$ - средняя квадратичная скорость движения молекул.

• Средняя кинетическая энергия поступательного движения одной молекулы

$$\langle\varepsilon_{пост}\rangle = \frac{3}{2}kT,$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ **Дж/К** – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

• Энергия теплового движения молекул (внутренняя энергия идеального газа):

$$U = \frac{i}{2}\frac{m}{M}RT,$$

где i – число степеней свободы молекулы, m – масса газа, M – молярная масса данного вещества, $R = 8{,}31$ **Дж/(кг·К)** – универсальная газовая постоянная, T – абсолютная температура.

• Числом степеней свободы называется число независимых координат полностью определяющих положение тела в пространстве. Любая молекула имеет 3 поступательных степени свободы ($i_{пост}=3$). Молекулы, кроме одноатомных, имеют еще вращательные степени свободы (у двухатомных молекул $i_{вр} = 2$, у многоатомных $i_{вр} = 3$) и колебательные степени свободы, которые при невысоких (комнатных) температурах не учитываются.

• В соответствии с законом Больцмана о равномерном распределении энергии по степеням свободы, в среднем на каждую степень свободы молекулы приходится одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$.

• Средняя кинетическая энергия вращательного движения одной молекулы:

$$\langle\varepsilon_{вр}\rangle = \frac{i_{вр}}{2}kT$$

• Средняя суммарная кинетическая энергия одной молекулы:

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{i}{2}kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы ($i=i_{пост}+ i_{вр}$).

• Средняя квадратичная скорость молекулы:

$$\langle v_{кв} \rangle = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$$

• Средняя арифметическая скорость (средняя скорость теплового движения)молекулы:

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}},$$

где m_0 – масса одной молекулы, M – молярная масса вещества, причем

$$m_0 = \frac{M}{N_A},$$

$N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ **1/моль** – число Авогадро.

• Барометрическая формула характеризует изменение давления газа с высотой в поле сил тяжести:

$$p = p_0 e^{-\frac{Mgh}{RT}} \quad \text{или} \quad p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}},$$

где p – давление на высоте h над уровнем моря, p_0 – давление на высоте $h = 0$, g – ускорение свободного падения. Эта формула приближенная, так как температуру нельзя считать постоянной для большой разности высот.

• Распределение Больцмана для концентрации частиц в силовом поле имеет вид:

$$n = n_0 e^{-\frac{W_п}{kT}},$$

где n – концентрация частиц, обладающих потенциальной энергией $W_п$, n_0 - концентрация частиц в точках поля с $W_п = 0$.

Примеры решения задач

Задача 1. Найти среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $T = 350$ К, а также среднюю кинетическую энергию $\varepsilon_{вр}$ вращательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4$ г.

Решение. Согласно закону Больцмана о равном распределении энергии по степеням свободы на каждую степень свободы приходится энергия равная $\frac{1}{2}kT$, где k – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура.

Так как молекула кислорода двухатомная, у нее две вращательных степени свободы, поэтому средняя кинетическая энергия вращательного движения выразится формулой:

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 2 \cdot \frac{1}{2} kT$$

Подставим в полученную формулу значения $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К, и $T = 350$ К, получим

$$\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 4{,}83 \cdot 10^{-21} (Дж)$$

Кинетическая энергия всех N молекул, содержащихся в 4 г кислорода равна:

$$\varepsilon_{вр} = \langle \varepsilon_{вр} \rangle N$$

Число всех молекул газа можно вычислить по формуле:

$N = \nu N_A$, где N_A – число Авогадро, $\nu = \frac{m}{M}$ - количество вещества, m – масса газа, M – молярная масса. Учтя приведенные выражения, получим:

$$\varepsilon_{вр} = \frac{m}{M} N_A \langle \varepsilon_{вр} \rangle$$

Подставляем числовые значения: $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/моль ; $m = 4$ г $= 4 \cdot 10^{-3}$ кг ; $M = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $\langle \varepsilon_{вр} \rangle = 4{,}83 \cdot 10^{-21}$ Дж:

$$\varepsilon_{вр} = 6{,}023 \cdot 10^{23} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 4{,}83 \cdot 10^{-21} = 364 (Дж)$$

Выведем размерность полученной величины:

$$[\varepsilon_{вр}] = \left[\frac{1}{моль} \cdot \frac{кг}{кг/моль} \cdot Дж \right] = [Дж]$$

Задача 2. В воздухе при нормальных условиях взвешены одинаковые частицы. Известно, что концентрация частиц уменьшается в два раза на высоте $h = 20$ м. Определить массу частицы.

Решение. Воспользуемся формулой распределения Больцмана:

$$n = n_0 e^{-\frac{W_п}{kT}},$$

где $W_п = m_0 gh$ – потенциальная энергия частицы в поле сил тяжести.

Подставив это выражение в формулу распределения Больцмана, получим:

$$n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$$

Логарифмируем обе части уравнения по основанию e, тогда:

$$\ln \frac{n}{n_0} = -\frac{m_0 gh}{kT}, \quad \text{откуда} \quad m_0 = -\frac{kT \cdot \ln \frac{n}{n_0}}{gh}$$

Подставив числовые значения в полученную формулу, найдем

$$m_0 = -\frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273 \cdot \ln \frac{1}{2}}{9{,}81 \cdot 20} = 1{,}32 \cdot 10^{-23} кг$$

Выведем размерность полученной величины:

$$[m_0] = \left[\frac{(Дж/К)\cdot К}{\left(м/с\right)\cdot м}\right] = \left[\frac{Н\cdot м\cdot с^2}{м^2}\right] = \left[\frac{кг\cdot м\cdot с^2}{м\cdot с^2}\right] = [кг]$$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № I

№ вар.	НОМЕРА ЗАДАЧ							
0	101	118	121	132	146	151	163	178
1	103	113	129	137	142	158	165	176
2	105	116	125	134	149	154	168	174
3	107	119	128	136	145	156	164	179
4	109	115	126	139	148	159	166	170
5	102	117	120	138	140	157	167	177
6	104	110	123	135	147	153	160	172
7	106	111	122	130	144	150	169	175
8	108	112	127	131	141	152	161	173
9	100	114	124	133	143	155	162	171

100. Тело вращается вокруг неподвижной оси по закону, выражаемому формулой $\varphi = \mathbf{A + Bt + Ct^2}$, где A = 10 рад, B = 20 рад/с, C = - 2 рад/с^2. Найти полное ускорение a точки, находящейся на расстоянии R = 0,1 м от оси вращения, для момента времени t = 4 с.

101. Колесо вращается с постоянным ускорением ε = 2 рад/с^2. Через t = 0,5 с после начала движения полное ускорение колеса стало равно a = 13,6 см/с^2. Найти радиус колеса.

102. Две материальные точки движутся по прямой линии согласно уравнениям $\mathbf{x_1 = A_1t + B_1t^2 + C_1t^3}$ и $\mathbf{x_2 = A_2t + B_2t^2 + C_2t^3}$, где A_1 = 4 м/с, B_1 = 8 м/с^2, C_1 = - 16 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = - 4 м/с^2, C_2 = 1 м/с^3. В какой момент времени ускорения этих точек будут одинаковыми? Найти скорость точек в этот момент.

103. Диск радиусом R = 0,2м вращается согласно уравнению $\varphi = \mathbf{A - Bt + Ct^3}$, где A = 3 рад, B = 1 рад/с, C = 0,1 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точек на окружности диска для момента времени t = 10 с.

104. Точка движется по дуге окружности радиуса R = 10 м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки равно 4,9 м/с^2, вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол равный 60^0. Найти скорость и тангенциальное ускорение точки.

105. Две материальные точки в момент t = 0 начинают двигаться по прямой линии согласно уравнениям $\mathbf{x_1 = A_1 + A_2t + A_3t^4}$, $\mathbf{x_2 = B_1 + B_2t^2 + B_3t^4}$, где A_1 = 50 м, A_2 = 2 м/с, A_3 = - 3 м/с^4, B_1 = 42 м, B_2 = 10 м/с, B_3 = - 3 м/с^4. Найти скорости и ускорения этих точек в момент их встречи.

106. Материальная точка двигается вдоль прямой линии согласно уравнению $\mathbf{x = At + Bt^3}$, где A = 3 м/с, B = - 0,04 м/с^3. Найти путь, пройденный телом от момента времени t_1 = 2 с до момента времени t_2 = 6 с.

107. Тело движется по окружности радиусом R = 4 м. Зависимость пути от времени дается уравнением $\mathbf{S = Ct^3}$, где C = 0,1 см/с^3. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения точки в момент, когда линейная скорость точки v = 0,3м/с.

108. Точка движения по окружности радиусом R = 4 м. Закон ее движения выражается уравнением $\mathbf{S = A - Bt^2}$, где A = 8 м; B = 2 м/с^2. Найти момент времени t, в который нормальное ускорение точки a_n = 9 м/с^2, а также скорость v, тангенциальное a_τ и полное a ускорения точки в этот момент времени. **S** – координата, отсчитываемая вдоль окружности.

109. Материальная точка движется по окружности так, что зависимость пути от времени дается уравнением $\mathbf{S = A + Bt + Ct^2}$, где A = 2 м, B = -2 м/с и C = 1 м/с^2. Найти линейную скорость точки v, ее тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения через t = 3с после начала движения, если известно, что нормальное ускорение точки при t_1 = 2 с равно a_{n1} = 0,5 м/с^2.

110. Тонкостенный цилиндр с диаметром основания D = 40 см и массой m =15кг вращается согласно уравнению $\mathbf{x = A + Bt + Ct^3}$ где A = 5 рад, B = -1 рад/с, C = 0,2 рад/с^3. Определить действующий на цилиндр момент сил M и кинетическую энергию цилиндра в момент времени t = 3с.

111. С каким ускорением скатывается без проскальзывания сплошной цилиндр с наклонной плоскости, расположенной под углом равный 30^0 к горизонту?

112. Нить с привязанными к ее концам грузами массой $m_1 = 40$ г и $m_2 = 60$ г перекинута через блок диаметром D = 4 см. Определить момент инерции блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение $\varepsilon = 1{,}5$ рад/$с^2$.

113. На обод маховика радиусом R = 30 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2 кг. Определить момент инерции маховика I, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t = 3 с приобрел угловую скорость $\omega = 9$ рад/с.

114. Диск диаметром D = 40 см и массой m = 5 кг вращается с частотой $\nu = 8$ Гц. При торможении он остановился через t = 4 с. Определить тормозящий момент M.

115. Через блок массой m = 0,2 кг перекинут шнур, к концам которого подвесили грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}5$ кг. определить силы натяжения шнура F_1 и F_2 по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

116. Расположенный горизонтально сплошной цилиндр может вращаться вокруг оси, совпадающей с осью цилиндра. Масса цилиндра $m_1 = 12$ кг. На цилиндр намотали шнур к концу, которого привязали гирю массой $m_2 = 1$ кг. С каким ускорением будет опускаться гиря? Какова сила натяжения шнура во время движения гири?

117. Маховик диаметром D = 20 см насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой m = 0,8 кг. Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние S = 160 см за время t = 2 с. Определить момент инерции маховика.

118. С каким ускорением нужно тянуть вверх за нить клубок ниток, чтобы клубок вращался на одном месте (висел в воздухе) и его центр масс оставался неподвижным? Принять форму клубка за шар, изменением радиуса за счет сматывания нити пренебречь.

119. Маховик, имеющий форму сплошного цилиндра радиусом R = 0,3м и массой m = 40 кг, вращается с частотой $\nu = 26{,}5$ Гц. По касательной к ободу маховика приложена сила F = 10 Н. Найти время и число полных оборотов до остановки маховика.

120. Горизонтальная платформа массой m = 80 кг и радиусом R = 1 м вращается с частотой $\nu = 0{,}2$ Гц. В центре платформы стоит человек и держит в расставленных руках гири. Сколько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек, опустив руки, уменьшит свой момент инерции от $I_1 = 3$ кг·$м^2$ до $I_2 = 1$ кг·$м^2$? Считать платформу сплошным однородным диском.

121. Человек массой $m_1 = 70$ кг находится на неподвижной платформе массой $m_2 = 100$ кг. Какое число оборотов в минуту будет делать платформа, если человек будет двигаться по окружности радиусом r = 5 м вокруг оси вращения? Скорость движения человека относительно платформы v = 4 км/ч. Радиус платформы R = 10 м. Считать платформу однородным диском, а человека – материальной точкой.

122. На краю горизонтальной платформы в виде диска диаметром D = 2 м и массой $m_1 = 10$ кг стоит человек с массой $m_2 = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться платформа, если человек поймает летящий на него мяч массой $m_3 = 0{,}5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и направлена по касательной к окружности. Скорость мяча v = 5 м/с. Чему равна механическая энергия, перешедшая в тепло?

123. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться вокруг вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол повернется платформа, если человек пройдет вдоль края платформы и, обойдя ее, вернется в исходную точку? Масса платформы M = 240 кг, масса человека m = 80 кг. Момент инерции человека рассчитать, как для материальной точки.

124. Платформа в виде диска радиусом R = 1м вращается по инерции, делая $\nu_1 = 6$ об/мин. На краю платформы стоит человек, масса которого m = 60 кг. Столько оборотов в минуту будет делать платформа, если человек пройдет в ее центр? Какую работу должен совершить для этого человек? Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки. Момент инерции платформы равен 120 кг·$м^2$.

125. На круглой вращающейся скамейке стоит человек и держит в руках стержень, расположенный вертикально, по оси вращения скамейки. Скамейка с человеком вращается с угловой скоростью $\omega_1 = 1$ рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамейка с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он принял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамейки равен 6 кг·$м^2$. Длина стержня l = 2,4 м, а его масса равна 8 кг.

126. Некая звезда массой $m = 3{,}3 \cdot 10^{28}$ кг и радиусом $R = 2 \cdot 10^8$ м в результате взрыва увеличила свой радиус вдвое. Найти период вращения звезды вокруг собственной оси после взрыва, если до взрыва он был равен T = 10 лет. Найти также механическую энергию, перешедшую в тепло.

127. Платформа в виде диска вращается по инерции около вертикальной оси, делая ν_1 = 15 об/мин. На краю платформы стоит человек. Когда человек перешел в центр платформы, она стала делать ν_2 = 25 об/мин. Масса человека m = 70 кг. Определить массу платформы M и работу, совершенную человеком. Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

128. Шарик массой m = 60 г, привязанный к концу нити длиной l_1 = 1,2 м, вращается с частотой ν_1 = 2 Гц, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик до расстояния l_2 = 0,4 м. С какой частотой ν_2 будет вращаться этот шарик? Какую работу A совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

129. Платформа в виде сплошного диска радиусом R = 1,5 и массой m_1 = 180кг Вращается по инерции около вертикальной оси с частотой равной 0,3 Гц. В центре платформы стоит человек массой m_2 = 60 кг. Какую линейную скорость относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Найти изменение механической энергии системы.

130. Какое время обращения T имел бы искусственный спутник Земли, если бы он был удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу? Радиус Земли принять равным $R_З$ = 6400 км.

131. Искусственный спутник обращается вокруг Земли по круговой орбите, на высоте H = 3200 км над поверхностью Земли. Определить линейную скорость спутника.

132. Во сколько раз кинетическая энергия искусственного спутника Земли, движущегося по круговой траектории, меньше его гравитационной потенциальной энергии?

133. Определить работу A, которую совершат силы гравитационного поля Земли, если тело массой m = 2 кг упадет на поверхность Земли: 1) с высоты равной радиусу Земли; 2) из бесконечности.

134. На какую высоту H над поверхностью Земли поднимается ракета, пущенная вертикально вверх, если начальная скорость ракеты будет равна первой космической скорости?

135. С какой скоростью должна стартовать ракета с поверхности Земли, чтобы она смогла полностью преодолеть притяжение Земли (вторая космическая скорость)?

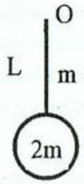
136. Найти работу, которую надо совершить, чтобы сжать пружину на x = 30 см, если известно, что сила пропорциональна деформации, и под действием силы F = 29,4 Н пружина сжимается на x_1 = 1см.

137. На пружину жесткостью k = 62,5 Н/м с высоты h = 10 см падает тело массой m = 1 кг. Найти максимальное значение абсолютной деформации пружины.

138. Какую нужно совершить работу A, чтобы пружину жесткостью k =700Н/м, сжатую на x_1 = 6см, дополнительно сжать на x_2 = 4см?

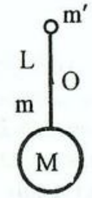
139. Пружина жесткостью k = 800 Н/м сжата с силой F = 200 Н. Определить работу A внешней силы, дополнительно сжимающей эту пружину еще на x = 2 см.

140. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и диском массой 2m и диаметром L/2, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси , проходящей через свободный конец стержня (т. O).

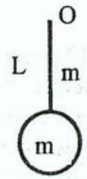


141. Физический маятник представляет собой тонкий однородный стержень длиной 35 см. Определить на каком расстоянии от центра масс должна быть точка подвеса, чтобы частота колебаний была максимальной.

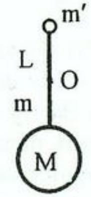
142. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой m = 50 г и длиной L = 30 см, на верхнем конце которого укреплена материальная точка массой m′ = 40 г, на нижнем – однородный шар массой M = 100 г и радиусом R = 5 см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку O в центре стержня.



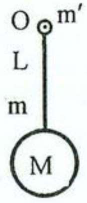
143. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и шаром массой m и диаметром L/2, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси , проходящей через свободный конец стержня (т. O).



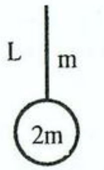
144. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой m = 50 г и длиной L = 30 см, на верхнем конце которого укреплен однородный шар массой m′=70 г и радиусом r = 1 см, на нижнем – однородный шар массой M = 100 г и радиусом R = 5 см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через точку O в центре стержня



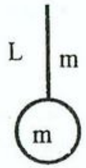
145. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородным стержнем массой $m = 50$ г и длиной $L = 30$ см, на верхнем конце которого укреплен однородный шар массой $m' = 70$ г и радиусом $r = 1$ см, на нижнем – однородный шар массой $M = 100$ г и радиусом $R = 5$ см. Маятник совершает колебания около горизонтальной оси, проходящей через центр верхнего шара.



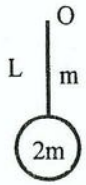
146. Определить частоту колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и диском массой 2m и диаметром L/2, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси , проходящей через середину стержня.



147. Определить период колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и шаром массой m и радиусом L/4, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси, проходящей через середину стержня.

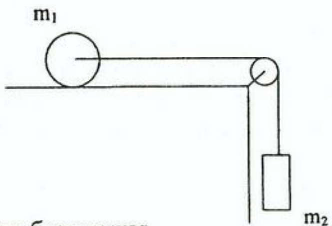


148. Определить частоту колебаний физического маятника, образованного однородными стержнем массой m и длиной L и шаром массой 2m и радиусом L/4, если колебания происходят в вертикальной плоскости относительно оси , проходящей через точку O на конце стержня.

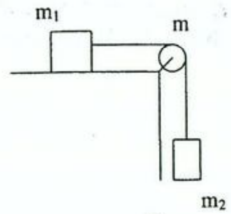


149. Определить частоту колебаний физического маятника, состоящего из обруча массой $m_1 = 400$ г и радиусом $r_1 = 30$ см, внутри которого укреплен однородный диск массой $m_2 = 200$ г и диаметром $d = 10$ см. Маятник совершает колебания относительно горизонтальной оси, проходящей через точку O.

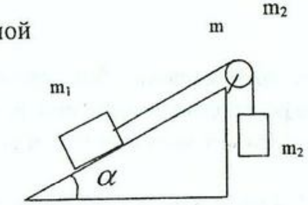
150. Однородный сплошной цилиндр массой $m_1 = 1$ кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, он привязан к бруску массой $m_2 = 2$ кг. Определить ускорение цилиндра на горизонтальном столе, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения.



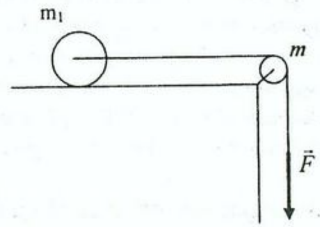
151. Два тела массой $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 2$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, которая перекинута через блок массой $m = 1$ кг, имеющий вид однородного сплошного цилиндра. Определить ускорение тел, если коэффициент трения первого тела о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}5$, а блок вращается без трения.



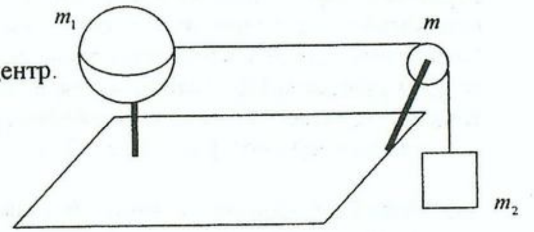
152. Два тела массой $m_1 = m_2 = 2$ кг соединены невесомой нерастяжимой нитью, которая перекинута через блок массой $m = 1$ кг, имеющий вид однородного сплошного цилиндра. Определить ускорение тел, если коэффициент трения первого тела о плоскость $\mu = 0{,}1$, блок вращается без трения, а угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^0$.



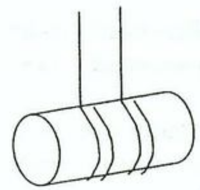
153. Однородный сплошной цилиндр массой $m_1 = 1$ кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось он привязан нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через блок массой $m = 2$ кг. С каким ускорением будет двигаться цилиндр на горизонтальном столе, если за нить потянуть с силой $F = 10$ Н. Предположить, что цилиндр катится без проскальзывания, а блок вращается без трения.



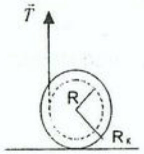
154. Однородный шар массой $m_1 = 5$ кг может вращаться без трения вокруг вертикальной оси, проходящей через его центр. На "экватор" шара намотана невесомая нерастяжимая нить, другой конец которой перекинут через цилиндрический блок массой $m = 1$ кг и привязан к грузу массой $m_2 = 10$ кг. Какую скорость будет иметь груз, опустившись на расстояние $h = 1$ м? Трением в осях пренебречь. В начальный момент груз покоился.



155. Однородный сплошной цилиндр массой висит в горизонтальном положении на двух намотанных на него нитях. Цилиндр отпускают без толчка. За сколько времени цилиндр опустится на $h = 1$ м?

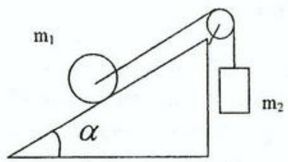


156. На катушку массой m = 1 кг намотана невесомая нить. За нить тянут вверх с силой T = 2,3 Н. Определить ускорение катушки на горизонтальном столе, считая,

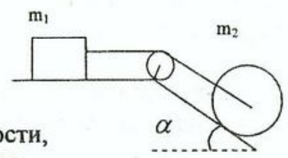


что она катится без проскальзывания. При какой минимальной величине коэффициента трения еще возможен такой тип движения? Радиус обмотки R = 10 см. Момент инерции катушки $I = 5\cdot10^{-3}$ кг·м^2, а ее радиус $R_к = 1{,}1R$.

157. Однородный сплошной цилиндр массой $m_1 = 1$ кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, он привязан к бруску массой $m_2 = 2$ кг. оси Определить ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^0$.



158. Однородный сплошной цилиндр массой $m_2 = 2$ кг может вращаться без трения вокруг оси. За эту ось, нерастяжимой невесомой нитью, перекинутой через невесомый блок, он привязан к бруску массой $m_1 = 1$ кг. Определить ускорение цилиндра вдоль наклонной плоскости, если он катится без проскальзывания, а блок вращается без трения. Угол наклона плоскости к горизонту $\alpha = 30^0$. Коэффициент трения бруска о горизонтальную поверхность $\mu = 0{,}1$.



159. Полый цилиндр закатывается без проскальзывания на наклонную плоскость, имеющую угол наклона к горизонту $\alpha = 45^0$. Через какое время он остановится, если его начальная скорость $v_0 = 2$ м/с?

160. Вычислить кинетическую энергию вращательного движения всех молекул, содержащихся в 1 кг кислорода при 44^0С.

161. Найти среднюю квадратичную скорость молекул воздуха при температуре 17^0С, считая воздух однородным газом, молярная масса которого равна 0,029 кг/моль.

162. Водород находится при температуре T = 300 К. Найти среднюю кинетическую энергию $W_{вр}$ вращательного движения одной молекулы, а также суммарную кинетическую энергию всех молекул этого газа; количество вещества водорода 1,5 моль.

163. При какой температуре кинетическая энергия поступательного движения молекул газа равна $4{,}14\cdot10^{-21}$ Дж?

164. Чему равна энергия теплового движения 30 г кислорода при температуре 20^0С? Какая часть этой энергии приходит на долю поступательного движения, и какая часть его на долю вращательного?

165. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре 300 К.

166. Найти среднюю квадратичную, среднюю арифметическую и наиболее вероятную скорость молекул водорода. Вычисления выполнить для трех случаев: 1) для температуры T = 20 К, соответствующей температуре кипения водорода; 2) для комнатной температуры T = 300К; 3) для температуры T = 5000 К, при которой 95% молекул водорода диссоциированы на атомы.

167. При какой температуре квадратичная скорость атомов гелия станет равной второй космической скорости $v_2 = 11{,}2$ км/с?

168. Кинетическая энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объемом 0,02 м^3, равна 5 кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул равна $2\cdot10^3$ м/с. Найти: 1) массу азота в баллоне; 2) давление, при котором находится азот.

169. 1 кг двухатомного газа находится под давлением p = 80 кПа и имеет плотность равная 4 кг/м^3. Найти энергию теплового движения молекул газа при этих условиях.

170. Высотная обсерватория расположена на высоте 3250 м над уровнем моря. Найти давление воздуха на этой высоте. Температуру воздуха считать постоянной и равной 5^0С. Молярную массу воздуха принять равной 0,029 кг/моль. Давление воздуха на уровне моря равно 101,3 кПа.

171. На какой высоте давление воздуха составляет 75% от давления на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0^0С.

172. Определить плотность воздуха: 1) у поверхности Земли; 2) на высоте 4 км от поверхности Земли. Температуру воздуха считать постоянной и равной 10^0С. Давление воздуха у поверхности Земли равно 100 кПа.

173. На сколько уменьшится атмосферное давление p = 100 кПа при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту h =100м? Считать, что температура T = 290 K и не изменяется с высотой.

174. На какой высоте плотность газа составляет 50% от плотности его на уровне моря? Температуру считать постоянной и равной 0^0С. Задачу решить для: 1) воздуха; 2) водорода.

175. В кабине вертолета барометр показывает давление p = 90 кПа. На какой высоте h летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление p_0 = 100 кПа? Считать, что температура T = 290 K и не изменяется с высотой.

176. Какое изменение высоты соответствует изменению давления равное 100 Па: 1) вблизи поверхности Земли, где температура T_1 = 290 K, давление p_1 = 100 кПа; 2) на некоторой высоте, где температура T_2 = 220 K, давление p_2 = 25 кПа?

177. На какой высоте над поверхностью Земли атмосферное давление вдвое меньше, чем на поверхности? Считать, что температура воздуха равна 290 K и не изменяется с высотой.

178. Пассажирский самолет совершает полеты на высоте 8300 м. Чтобы не снабжать пассажиров кислородными масками, в кабине при помощи компрессора поддерживают постоянное давление, соответствующее высоте 2700 м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать равной 0^0С.

179. На какой высоте над уровнем моря плотность воздуха уменьшится: 1) в два раза; 2) в n раз. Считать, что температура воздуха и ускорение силы тяжести не зависят от высоты. Молярную массу воздуха принять равной 0,029 кг/моль, температуру воздуха - 0^0С.

ПРИЛОЖЕНИЯ

П.1. Некоторые физические постоянные (округленные значения)

Физическая постоянная	**Обозначение**	**Значение**
Ускорение свободного падения	**g**	9,82 м/$с^2$
Гравитационная постоянная	**G**	$6{,}67\cdot10^{-11}$ $м^3$/(кг·$с^2$)
Радиус Земли	**$R_З$**	$6{,}37\cdot10^6$ м
Масса Земли	**$M_З$**	$5{,}96\cdot10^{24}$ кг
Постоянная Больцмана	**k**	$1{,}38\cdot10^{-23}$ Дж/К
Число Авогадро	**N_A**	$6{,}023\cdot10^{23}$ $моль^{-1}$
Универсальная газовая постоянная	**R**	8,31 Дж/(моль·К)
Нормальные условия:		
давление	**p_0**	$1{,}013\cdot10^5$ Па
температура	**T_0**	273 К

П.2. Относительные молекулярные массы некоторых атомов

Атом (молекула)		Молекулярная масса
Водород	^1_1H	1
Гелий	^4_2He	4
Углерод	$^{12}_6C$	12
Азот	$^{14}_7N$	14
Кислород	$^{16}_8O$	16

П.3. Множители и приставки для образования кратных и дольных единиц СИ

Приставка	Обозначение	Множитель
пико	п	10^{-12}
нано	н	10^{-9}
микро	мк	10^{-6}
милли	м	10^{-3}
санти	с	10^{-2}
деци	д	10^{1}
кило	к	10^{3}
мега	М	10^{6}

III. ТЕРМОДИНАМИКА

Основные формулы

• Первое начало термодинамики: количество теплоты, сообщенное системе, идет на увеличение ее внутренней энергии и совершение системой работы над окружающими телами, т.е.

$$Q = \Delta U + A$$

где **Q** - количество теплоты, сообщенное системе; ΔU - изменение внутренней энергии системы; **A** - работа, совершаемая системой над внешними телами.

• Внутренняя энергия одного моля идеального газа

$$U_0 = \frac{i}{2}kTN_A = \frac{i}{2}RT$$

где i - число степеней свободы молекулы газа; $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К постоянная Больцмана; **T** - температура газа; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$-число Авогадро; $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К) -универсальная газовая постоянная.

• Молярная теплоемкость измеряется количеством теплоты, необходимым для нагревания одного моля вещества на один кельвин:

$$C_м = \frac{1}{\nu}\frac{dQ}{dT}$$

где $\nu = \frac{m}{M}$ - число молей вещества.

• Молярная теплоемкость смеси газов, состоящей из n компонентов:

$$C_м = \frac{C_{м1}\nu_1 + C_{м2}\nu_2 + \cdots + C_{мn}\nu_n}{\nu_1 + \nu_2 + \cdots + \nu_n}$$

• Удельная теплоемкость измеряется количеством теплоты, необходимым для нагревания единицы массы вещества на один кельвин

$$c = \frac{1}{m}\frac{dQ}{dT}$$

• Удельная теплоемкость смеси газов, состоящей из n компонентов:

$$c = \frac{c_1 m_1 + c_2 m_2 + \cdots + c_n m_n}{m_1 + m_2 + \cdots + m_n}$$

• Связь между удельной и молярной теплоемкостями

$$c = \frac{C_M}{M}$$

• Молярная теплоемкость идеального газа при постоянном объеме:

$$C_{мV} = \frac{dU_0}{dT} = \frac{iR}{2}$$

• При бесконечно малом изменении объема газа совершается работа

$$dA = pdV$$

• Работа газа при изобарном процессе

$$A = p(V_2 - V_1)$$

• Работа идеального газа при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M}RT \cdot \ln\frac{V_2}{V_1}$$

• Уравнение Пуассона для адиабатического процесса в идеальном газе

$$pV^{\gamma} = const$$

где $\gamma = \frac{C_{Mp}}{C_{MV}}$ - отношение молярных теплоемкостей газа при постоянных давлении и объеме соответственно.

• Работа идеального газа при адиабатическом процессе выражается следующими формулами:

$$A = -\Delta U = \frac{m}{M}C_{MV}(T_1 - T_2),$$

$$A = \frac{m}{M}\frac{RT_1}{(\gamma-1)}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]$$

• Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \le \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

где *A* - работа, совершенная рабочим веществом в течение цикла; Q_1 - количество теплоты, полученное от нагревателя за это время рабочим веществом; Q_2 - количество теплоты, отданное им при этом холодильнику; T_1- температура нагревателя и T_2 -температура холодильника.

Знак равенства в уравнении для к.п.д. η относится только к тепловой машине, работающей по циклу Карно.

Примеры решения задач по термодинамике

Задача I. Вычислить удельные теплоемкости при постоянном объеме c_v и при постоянном давлении c_p неона и водорода, считая эти газы за идеальные.

Решение .

Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются формулами:

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}, \qquad c_P = \frac{i+2}{2}\frac{R}{M}$$

где i - число степеней свободы молекулы газа; **M** - молярная масса газа.

Для неона (одноатомный газ) $i = 3$ и $M = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Вычисляя по формулам, получим:

$$c_v = \frac{3}{2}\frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 6{,}24 \cdot 10^2 \text{ Дж/(кг·К)}$$

$$c_p = \frac{5}{2}\frac{8{,}31}{20 \cdot 10^{-3}} \text{ Дж/(кг·К)} = 1{,}04 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}$$

Для водорода (двухатомный газ) $i = 5$ и $M = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль. Вычисляя по тем же формулам, получим:

$$c_v = \frac{3}{2}\frac{8{,}31}{2\cdot 10^{-3}}\ \text{Дж/(кг·К)} = 1{,}04\cdot 10^4\ \text{Дж/(кг·К)}$$

$$c_p = \frac{5}{2}\frac{8{,}31}{2\cdot 10^{-3}}\ \text{Дж/(кг·К)} = 1{,}56\cdot 10^4\ \text{Дж/(кг·К)}$$

Задача 2. Вычислить удельные теплоемкости c_V и c_P смеси неона и водорода, если массовая доля неона g_1 = 80%, массовая доля водорода g_2= =20% . Значения удельных теплоемкостей газов взять из предыдущего примера.

Решение

Удельную теплоемкость смеси газов при постоянном объеме найдем следующим образом. Теплоту, необходимую для нагревания смеси на ΔT градусов, можно определить двумя способами:

$$Q = c_V(m_1 + m_2)\Delta T \qquad (1)$$

$$Q = (c_{V1}\cdot m_1 + c_{V2}\cdot m_2)\Delta T \qquad (2)$$

где: c_{V1} и c_{V2} - удельные теплоемкости неона и водорода соответственно.

Приравнивая правые части (1) и (2) и разделив обе части полученного равенства на ΔT , получим:

$$c_V(m_1 + m_2) = c_{V1}\cdot m_1 + c_{V2}\cdot m_2 \qquad (3)$$

откуда

$$c_V = c_{V1}\frac{m_1}{m_1+m_2} + c_{V2}\frac{m_2}{m_1+m_2} \qquad (4)$$

или

$$c_V = c_{V1}\cdot g_1 + c_{V2}\cdot g_2 \qquad (5)$$

где: $g_1 = \frac{m_1}{m_1+m_2}$ и $g_2 = \frac{m_2}{m_1+m_2}$ - массовые доли неона и водорода в смеси.

Подставив в формулу (5) числовые значения величин c_{V1} и c_{V2} из предыдущей задачи для смеси, найдем

$$c_V = (6{,}24\cdot 10^2\cdot 0{,}8 + 1{,}04\cdot 10^4\cdot 0{,}2)\text{Дж/(кг·К)} = 2{,}58\cdot 10^3\text{Дж/(кг·К)}$$

Рассуждая таким же образом, получим формулу для вычисления удельной теплоемкости при постоянном давлении:

$$c_P = c_{P1}\cdot g_1 + c_{P2}\cdot g_2 \qquad (6)$$

Подставив в формулу (6) числовые значения величин, найдем

$$c_P = 1{,}04\cdot 10^3\cdot 0{,}8 + 1{,}56\cdot 10^4\cdot 0{,}2\ \text{Дж/(кг·К)} = 3{,}75\cdot 10^3\text{Дж/(кг·К)}$$

Задача 3. Какую работу надо совершить чтобы, медленно сжимая при помощи поршня газ в цилиндре с хорошо проводящими тепло стенками, увеличить его давление в два раза? Начальное давление газа равно атмосферному давлению

$p_1 = 1{,}013\cdot 10^5$ Па, начальный объем V_1 = 5,0 л. Во время сжатия давление и температура окружающего воздуха остаются постоянными. Весом поршня и трением пренебречь. Сколько тепла выделится при сжатии газа?

Решение

Медленное протекание процесса и большая теплопроводность стенок цилиндра позволяют считать температуру газа равной температуре окружающей среды в течение всего процесса. А так как температура, согласно условию, остается неизменной, то сжатие газа следует считать изотермическим процессом.

Работа газа при изотермическом процессе

$$A = \frac{m}{M}RT\cdot\ln\frac{V_2}{V_1} \qquad (1)$$

Используя уравнение газового состояния

$$p_1V_1 = \frac{m}{M}RT_1 \qquad (2)$$

и закон Бойля-Мариотта

$$p_1V_1 = p_2V_2 \qquad (3)$$

можно преобразовать уравнение (1) к следующему виду;

$$A = p_1V_1\cdot\ln\frac{p_1}{p_2} \qquad (4)$$

Поскольку $p_1 < p_2$, то $A < 0$.

Что и следовало ожидать, так как работа, совершаемая газом при его сжатии, отрицательна. В этом случае положительной будет работа $A_{внеш}$, совершаемая внешними силами, сжимающими при помощи поршня газ в цилиндре:

$$A_{внеш} = -A = p_1V_1\ln\frac{p_2}{p_1} \qquad (5)$$

Однако выражение (5) еще не является ответом, ибо $A_{внеш}$ есть сумма двух работ: работы A_c силы, приложенной к поршню, и работы $A_{атм}$ силы атмосферного давления, т.е.

$$A_{внеш} = A_c + A_{атм} \qquad (6)$$

По условию задачи искомой величиной является работа A_c . Величину же $A_{атм}$ можно найти по формуле работы газа при изобарном процессе, поскольку атмосферное давление P_1 остается постоянным:

$$A_{атм} = p_1(V_1 - V_2) \qquad (7)$$

Преобразуем (7), учитывая, что газ в цилиндре сжимается изотермически

$$A_{атм} = p_1V_1(1-\frac{V_2}{V_1}) = p_1V_1(1-\frac{p_1}{p_2}) \qquad (8)$$

Подставив в (6) вместо $A_{внеш}$ и $A_{атм}$ их значения по формулам (5) и (8), найдем искомую работу

$$A_c = A_{внеш} - A_{атм} = p_1V_1(\ln\frac{p_2}{p_1} - 1 + \frac{p_1}{p_2}) \qquad (9)$$

Для определения количества теплоты, выделенного при сжатии газа, воспользуемся первым началом термодинамики. Поскольку при изотермическом процессе (T=const) изменение внутренней энергии равно нулю $\Delta U = \frac{m}{M}C_{\mu V}\Delta T = 0$. Количество теплоты, сообщенное газу, равно

$$Q = A = p_1V_1\ln\frac{p_1}{p_2} = -p_1V_1\ln\frac{p_2}{p_1} \qquad (10)$$

Величина **Q** оказалась отрицательной, что обусловлено выделением теплоты газом при его сжатии.

Подставив заданные в условии задачи величины в формулы и выполнив вычисления, получим:

$A_c = 1{,}0\cdot10^2$ Дж, $\qquad Q = -3{,}5\cdot10^2$ Дж

Задача 4. Гелий, занимающий объем 3л при давлении 0,2Мпа, был изотермически сжат до объема 1л, а затем быстро расширен до первоначального давления. Определить суммарную работу газа.

Решение.

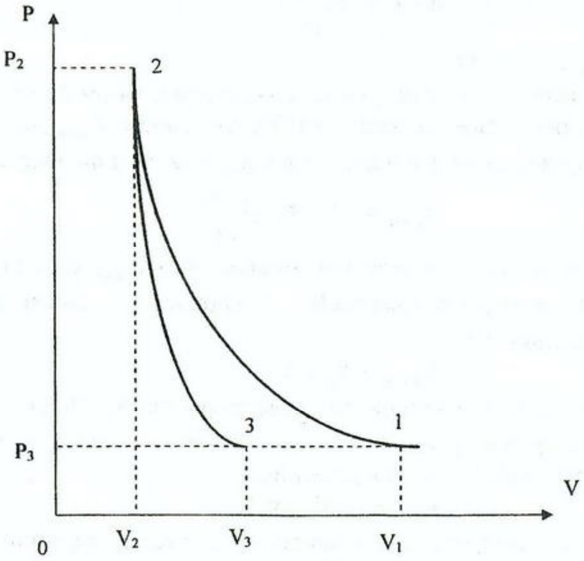


Рис.1

Изобразим заданные процессы в p-V координатах (см. рис.1), приняв во внимание, что быстрое расширение (процесс 2-3) является адиабатическим.

Давление p_2 находим из закона Бойля-Мариотта:

$$p_2 = p_1\cdot\frac{V_1}{V_2} = 0{,}2\cdot10^6\,Па\cdot\frac{3\cdot10^{-3}\,м^3}{10^{-3}\,м^3} = 0{,}6\cdot10^6\,Па. \qquad (1)$$

Показатель адиабаты гелия определяется по формуле (2), учитывая, что молекулы одноатомных газов имеют 3 степени свободы:

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{3+2}{3} = 1{,}667 \qquad (2)$$

Объем V_3 рассчитаем из уравнения Пуассона :

$$V_3 = V_2\cdot\left(\frac{P_2}{P_3}\right)^{\frac{1}{\gamma}} = 10^{-3}м^3\cdot\left(\frac{0{,}6\cdot10^6\,Па}{0{,}2\cdot10^6\,Па}\right)^{\frac{1}{1{,}667}} = 1{,}93\cdot10^{-3}м^3 \qquad (3)$$

Работу изотермического сжатия находим с учетом (1):

$$A_{12} = \frac{m}{M}\cdot R\cdot T_1\cdot\ln\frac{V_2}{V_1} = p_1\cdot V_1\cdot\ln\frac{V_2}{V_1} = 0{,}2\cdot10^6Па\cdot3\cdot10^{-3}м^3\cdot\ln\frac{1\cdot10^{-3}м}{3\cdot10^{-3}м} = -659Дж$$

Работа адиабатического расширения определяется с учетом (1),(3):

$$A_{23} = \frac{m}{M}\cdot\frac{R}{\gamma-1}\cdot(T_2 - T_3) = \frac{1}{\gamma-1}\cdot(p_2\cdot V_2 - p_3\cdot V_3) =$$

$$\frac{1}{1{,}667-1}\cdot\left(0{,}6\cdot10^6Па\cdot10^{-3}м^3 - 0{,}2\cdot10^6Па\cdot1{,}93\cdot10^{-3}м^3\right) = 321Дж$$

Суммарная работа:

$$A = A_{12} + A_{23} = -659Дж + 321Дж = -338Дж.$$

Знак минус указывает, что в суммарной работе преобладает работа внешних сил над газом.

Задача 4. Тепловая машина работает по циклу Карно, к.п.д. которого η=0,25. Каков будет холодильный коэффициент χ машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении? Холодильным коэффициентом называется отношение количества теплоты, отнятого от охлаждаемого тела, к работе двигателя, приводящего в движение машину.

Решение

Коэффициент полезного действия (к.п.д) любого цикла, в том числе и цикла Карно, выражается формулой

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} \qquad (1)$$

Особенностью цикла Карно является его обратимость: процесс может протекать как в прямом, так и в обратном направлении. При обратном цикле Карно рабочее вещество будет, расширяясь по изотерме T_2 отбирать от холодильника количество теплоты Q_2 и, сжимаясь по изотерме T_1 , отдавать нагревателю количество теплоты Q_1. При этом работа, совершаемая рабочим веществом за один цикл, будет отрицательной (положительная работа расширения меньше по модулю отрицательной работы сжатия). В этом случае положительной будет работа **A** двигателя, приводящего в действие машину. Согласно определению холодильного коэффициента запишем

$$\chi = \frac{Q_2}{A}$$

Чтобы определить χ, исключим из (1) величину Q_1, равную $A+Q_2$:

$$\eta = \frac{A}{A+Q_2}$$

Выполнив преобразования, получим:

$$\frac{1}{\eta} = \frac{A+Q_2}{A} = 1 + \frac{Q_2}{A} = 1 + \chi, \quad \chi = \frac{1}{\eta} - 1 = \frac{1}{0{,}25} - 1 = 3 \quad \text{или} \quad \chi = 300\%$$

IV. ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

Основные формулы

• Закон Кулона определяет силу, действующую между точечными зарядами в вакууме, причем одноименные заряды отталкиваются, а разноименные притягиваются.

$$F = \frac{q_1 \cdot q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2},$$

где: q_1 и q_2 - величины зарядов; r - расстояние между ними;

$\varepsilon_0 = 8.85\ 10^{-12}$ Ф/м - электрическая постоянная.

• Напряженность электрического поля в произвольной точке равна:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q},$$

где: $\vec{F}$ - сила, действующая на пробный заряд q, помещенный в данную точку.

• Напряженность электростатического поля, создаваемого системой точечных зарядов, по принципу суперпозиции полей равна:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$$

• Напряженность поля точечного заряда, находящегося в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, а также напряженность поля однородно заряженной сферы на расстояниях от центра, больших ее радиуса ($r > r_0$), равна:

$$E = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r^2}$$

• Напряженность поля, создаваемого бесконечно длинной нитью или цилиндром, находящимися в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, вне цилиндра равна:

$$E = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

где: r - расстояние от оси цилиндра, τ - линейная плотность заряда.

• Напряженность поля однородно заряженной бесконечной плоскости с поверхностной плотностью заряда, находящейся в однородном изотропном диэлектрике, полностью заполняющим объём, ограниченный эквипотенциальными поверхностями, равна:

Поле бесконечной однородно заряженной плоскости одинаково во всех точках пространства по обе стороны от плоскости и называется однородным.

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon \cdot \varepsilon_0}$$

• Электростатическая индукция **D** связана с напряженностью поля **E** в диэлектрике:

$$\vec{D} = \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}$$

• Система из двух точечных зарядов **-q** и **+q** называется диполем. Электрический момент диполя равен:

$\vec{p} = q \cdot \vec{l}$, где $\vec{l}$ - вектор, проведенный от отрицательного заряда диполя к положительному заряду (плечо диполя).

• На электрический диполь в электростатическом поле действует момент сил:

$$\vec{M} = [\vec{p} \times \vec{E}]$$

• Потенциальная энергия диполя в электростатическом поле:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

• Диполь создает электрическое поле, напряженность которого равна:

$$E = \frac{p\sqrt{1+3\cos^2\alpha}}{4\pi\varepsilon_0 r^3},$$

α -угол, между вектором электрического момента диполя и радиус-вектором.

• Потенциал электрического поля в данной точке поля равен:

$$\varphi = \frac{W}{q}$$

где **W** - потенциальная энергия пробного заряда **q**, помещенного в данную точку электрического поля.

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

- Потенциал электростатического поля точечного заряда в вакууме:
- Потенциал поля, создаваемого несколькими точечными зарядами, по принципу суперпозиции равен:

$$\varphi = \sum_{i=1}^{n} \varphi_i$$

- В общем случае проекция вектора напряженности поля E_l на ось l

и потенциал этого поля связаны соотношением: $E_l = -\frac{d\varphi}{dl}$

или в векторной форме: $\vec{E} = -\mathbf{grad}\,\varphi$

- Для однородного поля (например, поля внутри плоского конденсатора) разность потенциалов можно рассчитать по формуле: $\Delta\varphi = E \cdot d$
- В общем случае разность потенциалов равна:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

- Потенциал и заряд уединенного проводника связаны соотношением:

$$q = C\varphi,$$

где: C – электроёмкость проводника.

В частности, электроёмкость уединенного шара радиуса **r**, находящегося в однородном изотропном диэлектрике: $C = 4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r$

- Электроёмкость конденсатора (системы из двух близкорасположенных проводников, разделенных диэлектриком):

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}$$

где: **q** - заряд на обкладках конденсатора; $\Delta\varphi$ - разность потенциалов между ними.

- Электроёмкость плоского конденсатора с площадью пластин S и расстоянием между ними **d** равна:

$$C = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot S}{d}$$

- Электроёмкость системы конденсаторов при параллельном соединении:

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^{n} C_i$$

- Электроёмкость системы конденсаторов при последовательном соединении:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i}$$

- Энергия заряженного конденсатора:

$$W = \frac{q \cdot \Delta\varphi}{2} = \frac{C \cdot \Delta\varphi^2}{2} = \frac{q^2}{2C}$$

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}$$

- Объемная плотность энергии электростатического поля :

$$w = \frac{\varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon \cdot \varepsilon_0} = \frac{E \cdot D}{2}$$

- Сила тока **I** определяется зарядом, протекающим через поперечное сечение проводника в единицу времени:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

- Закон Ома для однородного участка цепи связывает силу тока, разность потенциалов **U** на концах участка цепи и сопротивление этого участка **R** :

$$I = \frac{U}{R}$$

- Сопротивление проводника зависит от удельного сопротивления ρ материала, из которого выполнен проводник, его длины **l** и площади поперечного сечения **S**:

$$R = \frac{\rho \cdot l}{S}$$

- Для замкнутой цепи закон Ома имеет вид:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

где: $\mathcal{E}$ - электродвижущая сила (ЭДС) источника тока; R - внешнее сопротивление цепи; **r** - внутреннее сопротивление источника.

- Плотность тока связана с силой тока: $j = \frac{I}{S}$

• Закон Ома в дифференциальной форме: $\vec{j} = \vec{E}/\rho$,

где: $\vec{j}$ - вектор плотности тока, $\vec{E}$ - напряженность электрического поля в проводнике.

• Работа постоянного электрического тока на участке цепи (или теплота, выделяемая на этом участке) за время t определяется законом Джоуля-Ленца:

$$A = Q = IUt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$

• Если ток изменяется с течением времени, то $Q = \int_0^t I^2R\,dt$

• Мощность, выделяемая на участке цепи:

$$p = \frac{dA}{dt} = IU = I^2R = \frac{U^2}{R}$$

• Источник отдает во внешнюю цепь максимальную мощность при равенстве внутреннего **r** и внешнего **R** сопротивлений цепи (условие согласования). Коэффициент полезного действия η источника тока определяется отношением мощности, выделяемой в нагрузке, к полной мощности источника:

$$\eta = \frac{R}{R+r}$$

• Для разветвленных электрических цепей справедливы два правила Кирхгофа:

1). алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0$$

2). алгебраическая сумма напряжений на отдельных участках цепи в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре:

$$\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{j=1}^{n} \mathcal{E}_j$$

При решении задач с применением правил Кирхгофа на схеме произвольно указывают стрелками направления токов и направления обхода контуров. Со знаком "+" берутся токи, текущие в направлении обхода. ЭДС, повышающие потенциал (внутри источника от минуса к плюсу) в направлении обхода, также считаются положительными. Перед составлением уравнений следует сосчитать число неизвестных токов n и число узлов в схеме Y . В соответствии с первым правилом Кирхгофа составляют Y- I уравнение. Остальные n-Y+1 уравнений составляют в соответствии со вторым правилом Кирхгофа для наиболее простых контуров, чтобы все неизвестные токи входили хотя бы раз в одно из этих уравнений.

Примеры решения задач

Задача 1. Два точечных электрических заряда положительный q_1= 1 нКл и отрицательный q_2 =-2 нКл находятся в воздухе на расстоянии d =10 см друг от друга. Определить напряженность и потенциал поля, создаваемого этими зарядами в точке А (рис.2), удаленной на расстояние r_1= 9 см от первого заряда и на расстояние r_2=7 см от второго заряда.

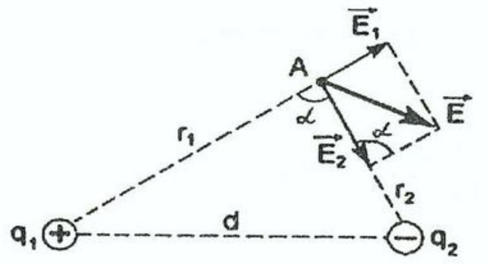


рис.2

Решение.

Напряженность электрического поля Е в точке А равна векторной сумме напряженностей двух полей, создаваемых зарядами q_1 и q_2 , т.е. $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$,

где: E_1 -напряженность поля заряда q_1 , E_2 - напряженность поля заряда q_2.

На рисунке 3 вектор E_1 направлен от заряда q_1 так как этот заряд положителен, вектор E_2 направлен в сторону заряда q_2, так как этот заряд отрицательный. Результирующий вектор Е совпадает по величине и направлению с диагональю параллелограмма, построенного на складываемых векторах. Модуль этого вектора найдем по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1 \cdot E_2 \cdot \cos\alpha}$$

Модули векторов напряженностей E_1 и E_2 определим по формулам:

$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_1^2} \qquad E_2 = \frac{q_2}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r_2^2}$$

Косинус угла α выразим из теоремы косинусов:

$$\cos\alpha = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1r_2}$$

Подставляя выраженные в СИ числовые значения в формулы, получаем (при $\varepsilon = 1$):

$$E_1 = \frac{10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot (0.09)^2} \text{ В/м} = 1.11 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

$$E_2 = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot (0.07)^2} \text{ В/м} = 3.68 \cdot 10^3 \text{ В/м}$$

$$\cos\alpha = \frac{(0.09)^2 + (0.07)^2 - (0.1)^2}{2 \cdot 0.09 \cdot 0.07} = 0.238$$

Подставляя полученные, значения получим:

$$\mathbf{E = 3{,}58\ 10^3\ В/м}$$

Потенциал равен алгебраической сумме потенциалов, т.е.

$$\varphi = \varphi_1 + \varphi_2$$

Значение потенциала поля, созданного точечным зарядом, определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot r}$$

Подставив сюда численные значения величин, получим:

$$\varphi_2 = \frac{-2 \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0.07} \text{ В} = -257 \text{ В}$$

$$\varphi_1 = \frac{10^{-9}}{4\pi \cdot \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \cdot 0.09} \text{ В} = 100 \text{ В}$$

$$\varphi = 100 \text{ В} - 257 \text{ В} = -157 \text{ В}$$

Задача 2. Двум небольшим шарикам, подвешенным на одинаковых непроводящих нитях длиной L = 40 см, сообщили одинаковый заряд q, после чего нити отклонились от вертикали на угол α = 30°. Точки закрепления нитей отстоят друг от друга на расстояние d = 5 см (см. рис. 3) Определить заряд, сообщенный шарикам. Массы шариков одинаковы и равны m = 1 г.

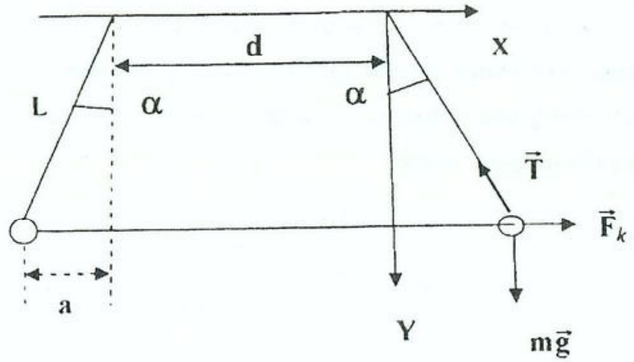


рис.3

Решение: Из условия равновесия следует, что векторная сумма сил, действующих на каждый из шариков, равна нулю. Применяя это условие к одному из них (для второго оно запишется точно так же) получим:

$$\vec{F}_k + \vec{T} + m\vec{g} = 0 \qquad (1)$$

где $\vec{F}_r$ - сила кулоновского отталкивания шариков; $\vec{T}$ - сила натяжения нити; $m\vec{g}$ - сила тяжести. Проецируя уравнение (1)на оси X и Y (рис. 3), запишем:

$$F_k - T\sin\alpha = 0 \qquad (2)$$

$$mg - T\cos\alpha = 0 \qquad (3)$$

Перенося члены со знаком минус в правую часть равенств и проводя почленное деление одного равенства на другое , получим:

$$\frac{F_k}{mg} = \operatorname{tg}\alpha \qquad (4)$$

Силу электростатического взаимодействия зарядов рассчитаем с помощью соотношения

$$F_k = k\frac{q^2}{r^2}, \qquad (5)$$

полагая, что $r = r_{12} = d + 2a = d + 2L\sin\alpha$

При этом выражение (4) , сводится к виду:

$$\frac{kq^2}{(d + L\sin\alpha)^2 mg} = \operatorname{tg}\alpha,$$

откуда

$$q = \pm(d + 2L\sin\alpha)\sqrt{\frac{mg\operatorname{tg}\alpha}{k}} \qquad (6)$$

Подставляя численные значения найдем **q= ± 3,6 · 10⁻⁷ Кл= ± 0,36 мкКл.**

Задача 3. В двух вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 10$ см находятся точечные заряды $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = -3$ мкКл. Определить потенциал в третьей вершине и работу сил поля по переносу заряда Q = I нКл из этой вершины в центр треугольника.

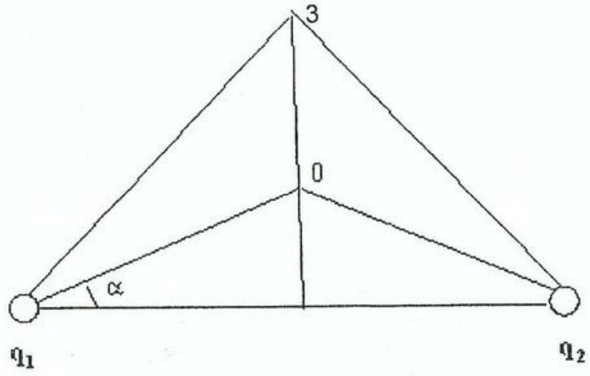


рис.4

Решение

В соответствии с принципом суперпозиции потенциал в вершине 3 (φ_3) определяется суммой потенциалов каждого из зарядов (φ_{13}) и (φ_{23}):

$$\varphi_3 = \varphi_{13} + \varphi_{23}$$

Пользуясь формулой для потенциала поля точечного заряда, получим (рис. 4):

$$\varphi_3 = k\frac{q_1}{r_{13}} + k\frac{q_2}{r_{23}} = \frac{k}{a}(q_1 + q_2)$$

или после вычислений: $\varphi_3 = -9\cdot10^4$В= -90 кВ

Работу сил поля по переносу заряда **Q** из точки 3 в центр треугольника (точка 0) найдем с помощью соотношения

$$A_{3,0} = Q(\varphi_3 - \varphi_0) \qquad (1)$$

Потенциал φ_0, так же как и φ_3, вычислим, суммируя потенциалы, создаваемые в точке **O** зарядами q_1 и q_2:

$$\varphi_0 = \varphi_{10} + \varphi_{20} = k\frac{Q_1}{r_{10}} + k\frac{Q_2}{r_{20}}$$

Расстояния r_{10} и r_{20} равны друг другу и определяются соотношением (рис.4): $r_{10} = r_{20} = \frac{a}{2\cos\alpha} = \frac{a}{2\cos 30^0} = \frac{a}{\sqrt{3}}$, после подстановки которого в выражение для φ_0, получим

$$\varphi_0 = \frac{k\sqrt{3}}{a}(q_1 + q_2)$$

Работу $A_{3,0}$, найдем, подставляя выражения для φ_0 и φ_3 в формулу (1)

Проведя вычисления, получим $A_{3,0} = 6{,}9\ 10^{-5}$ Дж=69 мкДж

Задача 4. Электрическое поле создано бесконечно длинным цилиндром радиусом R= 1 см, однородно заряженным с линейной плотностью τ = = 20 нКл/м. Определить разность потенциалов двух точек этого поля, находящихся на расстоянии a_1= 0,5 см и a_2 = 2 см от поверхности цилиндра.

Решение

Для определения разности потенциалов воспользуемся формулой связи разности потенциалов с напряженностью электрического поля:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} E_r dr$$

Вектор напряженности электрического поля бесконечно длинного цилиндра

$$E = E_r = \frac{\tau}{2\pi\cdot\varepsilon_0\cdot r}$$

перпендикулярен его оси, поэтому:

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\frac{\tau}{2\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r} = \frac{\tau}{2\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\frac{r_2}{r_1}$$

или

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\cdot\varepsilon_0}\cdot\ln\frac{r_2}{r_1}$$

Выразим τ и ε_0 в единицах СИ: $\frac{1}{2\pi\cdot\varepsilon_0} = 1.8\cdot10^{10}$ м/ф

$$\tau = 20 \text{нкл/м} = 2\cdot10^{-8} \text{Кл/м}.$$

Так как величины r_1 и r_2 входят в формулу в виде отношения, то их можно выразить в любых одинаковых единицах измерения:

$$r_1 = R + a_1 = 1.5 \text{см}$$

$$r_2 = R + a_2 = 3 \text{см}$$

После подстановки и элементарных преобразований получим:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = 2\cdot10^{-8}\cdot1.8\cdot10^{10}\cdot\ln\frac{3}{1.5} = 3.6\cdot10^2\cdot\ln 2 = 250\text{В}$$

Задача 5. Точечный заряд q_1 = I мкКл с массой **m** = I мг, имея скорость V_1 **= 20 м/с** на бесконечности движется в направлении другого неподвижно закрепленного точечного заряда q_2= 2 мкКл. Определить минимальное расстояние **d** , на которое они могут сблизиться

Решение

Согласно закону сохранения энергии полная энергия заряда q_1 на бесконечности (W_1) равна его полной энергии в момент остановки в точке 2 (рис. 5)

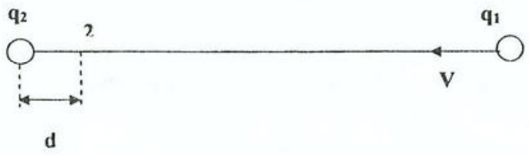


рис.5

$$\frac{mV_1^2}{2}+q_1\varphi_1=\frac{mV_2^2}{2}+q_1\varphi_2$$

или с учетом того, что $V_2=0$,

$$\frac{mV_1^2}{2}+q_1\varphi_1=q_1\varphi_2 \qquad (1)$$

Потенциалы φ_1 и φ_2 в последнем выражении – это потенциалы поля заряда q_2 на бесконечности (φ_1) и в точке 2 (φ_2), соответствующей остановке заряда q_1. Эти потенциалы найдем с помощью соотношений

$$\varphi_1=k\frac{q_2}{r}=0, \qquad \varphi_2=k\frac{q_2}{d}$$

После подстановки которых в формулу (1), получим:

$$\frac{mV_1^2}{2}=k\frac{q_1q_2}{d}$$

Откуда

$$d=\frac{2kq_1q_2}{mV_1^2}$$

После вычислений, найдем: **d=9·10^{-2}м=9 см.**

Задача 6. Два шара радиусами R_1 = 30 см и R_2=60 см, заряженные до потенциалов φ_1= 400 В и φ_2 = 500 В, соединяют проволокой. Определить заряд, перетекающий с одного шара на другой.

Решение. Условием прекращения перетекания зарядов с одного проводника на другой является выравнивание их потенциалов. В нашем случае это означает, что потенциалы шаров (φ_1' и φ_2') после соединения одинаковы: $\varphi_1'=\varphi_2'=\varphi'$.

Величину потенциала φ' найдем из условия сохранения полного заряда системы:

$$q_1+q_2=q_1'+q_2'$$

где q_1 и q_2 - заряды шаров до соединения, q_1' и q_2' - после их соединения. Используя определение электроемкости, можно записать, что

$$C_1\varphi_1+C_2\varphi_2=C_1\varphi_1'+C_2\varphi_2'$$

откуда получим

$$\varphi'=\frac{C_1\varphi_1+C_2\varphi_2}{C_1+C_2}$$

где C_1 и C_2 - -электроемкости первого и второго шара соответственно.

Заряд Δq , перетекающий с одного шара на другой, найдем как разность зарядов одного из шаров до и после соединения:

$$\Delta q=q_1-q_1'=q_2'-q_2$$

или

$$\Delta q=C_1\varphi_1-C_1\varphi_1'=C_1\left(\varphi_1-\frac{C_1\varphi_1+C_2\varphi_2}{C_1+C_2}\right)=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}(\varphi_1-\varphi_2)$$

Используя, формулу для электроемкости шара, окончательно получим:

$$\Delta q=\frac{4\pi\varepsilon_0R_1R_2(\varphi_1-\varphi_2)}{R_1+R_2}$$

или после вычислений: $\Delta q=2\cdot10^{-8}$ **Кл = 20нКл**.

Задача 7 . Конденсатор емкостью C_1 =3 10^{-3} Ф был заряжен до разности потенциалов 40 В. После отключения от источника конденсатор был соединен параллельно с другим незаряженным конденсатором емкостью C_2 =5 10^{-3} Ф. Какое количество энергии ΔW выделится при подсоединении к первому конденсатору второго конденсатора?

Решение.

По закону сохранения энергии:

$$\Delta W= W_1 - W_2,$$

где W_1 - энергия, которой обладал первый конденсатор до присоединения к нему второго конденсатора; W_2 - энергия, которую имеет батарея, составленная из первого и второго конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора определяется по формуле: $W = \frac{U^2}{2C}$

где: C - емкость конденсатора или батареи конденсаторов; U-разность потенциалов на обкладках конденсаторов.

Выразив энергии W_1 и W_2 по формуле и принимая во внимание, что общая емкость параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов, получим:

$$\Delta W = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) \cdot U_2^2}{2}$$

где C_1 и C_2 - емкости первого и второго конденсаторов; U_1- разность потенциалов, до которой был заряжен первый конденсатор; U_2 -разность потенциалов на зажимах батареи конденсаторов.

Учитывая, что заряд после присоединения второго конденсатора остался прежний, выразим разность потенциалов U_2 следующим образом:

$$U_2 = \frac{Q}{C_1 + C_2} = \frac{C_1 \cdot U_1}{C_1 + C_2}$$

$$\Delta W = \frac{C_1 \cdot U_1^2}{2} - \frac{(C_1 + C_2) \cdot C_1^2 U_1^2}{2(C_1 + C_2)^2}$$

Подставив найденное значение U_2, получим:

После простых преобразований найдём:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} U_1^2$$

В полученное выражение подставим числовые значения и вычислим:

$$\Delta W = \frac{1}{2} \cdot \frac{3 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-3} + 5 \cdot 10^{-3}} \cdot 40^2 \text{Дж} = 1.5 \text{ Дж}$$

Задача 8. В зазоре между обкладками плоского конденсатора, заряженного до напряжения $U = 100$ В и отключенного от источника тока, находится пластина диэлектрика с $\varepsilon = 2$. Определить работу, необходимую для удаления пластины из конденсатора, и изменение объемной плотности энергии, которое при этом происходит. Площадь пластин конденсатора $S = 100$ см^2, расстояние между ними $d = 5$ мм.

Решение. Искомая работа А идёт на увеличение энергии конденсатора и определяется из соотношения

$$A = W_{C2} - W_{C1}$$

где W_{C1} и W_{C2} - энергии конденсатора с диэлектриком и без него. соответственно. Энергии W_{C1}и W_{C2} удобно выразить через заряд q, который

не меняется при отключенном источнике тока:

$$W_{C1} = \frac{q^2}{2C_1} \quad \text{и} \quad W_{C2} = \frac{q^2}{2C_2}$$

где: $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$ и $C_2 = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

Учитывая, что $q = C_1 U$, можно получить:

$$A = \frac{q^2}{2}\left(\frac{1}{C_2} - \frac{1}{C_2}\right) = \frac{C_1 U^2}{2}\left(\frac{C_1}{C_2} - 1\right) = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d}(\varepsilon - 1)$$

Изменение объемной плотности энергии найдем делением разности энергий (W_{C1} - W_{C2}) на объем пространства между обкладками конденсатора V :

$$\Delta w = \frac{W_{C2} - W_{C2}}{V} = \frac{A}{Sd} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon U^2}{2d^2}(\varepsilon - 1)$$

После вычислений найдем: $A = 1{,}77 \cdot 10^{-7}$ Дж = 0,177 мкДж;

$\Delta w = 3{,}54 \cdot 10^{-3}$ Дж/м^3 =3,54 мДж/м^3

Задача 9. Определить токи через сопротивления R_1 , R_2 *и* R_3 схемы на рис. 6 , если R_1= 1 кОм, R_2= 2 кОм, R_3= 3 кОм, $\mathcal{E}_1$ = 2В; $\mathcal{E}_2$ = 5 В. Внутренним сопротивлением источников ЭДС пренебречь.

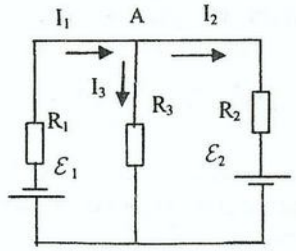


Рис. 6

Решение. По первому правилу Кирхгофа для узла А можно записать

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

Второе правило Кирхгофа применим для контуров I и П (направления их обхода указаны на рис.6 стрелками):

(контур I) $\quad I_1R_1+I_3R_3=-\mathcal{E}_1$

(контур П) $\quad I_2R_2-I_3R_3=-\mathcal{E}_2$

Решая эту систему уравнений, получим:

$$I_1=-\frac{(\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2)R_3+\mathcal{E}_1R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$I_2=-\frac{(\mathcal{E}_1+\mathcal{E}_2)R_3+\mathcal{E}_2R_1}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

$$I_3=-\frac{\mathcal{E}_2R_1-\mathcal{E}_1R_2}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$$

что после подстановки численных значений дает : I_1 = -2,27 мА ; I_2 = -2,36 мА ; I_3 = 0,09 мА.

Знак минус, полученный для токов I_1 и I_2, показывает, что их истинные направления противоположны тем, которые указаны на рис. 6 .

Задача 10. В проводнике с сопротивлением **R** = 10 Ом за время τ = 5 с сила тока равномерно увеличивается от I_1 = I A до I_2 = 3 A. Определить количество теплоты Q ,выделившееся за это время.

Решение. Согласно закону Джоуля-Ленца количество теплоты, выделяющееся за время **dt** :

$$dQ=I^2Rdt \tag{1}$$

Полное количество теплоты, выделяющееся за время τ , найдем интегрированием

$$Q=\int_0^\tau dQ=\int_0^\tau I^2Rdt \tag{2}$$

Для вычисления интеграла следует определить закон изменения тока во времени. В случае линейного (равномерного) изменения тока и заданных значений I_1 (t=0) и $I_2(t=\tau)$зависимость $I(t)$ имеет вид :

$$I(t)=I_1+\frac{I_2-I_1}{\tau}\cdot t \tag{3}$$

или с учетом численных значений: $\mathbf{I(t) = 1+ 0,4t}$.

Подставляя выражение для **I(t)** в закон Джоуля-Ленца (2) , после интегрирования получим: **Q** = 217 Дж.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

№ вар.	НОМЕРА ЗАДАЧ							
0	200	210	220	230	240	250	260	270
1	201	211	221	231	241	251	261	271
2	202	212	222	232	242	252	262	272
3	203	213	223	233	243	253	263	273
4	204	214	224	234	244	254	264	274
5	205	215	225	235	145	255	265	275
6	206	216	226	236	246	256	266	276
7	207	217	227	237	247	257	267	277
8	208	218	228	238	248	258	268	278
9	209	219	229	239	249	259	269	279

200. Известны удельные теплоемкости газа c_V = 649 Дж/(кг К) и c_P = 912 Дж/(кг К). Определить относительную молекулярную массу Mr газа и число степеней свободы **i** .

201. Имеем некоторый идеальный двухатомный газ; разность его удельных теплоемкостей при постоянном давлении c_P и при постоянном объеме c_V равна 260 Дж/(кг К). Определить массу киломоля газа и его удельные теплоемкости c_P и c_V.

202. Найти удельные теплоемкости c_V и c_P некоторого газа, если известно, что молярная масса этого газа M = 0,03 кг/моль и отношение $c_P/c_V = 1{,}4$.

203. Определить удельные теплоемкости c_P и c_V для газа, состоящего по массе из 85% кислорода (O_2) и 15% озона (O_3). Молекулы (O_2) и (O_3) считать жесткими.

204. Чему равны удельные теплоемкости c_V и c_P некоторого двухатомного газа, если плотность этого газа при нормальных условиях равна 1,43 кг/м^3?

205. Найти удельную теплоемкость при постоянном давлении газовой смеси, состоящей из 3 кмоль аргона и 2 кмоль азота.

206. В сосуде объемом V = 6 л находится при нормальных условиях двухатомный газ. Определить теплоемкость этого газа c_V при постоянном объеме.

207. Смесь газа состоит из гелия и неона , взятых при одинаковых условиях и в равных объемах. Определить удельную теплоемкость c_p смеси.

208. Смесь газов состоит из 10 г гелия и 4 г водорода. Определить отношение c_p / c_v для данной смеси.

209. Удельная теплоемкость при постоянном объеме газовой смеси, состоящей из одного киломоля кислорода и нескольких киломолей аргона, равна 430 Дж/(кг К). Какая масса аргона находится в газовой смеси?

210. Один моль газа изобарически расширяется от объема V = 5 л до объема V = 10 л при давлении p = 202 кПа. Газ считается идеальным. Определить изменение внутренней энергии газа в этом процессе.

211. Один моль кислорода (O_2), находясь при температуре 300 К, при изотермическом расширении поглотил 100 Дж. Определить, во сколько раз увеличится объем газа.

212. Баллон содержит 220г углекислого газа (CO_2), под давлением $9 \cdot 10^5$ Па при температуре 288 К. Вследствие охлаждения давление упало до $8 \cdot 10^5$ Па. Газ считается идеальным. Определить, какое количество теплоты отдал газ.

213. 1м^3 водорода (H_2) при 273 К находится в цилиндрическом сосуде, закрытом сверху легко скользящим невесомым поршнем. Атмосферное давление равно $0{,}96 \cdot 10^5$ Па. Определить, какое количество теплоты потребуется на нагревание водорода до 573 К.

214. Баллон емкости V = 20,0 л с кислородом (O_2) при давлении p = 10^7 Па и температуре T = 270 К нагревается до T = 300 К. Какое количество теплоты при этом нагревает газ?

215. Какое количество тепла нужно сообщить 75 г водяных паров, чтобы нагреть их от 373 К до 623 К при постоянном объеме?

216. При изобарическом нагревании от 273 К до 373 К моль идеального газа поглощает 3,35 кДж тепла. Определить приращение внутренней энергии газа Δ U и работу A, совершаемую газом.

217. В результате изотермического (при T = 300 К) расширения 531 г азота (N_2) давление газа уменьшается от $2 \cdot 10^6$ до $2 \cdot 10^5$ Па. Определить работу A, совершаемую газом при расширении, и количество полученного газом тепла Q.

218. При адиабатическом сжатии кислорода (O_2) массой m = 20 г его внутренняя энергия увеличилась на Δ U = 8 кДж и температура повысилась до T_2 = 900 К. Определить повышение температуры Δ T и конечное давление газа P_2 ,если начальное давление P_1 = 200 кПа.

219. Из баллона, содержащего водород (H_2) под давлением $P_1 = 10^6$ Па при температуре T_1 = 300 К, выпустили половину находящегося в нем газа. Определить конечную температуру T_2 и давление P_2, считая процесс адиабатическим.

220. В ходе цикла Карно рабочее вещество получает от нагревателя количество теплоты Q_1 = 300 кДж. Температура нагревателя и холодильника равны соответственно T_1 = 450 К и T_2 = 280 К. Определить работу A, совершаемую рабочим веществом за цикл.

221. Газ совершает цикл Карно. Температура T_1 нагревателя в четыре раза выше температуры T_2 холодильника. Какую долю количества теплоты, получаемого за один цикл от нагревателя, газ отдает холодильнику?

222. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа A_1 = 5 Дж. Определить работу A_2 изотермического сжатия, если к.п.д. цикла равна 0,2.

223. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, 80% тепла, получаемого от нагревателя, передает холодильнику. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно 1,5 кДж. Определить к.п.д. цикла и работу, совершенную при полном цикле.

224. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, передает тепло от холодильника с водой при температуре 273 К кипятильнику с водой при температуре 373 К. Какую массу воды нужно заморозить в холодильнике, чтобы превратить в пар 1 кг воды в кипятильнике?

225. Газ, совершающий цикл Карно, 2/3 теплоты Q, полученной от нагревателя, отдает холодильнику. Температура охладителя T_2 = 280 К. Определить температуру T_1 нагревателя.

226. Газ совершает цикл Карно. При этом он получает теплоту Q_1 = 84 кДж. Определить работу A газа, если температура T_1 теплоотдатчика в три раза выше температуры T_2 теплоприемника.

227. Определить работу A_2 изотермического сжатия газа, совершающего цикл Карно, к.п.д. которого равно 0,4, если работа изотермического расширения равна A_1 = 8 Дж.

228. Идеальный газ, совершающий цикл Карно, получив от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 4{,}2$ кДж, совершил работу $A = 590$ Дж. Найти к.п.д. этого цикла. Во сколько раз температура T_1 нагревателя больше температуры T_2 охладителя?

229. Наименьший объем V_1 газа, совершающий цикл Карно, равен 153 л. Определить наибольший объем V_3, если объем V_2 в конце изотермического расширения и объем V_4 в конце изотермического сжатия соответственно 600 и 189 л.

230. В трех вершинах равностороннего треугольника со стороной $a = 20$см расположены два положительных и один отрицательный заряд одинаковой величины 2 мкКл. Определить напряженность результирующего поля в центре треугольника.

231. Два заряда $q_1 = 1$ нКл и $q_2 = -9$ нКл закреплены на расстоянии $l = 80$ см друг от друга. Определить положение точек на прямой, проходящей через заряды, в которой напряженность электрического поля равна нулю.

232. Заряды $q_1 = 2$ мкКл и $q_2 = 4$ мкКл расположены на расстоянии $a = 10$см друг от друга. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной от зарядов на одно и тоже расстояние $b = 8$см.

233. Заряженный шарик массой $m = 5$ г подвешен на непроводящей нити с вертикально расположенной бесконечной равномерно заряженной плоскости равной 3 мкКл/м^2. Определить заряд шарика, если нить отклонилась на угол в 30° от вертикали.

234. Точечный заряд $q = -2$ нКл расположен на расстоянии $a = 6$см от бесконечной заряженной плоскости равной 100 нКл/м^2. Определить напряженность электрического поля в точке, удаленной на 3 см от плоскости и на 5 см от заряда.

235. Два маленьких шарика с одинаковыми зарядами подвешены на нитях одной и той же длины закрепленных в одной точке. В воздухе нити расходятся на угол равный 90°, а в жидком диэлектрике - на угол равный 60°. Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика (выталкивающей силой пренебречь).

236. В центре правильного треугольника, вершины которого заняты точечными зарядами q, расположен отрицательный заряд (- Q). При какой величине заряда Q система будет находиться в состоянии равновесия?

237. В вершинах квадрата со стороной 20 см расположены один отрицательный и три положительных точечных заряда одинаковой величины $q = 10$ мкКл. Определить силу, действующую на каждый из зарядов.

238. Две бесконечных параллельных равномерно заряженных нити с линейными плотностями заряда $\tau_1 = 5$ нКл/м и $\tau_2 = 5$ нКл/м расположены на расстоянии $d = 10$см друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на расстояние $a = 8$ см от первой нити и $b = 6$ см от второй.

239. Тонкий стержень длиной $l = 10$см несет равномерно распределенный заряд $q = 1$ мкКл. Определить напряженность электрического поля в точке, лежащей на продолжении стержня и удаленной от его ближайшего конца на расстояние $2\,l$.

240. Две параллельных равномерно заряженных бесконечных плоскости с плотностями заряда $\sigma_1 = 1$ нКл/м^2 и $\sigma_2 = -3$ нКл/м^2 расположены на расстоянии $d = 3$ см друг от друга. Определить работу сил электрического поля по переносу заряда $q = 35{,}4$ мкКл с первой плоскости на вторую.

241. Три одинаковых точечных заряда $q = -2$ нКл закреплены в трех вершинах квадрата со стороной $a = 10$см. Определить потенциал электрического поля в четвертой вершине. Найти работу сил поля по перемещению заряда $Q = 1$ нКл из этой вершины в центр квадрата.

242. В вершинах правильного шестиугольника со стороной $a = 5$см расположены одинаковые точечные заряды $q = 6{,}6$ нКл. Определить работу сил электрического поля по переносу заряда $Q = 3{,}3$ нКл из центра шестиугольника в середину одной из его сторон.

243. Тонкое кольцо радиусом $R = 5$см равномерно заряжено зарядом $q = 50$ нКл. Определить потенциал электрического поля в точке на оси кольца, удаленной от его центра на расстояние $r = 10$см.

244. Электрон движется в направлении отрицательного точечного заряда $q = -2 \cdot 10^{-15}$ Кл. На расстоянии $r_1 = 1$ м от него он имел скорость $V_1 = 100$ км/с. Определить скорость электрона на расстоянии $r_2 = 50$ см от заряда.

245. Положительный точечный заряд $q = 2$ нКл, расположенный на расстоянии 5 см от бесконечной равномерно заряженной плоскости ($\sigma = 1$ мкКл/м^2), начинает движение с нулевой начальной скоростью. Какую скорость приобретет заряд, удалившись от плоскости на один метр?

246. Электрон с кинетической энергией 200 эВ влетает в однородное электрическое поле ($E = 0{,}5$ кВ/м) в направлении, противоположном

направлению силовых линий. Определить кинетическую энергию электрона (в «эВ») после того, как он пройдет в этом поле 20 см.

247. Электрон с энергией W_k = 50 эВ на бесконечности движется в направлении центра металлической сферы радиусом R = 5 см, несущей заряд q = - 1 нКл. Определить минимальное расстояние, на которое электрон приблизится к поверхности сферы.

248. Ион атома кальция Ca^{++} прошел ускоряющую разность потенциалов u_1=100В, ион атома калия K^+ - разность потенциалов u_2 =200В. Определить отношение скоростей этих ионов.

249. Электрон, расположенный на расстоянии r_1 =5см от бесконечной равномерно заряженной нити (τ = - 0,1нКл/м), начинает движение с нулевой начальной скоростью. Определить скорость электрона на расстоянии r_2 = 50см от нити.

250. Два проводящих шарика радиусом R_1 = 2см и R_2 = 10см, заряженные до потенциалов u_1 = 100В и u_2 = 300В соответственно, находятся на расстоянии r = 10м друг от друга. С помощью металлической проволоки их соединяют между собой. Определить силу взаимодействия шариков до и после соединения.

251. Три металлических шарика радиусами R_1 = 2см, R_2 = 4см и R_3 = 6см заряжены до потенциалов u_1 = 400В, u_2 = 300В и u_3 = 100В. Определить потенциалы и заряды шаров после их соединения с помощью металлического провода.

252. Три конденсатора емкостями C_1 = 1нФ, C_2 = 2нФ и C_3 = 4нФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения U = 42В. Определить заряд и напряжение на каждом конденсаторе.

253. Пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено 2-мя слоями диэлектрика: слюды (ε_1 = 6) толщиной d_1 = 2мм и парафина (ε_2 = = 2) толщиной d_2 = 4мм. Напряжение на обкладках U = 160В. Определить напряженность электрического поля и падение напряжения в каждом из слоев.

254. Воздушный конденсатор, заряженный до напряжения U_1 = 12В, подсоединяют параллельно другому незаряженному конденсатору таких же размеров и формы, но заполненному диэлектриком. Определить диэлектрическую проницаемость диэлектрика, если после соединения конденсаторов напряжение уменьшается на величину ΔU = 8В.

255. Два одинаковых воздушных конденсатора, соединенных последовательно, подключены к источнику напряжения U = 24В.
На сколько изменится напряжение на них, если пространство между обкладками одного из конденсатора заполнить парафином (ε = 2)?

256. Расстояние между обкладками плоского заряженного конденсатора (не соединенного с источником напряжения) увеличивается в 2 раза. Во сколько раз при этом изменится энергия электрического поля и объемная плотность этой энергии?

257. Плоский воздушный конденсатор емкостью C_0 = 1мкФ заряжен до напряжения U_0 = 10В и отключен от источника тока. Определить работу, необходимую для увеличения расстояния между его пластинами в 2 раза.

258. Определить силу взаимодействия пластин и объемную плотность энергии электрического поля плоского воздушного конденсатора, заряженного до напряжения U = 500В. Площадь пластин конденсатора S = 100см^2, расстояние между ними d = 3мм.

259. Внутри плоского конденсатора, заряженного до напряжения U = 100В и отключенного от источника тока, находится пластина с ε = 5 толщиной d_1 = 2мм. Определить работу, необходимую для удаления пластины из конденсатора. Площадь обкладок конденсатора S = 200см^2, расстояние между ними d = 5мм.

260. В цепи, изображенной на рис. 7 , найти токи в каждой ветви, если ЭДС источников тока равны $\mathcal{E}_1$ = 1,5В; $\mathcal{E}_2$ = 3В; $\mathcal{E}_3$ = 6В, и сопротивления: R_1 = 2 Ом; R_2 = 4 Ом; R_3 = 2 Ом. Внутренним сопротивлением источников тока пренебречь.

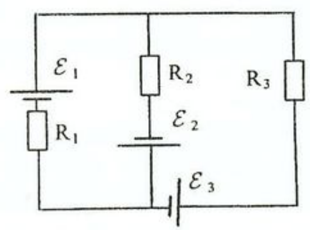


рис.7

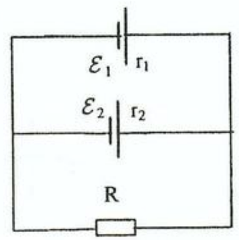


рис.8

261. Два источника тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$ = 2В, $\mathcal{E}_2$ = 3В, и внутренним сопротивлением r_1 = 2 Ом, r_2 = 1 Ом соединены с сопротивлением R = 10 Ом, как показано на рис. 8. Чему равен ток через сопротивление R ?

262. Элементы цепи, схемы которых изображены на рис. 9, имеют следующие значения: $\mathcal{E}_1$ = 2В; $\mathcal{E}_2$ =2,2В; R_1 = 1,5кОм, R_2 = 2,2кОм. Определить показание вольтметра, если его сопротивление R_v = 2кОм. Внутренним сопротивлением источников напряжений пренебречь.

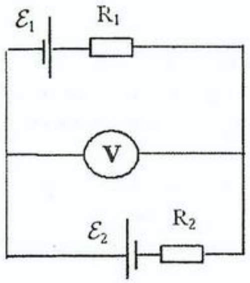


рис.9

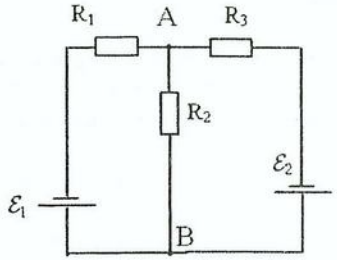


рис.10

263. Определить силу тока в сопротивлении R_3 и напряжение на его концах, если $\mathcal{E}_1$ = 5В, $\mathcal{E}_2$ = 4В, R_1 = 4Ом, R_2 = 8 Ом, R_3 =2 Ом. Внутренним сопротивлением источников пренебречь (рис. 10).

264. Элементы цепи, схема которой изображена на рис. 11, имеют следующие значения: $\mathcal{E}_1$ = 4В, $\mathcal{E}_2$ = 6В, $r_1 = r_2$ = 1 Ом. $R_1 = R_2 = R_3$ = 5 Ом. Определить ток, протекающий через сопротивление R_3.

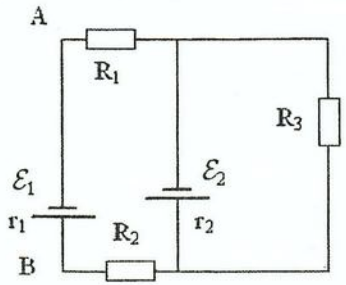


рис. 11

265.Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме на рис. 10, если $\mathcal{E}_1$ = 8В, $\mathcal{E}_2$ = 6В, R_1 = 4 Ом, R_2 = 6 Ом, R_3 = 8 Ом. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

266. Определить разность потенциалов между точками A и B в схеме на рис.11, если $\mathcal{E}_1$ = 4В, $\mathcal{E}_2$ = 6В, $R_1 = R_2 = R_3$ = 5 Ом. Внутреннее сопротивление батареи $r_1 = r_2$ = 1 Ом.

267. Три источника тока с ЭДС $\mathcal{E}_1$ = 11В, $\mathcal{E}_2$ = 4В, $\mathcal{E}_3$ = 6В и три сопротивления R_1 = 5 Ом, R_2 = 10 Ом, R_3 = 2 Ом соединены, как показано на рис.12. Определить силу тока в каждом сопротивлении. Внутренним сопротивлением батареи пренебречь.

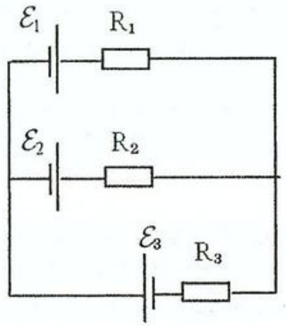


рис. 12

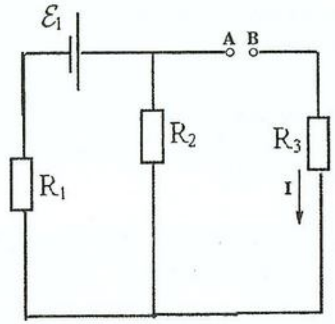


рис. 13

268. Три сопротивления R_1 = 5 Ом, R_2 = 1 Ом, R_3 = 3 Ом, а так же источника тока ЭДС $\mathcal{E}_1$ = 1,4В соединены, как показано на рис. 13. Определить ЭДС $\mathcal{E}_2$ источника тока, который надо подключить в цепь между точками A и B, чтобы в сопротивлении R_3 шел ток силой I = 1А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.

269. Три батареи с ЭДС $\mathcal{E}_1$ = 12В, $\mathcal{E}_2$ = 5В, $\mathcal{E}_3$ = 10В с одинаковыми внутренними сопротивлениями r = 1 Ом соединены параллельно одинаковыми полюсами. Определить ток в каждой батарее и напряжение на их зажимах.

270. Сила тока в проводнике сопротивлением R = 10 Ом равномерно убывает от значения I_1 = 10А до I_2 = 0А в течение времени Δt =10с. Определить количество выделившегося в проводнике тепла.

271. ЭДС батареи $\mathcal{E}$ = 80В, внутреннее сопротивление r = 5 Ом. Внешняя цепь потребляет мощность P = 0,1кВт. Определить силу тока в цепи, напряжение, под которым находится внешняя цепь и ее сопротивление.

272. ЭДС батареи $\mathcal{E}_2$ = 24В. Наибольшая сила тока, которую она может дать $I_{мах}$ = 10А. Определить максимальную мощность, которая может выделяться во внешней цепи.

273. В проводнике с сопротивлением R = 10 Ом течет синусоидальный ток с амплитудой I_0 = 2А и частотой ν = 50 c^{-1} ($I = I_0 \sin(2\pi\nu\ t)$). Определить количество теплоты, выделяющееся в проводнике за время, равное трем периодам колебаний.

274. При силе тока I_1 = 3А во внешней цепи батарей аккумуляторов выделяется мощность P_1 = 18 кВт, при силе тока I_2 = 1А – соответственно P_2 = 10кВт. Определить ЭДС $\mathcal{E}$ и внутреннее сопротивление r батареи.

275. В проводнике за время Δt = 5 с при равномерном возрастании тока от I_1 = 0 до I_2 = 1А выделилось Q = 1 кДж теплоты. Найти сопротивление R проводника.

276. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$ и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R . Наибольшая мощность во внешней цепи равна 9Вт. Сила тока, текущего при этих условиях по цепи, равна 3 А. Найти $\mathcal{E}$ и r.

277. ЭДС батареи $\mathcal{E}$=12 В. При силе тока I =4 А к.п.д. батареи η=0,6. Определить внутреннее сопротивление батареи.

278. Источник тока с ЭДС $\mathcal{E}$=240 В и внутренним сопротивлением r =1 Ом замкнут на внешнее сопротивление R=25 Ом. Определить мощность, выделяемую во внешней цепи, и к.п.д. батареи.

279. ЭДС батареи $\mathcal{E}$=20 В. При внешнем сопротивлении R_1 =2 Ом сила тока в цепи I_1 = 4 А. Определить к.п.д. батареи. При каком значении внешнего сопротивления R_2 к.п.д. будет равен 0,99?