

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова

С. Б. Чернова, Д. Н. Старченко

Информатика
Программирование в среде PascalABC.NET

Лабораторный практикум

Белгород
2015

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Белгородский государственный технологический университет
им. В. Г. Шухова

С.Б. Чернова, Д.Н. Старченко

Информатика
Программирование в среде PascalABC.NET

Лабораторный практикум

*Утверждено ученым советом университета в качестве методического пособия для
студентов всех направлений бакалавриата*

Белгород
2015

УДК 004 (07)
ББК 32.973.26-018.2
Ч19

Рецензенты:

Канд. физ.-мат. наук, доц. Научно-исследовательского института Белгородский государственный университет М.И. Абрамова

Канд. техн. наук, доц. Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова Е.Н. Коробкова

Ч19 **Чернова С.Б.** Информатика. Программирование в среде PascalABC.NET: методическое пособие. Чернова С.Б., Старченко Д.Н. – Белгород: Изд-во БГТУ, 2015.– 90 с

Методическое пособие подготовлено в соответствии с рабочей программой дисциплины “Информатика”, требованиями государственного образовательного стандарта. Данное методическое пособие содержит теоретический материал по алгоритмизации вычислительных процессов, описание среды программирования PascalABC.NET, задания к выполнению лабораторных работ, а также практических задания для их защиты

Издание предназначено для студентов всех направлений бакалавриата.

УДК 004(07)
ББК 32.973.26-018.2

©Белгородский государственный
технологический университет
(БГТУ) им. В. Г. Шухова, 2015

Содержание

Введение	4
Лабораторная работа № 1 Интегрированная среда PascalABC.NET.....	5
Лабораторная работа № 2 Программирование алгоритмов линейной структуры. Ввод и вывод информации.....	16
Лабораторная работа № 3 Программирование формул с разветвленной структурой. Вывод результатов на печать.....	24
Лабораторная работа № 4 Логические выражения. Программирование формул, связанных с геометрическими объектами	38
Лабораторная работа № 5 Одномерные массивы. Циклы с заданным числом повторений	50
Лабораторная работа № 6 Обработка таблиц. Вложенные циклы	59
Лабораторная работа № 7 Программирование алгоритмов итерационной циклической структуры.....	68
Лабораторная работа № 8 Решение нелинейных уравнений методом бисекций и методом Ньютона.....	78
Лабораторная работа № 9 Численное интегрирование	81
Заключение.....	87
Библиографический список	88

Введение

PascalABC.NET — это язык программирования Паскаль нового поколения, включающий классический Паскаль, большинство возможностей языка Delphi, а также ряд собственных расширений. Он реализован на платформе Microsoft.NET

Система **PascalABC.NET** разработана на факультете математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета, активно развивается и используется для обучения студентов в курсе Основы программирования.

Ключевыми особенностями PascalABC.NET являются:

1. Высокая совместимость с Borland Pascal 7.0 и Delphi.
2. Генерация кода для платформы .NET.
3. Возможность доступа к огромному количеству .NET-библиотек от контейнерных классов до средств работы с сетью.
4. Самые современные средства языков программирования: обобщенные классы и подпрограммы, интерфейсы, перегрузка операций, исключения, сборка мусора.
5. Среда разработки с встроенным отладчиком, обеспечивающая подсказки по коду, переход к определению и реализации подпрограммы, шаблоны кода, автоформатирование кода.
6. Простая и эффективная растровая графическая библиотека.
7. Встроенный электронный задачник Programming Taskbook.

Методическое пособие содержит лабораторные работы, в которых рассматриваются алгоритмы линейной, ветвящейся и циклической структуры, с примерами описания этих алгоритмов на языке **PascalABC.NET**. Практикум содержит краткие теоретические сведения о языке программирования, а также задания для практических защит лабораторных работ. Две последние работы посвящены практическому приложению алгоритмизации вычислительных процессов и рассматривают решение нелинейных уравнений и численное интегрирование.

Лабораторная работа № 1

Интегрированная среда PascalABC.NET

Цель работы: приобрести навыки работы в системе программирования на примере интегрированной среды PascalABC.NET.

Основные понятия

Этапы подготовки и решения задач на компьютере

Практика программирования показывает, что решение прикладных, инженерных, экономических и научных задач на ЭВМ сложный и трудоемкий процесс, состоящий из следующих этапов (Рис. 1.1).

1. **Постановка задачи** состоит в четком изложении условия задачи и определении подзадач.

2. **Физический и математический анализ.** Анализируется, существует ли вообще решение данной задачи и единственно ли оно. Подбирается математический аппарат, и строится математическая модель для решения задачи. Выбирается метод или методика решения (составляются формулы, определяются правила, связывающие эти формулы).

3. **Этап алгоритмизации.** На основании выбранного метода и конкретных методик с учетом возможностей ПК разрабатывается алгоритм и строится его схема. Этот этап заключается в разложении вычислительного процесса на возможные составные части, описании содержания каждой такой части, установлении порядка их следования, которые определяют структуру программы, т. е. разрабатывается укрупнённый алгоритм решения задачи и проверяется возможность реализации выбранного метода. Подобное расчленение алгоритма на составные части называется **структуризацией**.

4. **Этап программирования.** Выбирается язык и (или) система программирования, и в соответствии с алгоритмом разрабатывается программа на конкретном языке программирования.

5. **Отладка программы и тестирование.** Отладка программы состоит в обнаружении и исправлении ошибок, допущенных на всех этапах проектирования программы. Синтаксические ошибки обнаруживаются компилятором, который выдаёт сообщение об ошибке и её месте (в основном это ошибки в написании операторов) при компиляции. Алгоритмические ошибки или смысловые обнаруживаются в результате тестирования.

6. **Решение** задач на компьютере.

7. **Обработка результатов** решения задач. Производится анализ результатов, строятся таблицы, графики, делаются выводы.

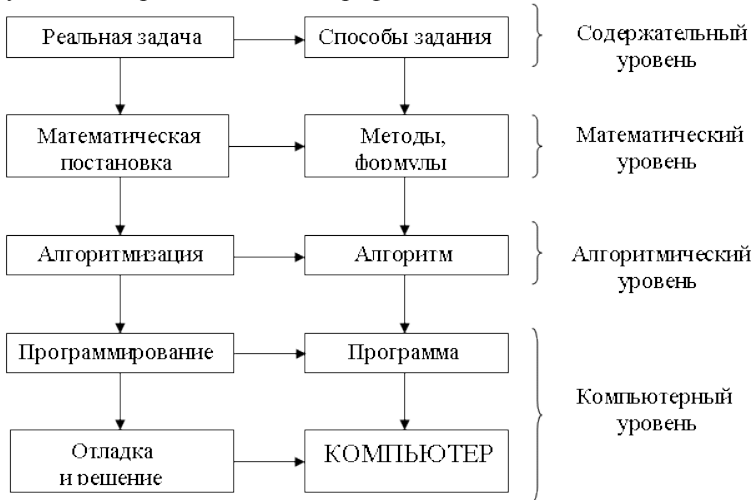


Рис.1.1. Наглядная схема решения задачи

Рассмотрим этапы программирования, отладки и решения задач в интегрированной среде Pascal ABC.NET

Интерфейс среды Pascal ABC.NET и работа с файлами

Окно приложения Pascal ABC.NET состоит из следующих частей:

- главное меню;
- панель инструментов;
- текстовый редактор;
- нижняя панель.

После входа в среду в верхней строке экрана появляется главное меню состоящее из следующих разделов (рис 1.2):

1. **Файл** – работа с файлами и выход из системы.
2. **Правка** – операции редактора текстов и поиска.
3. **Вид** – работа с окнами в системе.
4. **Программа** – выполнение и отладка программы.
5. **Сервис** – вызов вспомогательных функций.
6. **Модули** – сообщение об ошибке.
7. **Помощь** – обращение к справочнику

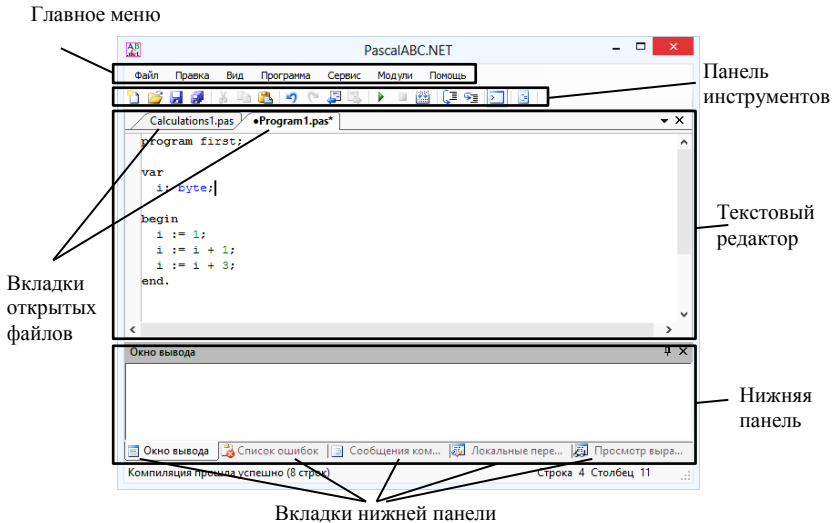




Рис.1.2. Интерфейс среды Pascal ABC.Net

Выбор раздела главного меню может быть осуществлен либо указателем мыши, либо нажатием клавиши *F10* и перемещением по разделам с помощью горизонтальных стрелок на клавиатуре ПК. Выбор раздела так же может быть ускорен одновременным нажатием клавиш *Alt* и первой буквы выбранного пункта. Например, одновременное нажатие *Alt-Ф* приводит к тому же результату, что и последовательное нажатие *F10* и *Файл*. В случае ошибочного выбора опции для возвращения на высший уровень меню необходимо нажать клавишу *Esc* или кнопку *Отмена*.

Для создания новой программы можно в меню **Файл** выбрать подменю **Новый** и набрать текст программы. Это же можно сделать с помощью одновременно нажатых клавиш *Ctrl-N*.

Введенный текст можно сохранить на диск достаточно нажать клавиши *Ctrl-S*, обратиться к разделу меню **Файл** и опции **Сохранить** или нажать значок дискеты  на панели инструментов.

Одним из способов загрузки файлов является выбор раздела **Файл** (рис.1.3) и затем опции **Открыть** (или оперативных клавиш *Ctrl-O*). После этих действий на экране появляется диалоговое окно, в котором выбрать открываемый файл и нажать клавишу *Enter*. Также файл можно открыть с помощью панели инструментов, нажав на соответствующий значок .

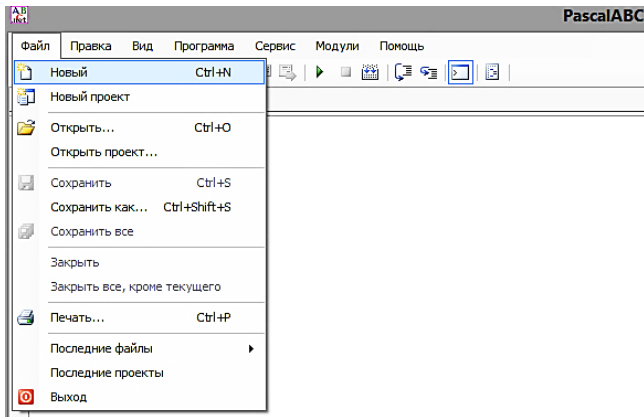


Рис.1.3. Меню Файл

Текстовый редактор

Исходный модуль – это текст программы, записанный на языке высокого уровня, в данном случае это одна из версий языка Pascal.

Для создания и редактирования текстов программ предназначен *текстовый редактор* системы Pascal ABC. Режим редактирования автоматически устанавливается сразу после загрузки PascalABC: в окне редактора появляется курсор.

Все команды редактора условно можно разделить на команды перемещения курсора, команды удаления/вставки, команды работы с выделенными блоками.

Среди команд перемещения курсора наиболее часто используются следующие:

- на страницу вверх – *Pg Up*
- в начало текущей строки – *Home*
- на страницу вниз – *Pg Dn*
- в конец текущей строки – *End*
- в начало программы – *Ctrl-HOME*
- в конец программы – *Ctrl-END*

Команды удаления и вставки:

- включить (отключить) режим вставки – *INS*
- стереть символ слева от курсора – *Backspace*
- стереть символ справа от курсора или выделенный фрагмент – *Del*
- удалить строку, на которой располагается курсор – *Ctrl-Y*
- удалить слово справа от курсора – *Ctrl-*
- вставить новую строку – *Enter*

удалить выбранный текст из окна и не помещать его в буфер обмена – *Ctrl-Del* копирует выбранный текст в буфер обмена – *Ctrl-Ins* или *Ctrl-C* помещает выбранный текст в буфер обмена и удаляет его из окна – *Shift-Del* или *Ctrl-X*

помещает текст из буфера в активное окно – *Shift-Ins* или *Ctrl-V*

Для выделения текста блока применяются следующие команды:

выделить фрагмент текста – *Shift* - <стрелки>

выделить всё – *Ctrl-A*

Редактор позволяет также обрабатывать выделенные фрагменты текста. Выделение текста выполняется обычными средствами: “мышью” или клавишами *Shift* со стрелками. Команды редактора находятся в меню **Правка** (рис.1.4).

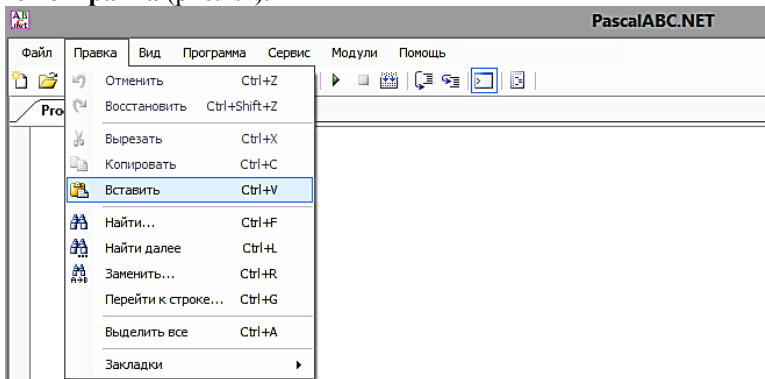


Рис.1.4. Меню Правка

Правила оформления программ

Набор текста программы производится с клавиатуры. После заполнения очередной строки следует нажать на клавишу <Enter>, чтобы перевести курсор на следующую строку.

Каждое предложение программы рекомендуется начинать с новой строки. Предложение в языке Паскаль может начинаться с любой позиции строки, однако при наборе программы следует придерживаться следующих правил:

Признаком хорошего стиля программирования является применение отступов в строках при оформлении текстов программ, поскольку они делают программу более наглядной (см. Program Primer3 в лабораторной работе №3).

Так, объявления (const, type, var и т.п.) и слова begin - end, определяющие тело главной программы, выравниваются по левому краю тек-

ста. Все предложения внутри любой пары операторных скобок `begin` - `end` записываются с отступом на определенное число позиций по отношению к первой букве слова `begin` (`end`).

В среде `PascalABC.NET` возможно автоматическое форматирование текста программы, после которого код принимает читаемый вид. Для автоматического форматирования необходимо выбрать раздел меню **Сервис**, и активировать опцию **Форматировать код** или нажать комбинацию клавиш *Ctrl-Shift-F*.

Кроме того, сделать программу более наглядной позволяет включение в ее текст комментариев, которые заключаются в фигурные скобки или комбинацию символов из открывающейся и закрывающейся скобок и символов звёздочек. Пример: «(* комментарий *)». Комментарии рекомендуется помещать в начало программы и в начало крупной программной единицы (подпрограммы, вложенных циклов и т.п.) и выделять пустыми строками или особо важные заключать в рамку.

Во время компиляции текст комментариев игнорируется, поэтому заключение строки программы в фигурные скобки исключает данную строку из конечной программы. Но, при необходимости, позволяет быстро её вернуть в работу, убрав фигурные скобки.

Компиляция и исправление синтаксических ошибок

После подготовки текста программы необходимо ее откомпилировать, связать с библиотекой стандартных процедур и функций, загрузить в оперативную память и передать ей управление.

Компиляция – это трансляция программы, записанной на исходном языке, в объектный модуль.

В среде `PascalABC.NET` программное средство, выполняющее компиляцию программы, называется **Компилятор**

Этап компиляции также позволяет определить наличие или отсутствие синтаксических ошибок в программе. При их обнаружении среда автоматически загружает в окно редактора исходный файл и помещает курсор в ту строку программы, при компиляции которой найдена ошибка (рис. 1.5).

Во многих случаях такие ошибки возникают из-за неправильного набора текста на клавиатуре, пропуска запятых, двоеточий и т.п. Найденная ошибка исправляется программистом, и производится повторная компиляция программы.

После удачной компиляции, в работу вступает Редактор связей.

Редактор связей – программа, предназначенная для создания исполняемого `exe`-файла программы из одного или более независимо транслируемых объектных или загрузочных модулей.

По умолчанию, в среде PascalABC.NET, исполняемый exe-файл удаляется после его выполнения. Для того, чтобы сохранить исполняемый файл после «прогона» программы, необходимо вызвать окно **Настройки**, с помощью меню **Сервис**, а затем в разделе опции компиляции снять галочку с пункта «Удалять EXE-файл после выполнения». Данный файл впоследствии можно использовать для решения прикладных задач автономно, без установки на компьютер среды PascalABC.NET

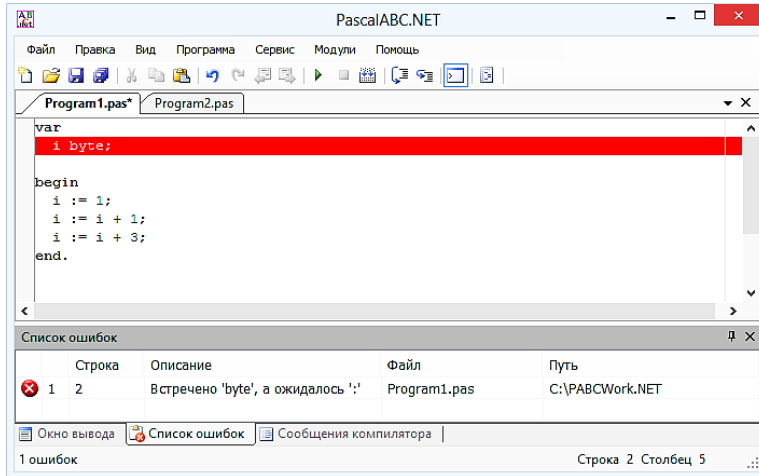


Рис.1. 5. Ошибка выявленная в результате компиляции

Компиляция, связь с библиотекой стандартных процедур и функций, загрузка в оперативную память и передача ей управление называется *исполнением программы* и реализуется в разделе **Программа** командой **Выполнить** (F9). Вызов команды **Выполнить** приводит к компиляции и исполнению программного модуля, находящегося непосредственно в редакционном окне (рис. 1.6).

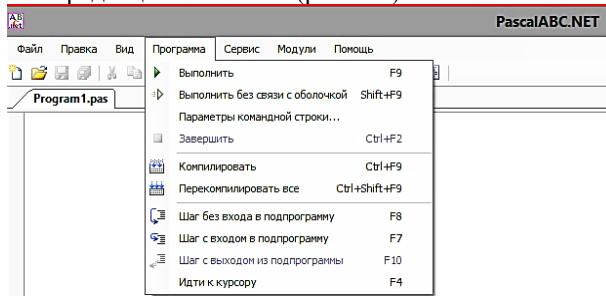


Рис.1. 6. Меню Программа

Отладка программы

Отладка – это процесс поиска и исправления ошибок в тексте программы, препятствующих её корректной работе.

Основной формой контроля правильности выполнения программы является получение и анализ промежуточных тестовых результатов. Встроенный *Отладчик* Паскаля позволяет легко выполнять программы по шагам, проверяя и модифицируя при этом переменные и ячейки памяти, устанавливая точки останов и прерывая выполнение программы с помощью специальных клавиш (Ctrl + Break). Нажатие на клавишу F1 выводит подробные сообщения с описанием опций и пунктов меню, поэтому приведём только общие сведения.

Без достаточного опыта отладки можно пользоваться одной клавишей F8 (шаг без входа в подпрограмму), после нажатия которой среда осуществит компиляцию, компоновку (связь с библиотекой стандартных процедур и функций) и загрузку программы, а затем остановит выполнение («прогон» программы) перед исполнением первого оператора, т.е. указатель остановится на слове *Begin*, открывающем раздел операторов основной программы. Строка будет выделена цветом (рис. 1.6). Теперь каждое следующее нажатие клавиши F8 будет вызывать исполнение операторов, запрограммированных в текущей строке, и смещение указателя к следующей строке текста программы.

В дальнейшем возможно использование клавиши F7 вместо клавиши F8. Отличие заключается в способе выполнения функций и подпрограмм. Клавиша F8 выполняет подпрограмму целиком, как один оператор, а клавиша F7 перемещает курсор внутрь текста подпрограммы и выполняет все её внутренние операторы пошагово.

Если возникла необходимость «прогнать» некоторую часть программы и остановить её выполнение в определённой строке, например, если известно что в «прогоняемой» части нет ошибок, тогда используют клавишу F4. В этом случае помещают курсор в строку, в которой необходимо остановить выполнение программы и нажимают клавишу F4. Все операторы находящиеся до курсора выполняются безостановочно, а на строке, в которой расположен курсор выполнение программы останавливается и возможно проверить правильность её выполнения.

В подозрительном (с точки зрения возможных ошибок) месте текста программы можно посмотреть значения любых переменных или выражений. Для этого, в меню **Вид** необходимо выбрать опцию **Локальные переменные**, после чего в нижней панели отобразится соответствующая вкладка (рис. 1.7).

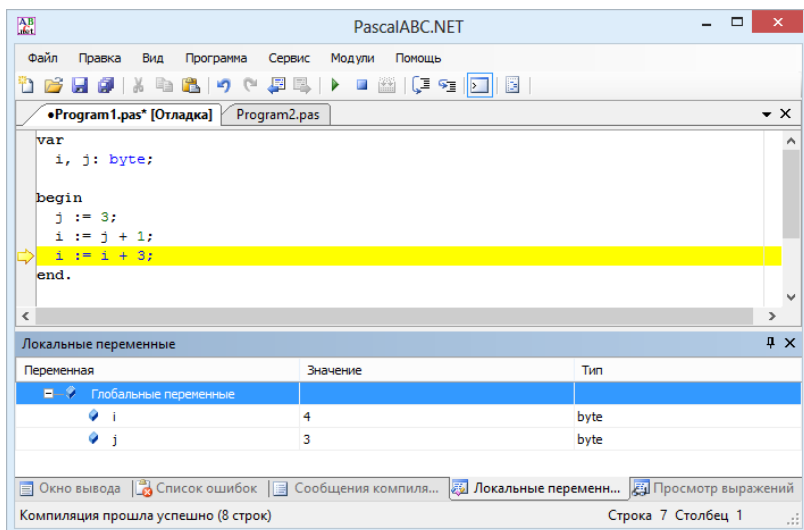


Рис.1. 7. Пошаговое выполнение программы с отслеживанием значений переменных

Для просмотра при «прогоне» программы сложных выражений, в которые входят сразу несколько значений переменных необходимо активизировать окно **Просмотр выражений** в разделе меню **Вид**. Добавление выражения для наблюдения осуществляется с помощью двойного клика курсором в первой свободной строке вкладки **Просмотр выражений** нижней панели, введения выражения и нажатия клавиши *Enter*. Для удаления выражения необходимо активировать строку с его значением и нажать клавишу *Delete*.

Тестирование программы

Если в программе нет синтаксических ошибок, то далее производится тестирование программы. *Тестирование* включает подготовку тестов (специальным образом подобранных наборов входных данных, для которых заранее просчитан результат), его прогон и сравнение полученных результатов с эталонными (тестовыми). Число тестовых наборов должно быть достаточным для слежения за ходом выполнения программы по всем ее ветвям и проверки свойств, характеристик и функций (спецификаций) проектируемой программы. Кроме того, необходимы наборы, контролирующие допустимые значения для исходных данных и предельные значения для результатов.

Задание к лабораторной работе

1. Запустите загрузочный файл PascalABC.
2. Ознакомьтесь с видом основного экрана PascalABC. В отчете зарисуйте схему экрана.
3. Отработайте вызов меню различными способами
 - а) *F10, Enter*;
 - б) *Alt* – первая буква пункта меню.
4. Наберите текст программы, указав в треугольных скобках собственную группу.


```
Program lab1;
begin
  writeln('<>');
end.
```
5. Скопируйте строку `writeln('<>');`, используя оперативные клавиши. Вставьте в программу и уже в треугольных скобках укажите собственную фамилию, имя, отчество.
6. Отправьте файл на выполнение *F10, Программа, Выполнить* (или *F9*). Просмотрите результат работы программы в Окне вывода, которое расположено ниже Окна ввода.
7. Допишите в предпоследней строке программы оператор `readln;` (перед строкой «end.»)
8. Сохраните файл под именем Lab_1.pas, используя оперативные клавиши. Либо через *F10, Enter, Сохранить*, либо *Ctrl-S*.
9. Сохраните файл повторно под именем Lab_2.pas, используя оперативные клавиши. Либо через *F10, Enter, Сохранить как*, либо *Ctrl-Shift-S*.
10. Скомпилируйте исходный текст программы с помощью клавиш *Ctrl+F9*.
11. Выйдите из среды PascalABC, найдите на диске файлы Lab_1.pas, Lab_2.pas и Lab_2.exe. Занесите в отчёт полный путь к данным файлам и их размеры.
12. Запустите файл программы Lab_2.exe. Занесите в отчёт результат работы программы.
13. Загрузите оболочку PascalABC.
14. Откройте в первом окне файл Lab_1.pas, а во втором окне Lab_2.pas, используя либо *F10, Enter, Открыть*, либо *Ctrl-O*.
15. Перейдите в первое окно, используя **Панель инструментов** под строкой главного меню.

16. Наберите строку `writeln('Выполнил(a)');`. Скопируйте строку в буфер, используя функции **Панели инструментов**.
17. Перейдите во второе окно, вставьте из буфера строку, используя **Панель инструментов**.
18. Закройте поочередно окна, используя функции раздела **Файл**.
19. Создайте новое окно, используя оперативные клавиши (*Ctrl-N*).
20. Наберите текст программы:

```
program lab1;
var i, k: byte;
begin
  k := 3;
  i := k+5;
  i := i+1;
end.
```
21. Выполните программу пошагово. Отследите изменения значений переменной *i* во вкладке **Локальные переменные**. Занесите в отчёт значение всех переменных на каждом из трёх шагов выполнения программы.

Содержание отчета:

1. Схема основного экрана PascalABC;
2. Содержание окна вывода, после выполнения пункта 6 задания к работе;
3. Полный путь и размеры файлов Lab_1.pas, Lab_2.pas и Lab_2.exe;
4. Значение переменных *i* и *k* на каждом из трёх шагов выполнения программы (пункты 20 и 21 задания к работе)

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте определение PascalABC.
2. Какую функцию выполняет отладчик?
3. Кратко перечислите основные функции разделов главного меню.
4. Перечислите команды пункта меню Файл и опишите функции, которые они выполняют.
5. В каком пункте главного меню можно найти команды текстового редактора?
6. Существует ли буфер обмена в среде PascalABC?
7. Какие операции можно выполнять с буфером обмена?

8. Перечислите этапы подготовки и решения задачи.
9. Дайте определение редактору связей.
10. Дайте определение отладки.
11. Укажите функции клавиш *Ctrl-N*, *Ctrl-O*, *Ctrl-S*?
12. Укажите функции клавиш *Ctrl-Del*, *Ctrl- Ins*, *Shift-Del*, *Shift- Ins*?
13. Укажите функции клавиш *F7*, *F8*, *F9*?
14. С помощью какой команды можно выделить весь текст в окне?
15. Нарисуйте схему решения задачи с названиями уровней.

Лабораторная работа № 2

Программирование алгоритмов линейной структуры. Ввод и вывод информации

Цель работы: освоение записи арифметических выражений в Паскале; ознакомление с вводом и выводом информации и со встроенным отладчиком Турбо Паскаля.

Основные понятия

Программа – это запись последовательности действий, которые необходимо выполнить компьютеру. Оператор в программе – это единое неделимое предложение, выполняющее какое-либо действие. Простейшим и основным оператором является оператор присваивания, который имеет вид

$$a:=s;$$

где a – переменная; s – выражение; $:=$ - знак присваивания.

В результате выполнения этого оператора вычисляется выражение s и результат присваивается переменной a . Например, при выполнении оператора $x := x + h$; значение x увеличивается на величину h . Существенно, что s и a должны быть одного и того же типа (исключение сделано только для присваивания вещественному типу значений целого типа). Два последовательных оператора должны разделять точкой с запятой «;».

Арифметическое выражение имеет тот же смысл, что и в математике. Арифметические операции обозначаются символами: «+» (сложение), «-» (вычитание), «*» (умножение), «/» (деление). Для задания порядка выполнения операций можно использовать только круглые скобки «(», «)». При этом вначале вычисляются функции (аргумент обязательно записывается в скобках), затем выражения в скобках. Арифметические операции имеют такое старшинство: «*» и «/», потом «+» и «-».

Следует отметить, что Паскаль является типизированным языком. Тип данных задает то множество значений, которые могут принимать данные рассматриваемого типа. Задание определенного типа данных устанавливает также ограниченный набор операций, которые могут выполняться над этими данными. Например, при выполнении операции деления «/» результат будет всегда вещественным, независимо от типов делителя и делимого. Для получения целочисленных значений при делении целых чисел предусмотрены операции `div` и `mod`, например: $13 \text{ div } 4 = 3$ (целая часть результата), $13 \text{ mod } 4 = 1$ (остаток от деления). В свою очередь, эти операции не могут применяться к вещественным числам типа `Real`. Типизация данных означает их специализацию, а это, с одной стороны облегчает выполнение операций над ними, а с другой стороны – значительно уменьшает возможно появления ошибок. Если ошибки все же возникают, то типизация данных облегчает их поиск и устранение.

В арифметических выражениях можно использовать только следующие математические функции, являющиеся «встроенными» в Паскаль (табл. 2.1). Если функции (необходимой для вычислений по разработанному алгоритму) в этом списке нет, то следует тождественными преобразованиями свести её к «встроенной».

Примеры записи выражений:

1. Выражение $e^{-|x-4|}/\cos x$ записывается в виде:

`Exp (-Abs (x-4)) /Cos (x)`

2. Выражение $z = b + \sqrt[3]{\frac{y}{b}} \cdot c$ записывается в виде:

`z=b+power ((y/b) , 3) *c.`

Таблица 2.1

Имя функции	Назначение	Ограничения аргумента	Тип	
			Аргумента	Результата
Abs(x)	x	нет	Вещественный,	Вещественный,
			Целый	Целый
Pi	число π	-	-	Вещественный
Sin(x)	$\sin X$	X - в радианах	Вещественный	Вещественный
Cos(x)	$\cos X$	X - в радианах	»	»
Arctan(x)	$\arctg X$ (изменяется от $-\pi/2$ до $\pi/2$)	нет	»	»
ArcSin(x)	$\arcsin x$	$-1 \leq x \leq 1$	»	»
ArcCos(x)	$\arccos x$	$-1 \leq x \leq 1$	»	»
Sqrt(x)	\sqrt{X}	$X \geq 0$	»	»

Окончание табл 2.1.

Имя функции	Назначение	Ограничения аргумента	Тип	
			Аргумента	Результата
Sqr(x)	x^2	нет	Вещественный, Целый	Вещественный, Целый
Exp(x)	e^x	нет	Вещественный	Вещественный
Power(x,y)	x^y	нет	»	»
Ln(x)	$\ln x$	$X > 0$	»	»
Log10(x)	$\lg x$	$X > 0$	»	»
LogN(a,x)	$\log_a x$	нет	»	»
Int(x)	Целая часть от X	нет	»	»
Frac(x)	Дробная часть от X	нет	»	»
Round(x)	Округление X до ближайшего целого	нет	»	Целый
Trunc(x)	Целая часть значения X	нет	»	Целый
Random	Случайное число в интервале от 0 до 1	-	-	Вещественный
Random(x)	Случайное число в интервале от 0 до X	нет	Целый	Целый
Max(a,b)	Возвращает максимальное из чисел a, b	нет	Вещественный	Вещественный
			Целый	Целый
Min(a,b)	Возвращает минимальное из чисел a, b	нет	Вещественный	Вещественный
			Целый	Целый
Odd(x)	Проверка четности X, возвращает True, если X – нечетное число	нет	»	Логический
Succ(x)	Возвращает следующее за X значение	Нет	»	Целый
			Символьный	Символьный
Pred(x)	Возвращает предшествующее X значение	Нет	Целый	Целый
			Символьный	Символьный

Ввод и вывод информации

Вывод информации на экран осуществляется с помощью оператора `write(...)` или `writeln(...)`. В круглых скобках при этом записывается список выводимых данных (через запятую). Можно указать количество позиций, отведенных на запись выводимых данных, только для вывода действительных чисел (количество знаков после запятой), а также выводить значения арифметических выражений, например `write(Pi*Sqr(n))`. Если элементом списка вывода является какой-либо текст, то он записывается внутри апострофов «'».

Пример. Для того, чтобы вывести на экран строку в виде

$x1=3.1415926$ $x2=5.3$ $x3=14$

Хранищихся в памяти компьютера чисел $x1 = \pi$, $x2 = 5.31$, $x3 = 14$, следует в тексте программы (там, где мы и хотим вывести эти значения) записать оператор:

```
Write(' x1 =' ,x1:9:7, ' x2=' ,x2:3:1,
      ' x3=' ,x3:2);
```

где

' x1 =' выводимый на экран текст «x1=»,

x1:9:7 – выводимое на экран значение переменной x1, при этом на вывод данного значения отводится всего 9 мест (символов), 7 из которых это цифры после запятой, сам символ разделителя целой и дробной части и один символ – цифра 3 из целой части числа π ,

' x2=' – выводимый на экран текст « x2=», при этом перед символом «x» находится символ пробела. При его отсутствии надпись «x2=» «прилипнет» к предыдущим цифрам числа x1,

X2:3:1 – выводимое на экран значение переменной x2, при этом на вывод данного значения отводится всего 3 символа. Один на цифру из целой части числа x2, один на символ разделителя целой и дробной части и один символ на вывод дробной части числа, хотя в памяти компьютера число x2 хранится с точностью до сотых,

' x3=' – аналогично, выводимый на экран текст « x3=», с пробелом перед символом «x»,

x3:2 – выводимое на экран значение переменной x3, на вывод которой отводится 2 символа, при этом количество знаков после запятой не указывается.

Оператор `writeln` отличается от оператора `write` только тем, что после его выполнения происходит перевод курсора в начало следующей строки экрана.

Если в списке вывода не указано количество позиций для чисел, то вывод будет осуществляться в соответствии с описанием переменных. Например, действительные числа выводятся в следующем виде:

S*.*****E#****,

где s – пробел для положительного или знак «-» для отрицательного числа; * - десятичная цифра; E – символ десятичного основания; # - знак «+» или «-» в зависимости от десятичного порядка, т.е. стоят ли нули в числе перед разделителем целой и дробной части или после него.

Ввод с клавиатуры осуществляется с помощью оператора Read(...) или Readln(...). В круглых скобках записывается список ввода. В списке ввода переменные записываются также через запятую, как в операторе write. Когда программа дойдёт до исполнения этого оператора, то её выполнение приостановится и необходимо набрать на клавиатуре вводимые числа. Если чисел несколько, то их можно вводить сразу, отделяя друг от друга пробелом. Сигналом окончания подготовки ввода является нажатие клавиши Enter. До этого момента можно исправлять любой ошибочно введенный символ. Оператор Readln может быть без параметров, при этом выполнение программы приостанавливается до нажатия клавиши Enter.

Пример: для ввода значений чисел $x_1=2,57$, $x_2=-10^9$, $x_3=25$ можно в программу поместить оператор

```
Readln(x1,x2,x3);
```

а на клавиатуре набирать так:

2.57_-1E9_25 Enter (числа здесь отделены друг от друга пробелами «_»).

Для того, чтобы знать, ввод какой информации ожидается компьютером, хорошим стилем программирования считается добавление оператора writeln (write) с сообщением-«подсказкой» перед каждым оператором ввода (как это сделано во всех приводимых программах). В данном примере это может быть оператор Writeln(' Введите x1, x2, x3 ').

Задание для выполнения работы

1. Составить алгоритм программы, в которой предусмотреть ввод исходных данных с клавиатуры, вычисление значения функции по заданной формуле (табл. 2.2), поэтапный вывод результатов вычислений на экран монитора.

Пример: Для выражения $y = \left| \frac{\sin(x+a)}{\arcsin x} \right|$ вывод результатов вычислений должен выглядеть следующим образом:

Исходные данные: $x=1$, $a=3$.

$1 + 3 = 4$.

$\sin(4) = -0,756$.

$\arcsin(1) = 1,570$.

$-0,756/1.570 = -0,481$.

Модуль числа $-0,481$ равен $0,481$.

Итого: $y = 0,481$

2. Ввести текст программы в компьютер.
3. Отладить программу.
4. Выполнить программу (получить результаты)

- а) при вводе исходных данных из таблицы 2,
- б) при вводе исходных данных отличающихся от табличных (показав тем самым универсальность программы)

Содержание отчета

- 5. Постановка задачи (конкретный вариант)
- 6. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
- 7. Блок-схема алгоритма программы.

Варианты заданий для выполнения работы

Таблица 2.2

Вариант	Функция	Значения исходных данных		
		a	b	x
1	$y = \sqrt[3]{2a \cdot \arctan x + \ln^2 x}$	5	-	1.5
2	$y = a \cdot 1 - e^{4 \cos x} + \sqrt[4]{a}$	2	-5	$\pi/3$
3	$y = \frac{\sin(x+a)}{\arcsin x}$	$\pi/2$	-	$\pi/3$
4	$y = \frac{ x+a+3b }{2.5x}$	2	2	-15
5	$y = \arcsin(\sqrt{xab} + x^2) ^5$	0.2	-0.1	$\pi/10$
6	$y = \frac{ x - a^2 }{\sqrt[5]{\ln x + b}}$	1.2	2.1	5
7	$y = \frac{ a + \sin b }{ b + \sin a } + x$	$\pi/3$	$\pi/6$	1
8	$y = x^a + a^b + \operatorname{tg}(x + 2b)$	2	-3	3.4
9	$y = ab - 4a^2 b + \sqrt[3]{\sin x}$	2	-3	$\pi/3$
10	$y = x + \frac{a \cdot \ln x}{\sqrt[3]{x} + b\sqrt{a}}$	9	-1	2
11	$y = \frac{3.25 + ab x }{\sqrt{ x + 2ab + b^2 }}$	5	2	-3
12	$y = \frac{\ln^2 x + ab^4}{\cos^2(x+b)}$	10	0.2	0.3
13	$y = \frac{ x+a ^{\sin x}}{b}$	2	3	$\pi/4$
14	$y = \frac{\sin^2(xa+b)}{\sqrt[3]{\frac{ x }{ a }} - \ln x}$	-2	1	$\pi/3$
15	$y = \frac{2 \sin^2 x + 3a}{\sqrt[3]{ a+b }}$	2	75	0.85
16	$y = \sqrt[5]{\sin x + \cos^2(xa)}$	-2	-	$\pi/8$
17	$y = \operatorname{tg}^2 3x - \operatorname{ctg}^2 ab$	3	2	4
18	$y = \frac{a + b^x}{\sin \sqrt{a+b}}$	0.6	0.3	2

Окончание табл. 2.2

Вариант	Функция	Значения исходных данных		
		a	b	x
19	$y = \frac{ x - a^2 }{\arcsin(a - 2b^2)}$	1.2	0.1	8
20	$y = \frac{a + \sqrt[3]{x - b}}{\cos^2(x + b)}$	10	0.2	0.3
21	$y = \frac{\operatorname{tg}^2(x - 2a)}{a + 3b^5}$	1	5	3
22	$y = \frac{ \cos(x - 2b) }{\sqrt[3]{\ln x}}$	-	2.1	5
23	$y = \frac{a + 3b^5}{\arcsin(a - 2b^2)}$	0.6	0.3	2
24	$y = \frac{\operatorname{tg}^2(x + 2a)}{\sqrt{ x + 2ab + b^2 }}$	5	2	-3
25	$y = \frac{a + b^x}{\sin \sqrt{a + b}}$	2	-6	$\pi/12$
26	$y = \frac{\ln^2 x + ab^4}{\sqrt[4]{\sin x}}$	3	2	0.1
27	$y = \frac{\log_2(x^2 + 3ab) + 0.5}{\sqrt[4]{ \sin x + \cos x }}$	2	5	$\pi/4$
28	$y = \frac{ x - a^2 }{\sqrt[6]{\sin x}}$	3	2	0.1
29	$y = \operatorname{tg}^5 x \cdot (\sin x^2 + 2\sqrt{b}) + \frac{\ln x}{ x }$	-	12	$\pi/3$
30	$y = \sqrt{x^3 + 2ab^5} + \frac{\operatorname{tg}^2 x + 3}{\sin 2x}$	3	5	$\pi/4$

Практические задания для защиты

Выбрать алгоритм и составить его блок-схему для вычисления значения указанной в варианте функции $y=y(x)$. Составить программу вычисления величины $y(x)$

Учесть возможность ввода пользователем значений аргумента x , при которых невозможно вычислить значение функции y (см. лабораторную работу № 3). Например: деление на ноль; подкоренное выражение корня чётной степени, меньше нуля; аргумент функции \arcsin больше единицы и т.д.

Варианты практических заданий для защиты

- $y = \frac{x}{x^2 - 1} + \log_3(x + 2)$
- $y = \frac{x^3}{(x+1)(x+2)} + \frac{\arcsin(1-x)}{\sqrt[3]{1-\ln x}}$
- $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x} + \frac{\operatorname{tg}^3(\ln(1-x))}{|1+x \cdot e^{-x}|}$
- $y = \frac{-\arccos(1+x)}{\sqrt[4]{x^3 - 1}} + (2 - x) \cos^2 |x|$

5. $y = \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} - \ln^2 \left(\frac{x}{\sqrt[3]{x-1}} \right)$
6. $y = \frac{x^3 e^{x-1}}{x^3 - |x|} + \log_2(\sqrt{x} - x)$
7. $y = \frac{\sqrt[3]{x + \sin x}}{x^2 - x^4} \cdot \arcsin^2 \sqrt[4]{3 - x}$
8. $y = \frac{x^5 + e^{-2|x|}}{\sqrt[4]{9 - x^2}} \cdot \operatorname{tg}^3 |\cos^2 x|$
9. $y = \frac{\sin x + 1/x}{\sqrt[3]{\operatorname{tg}^2 x - \frac{x^3}{x^2 - 4}}}$
10. $y = \frac{\sin^2 |x|}{\frac{6}{\sqrt{x^4 - 16}} + 3x - 1} \cdot \sqrt{1 - \ln x}$
11. $y = \frac{\sqrt[4]{8x^2 - 6x + 1}}{\arctg \sqrt{2x + 1}} + 2 \frac{\sin x}{|x|}$
12. $y = \frac{\ln^3 \frac{(x-1)^2}{x} + \cos^2(2x)}{\frac{6}{\sqrt{x^2 - 5x + 6}}}$
13. $y = \frac{\sin \frac{3x^2 - 1}{2}}{\sqrt[3]{\log_2(1 - x) + \frac{\operatorname{tg}(1 + \frac{1}{x})}{\sqrt{|x| - 2}}}}$
14. $y = \frac{1}{x} \log_3(4 - x^2) + \frac{\sin(\cos x)}{e^{|x|} - 1}$
15. $y = \frac{\sqrt[4]{|x| + 1}}{\sin^2 \frac{x}{2} - 1} + 2\sqrt{x+1}$
16. $y = \sqrt{\frac{1}{x}(x^2 - 1)} \cdot \cos^2 \frac{|x|}{3} + \lg \frac{1}{x+1}$
17. $y = \frac{x^3 + \sin(3|x| - 1)}{1 - \cos^2 x} - \log_2(3^x - 9)$
18. $y = \frac{\sin^2 \sqrt[3]{x}}{x} + e^{-\sqrt{x^2 - 6x + 8}}$
19. $y = (1 + x)^{\sin \sqrt{x}} \cdot 2^{\cos^2(\frac{x}{x+2})}$
20. $y = \frac{-x^2}{(2x+2)(2x-3)} + \frac{\log_2(\sqrt{x} - 1)}{\sin 2x}$
21. $y = 2^{|x|} \cdot \ln |\sin x^4| - \cos^2 \sqrt{4 - x^2}$
22. $y = \left[\cos \left(e^{\sqrt{|x| - 2}} + x^3 \right) \right]^{2x} - \frac{|x|}{x - \sqrt{x}}$
23. $y = e^{x^2 - 1} + \frac{x \cdot \sin \frac{1}{x}}{\sqrt[4]{9 - \sqrt{x}}}$
24. $y = \frac{x}{\cos(x - \frac{\pi}{2}) \sin^2(x - \frac{\pi}{2})} + e^{\sqrt{x} - |x|}$
25. $y = \frac{2x^2 + \sqrt{16 - x^2}}{\sqrt[3]{x - 2}} + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{x}{x+2} \right)$
26. $y = \frac{1 + \log_2(\sin 2x)}{1 - 2x} + \frac{\sqrt{|x| - 1}}{x^3 - 27}$
27. $y = \frac{\lg_2(\sqrt{x} - 1)}{x - \sqrt{x}}$
28. $y = \frac{\sqrt{x} - 2}{2\sqrt{x} - 1}$
29. $y = \frac{\arccos(1+x)}{x - \sqrt{x}}$
30. $y = \frac{\arcsin \sqrt{2-x}}{x^2 - x}$

Контрольные вопросы

1. Зачем нужен блок описания переменных?
2. Какие математические функции имеются в Паскале?
3. Опишите действия, которые выполняются операторами Write, Writeln.
4. Почему при записи выражений запрещается использовать квадратные и фигурные скобки?
5. Как осуществляется вывод текстовой информации?
6. Чему равно выражение $3 * 7 \operatorname{div} 2 \bmod 6 / 3 - \operatorname{trunk}(\sin(1))$?

7. Какой смысл следующих предложений:
 (* Вывод результатов *)
 Write(' Вывод результатов ')
8. Правильны ли операторы присваивания:
 а. $k := k \bmod 13 + k * \cos(0)$; б. $x := x * 12 \div 13 + x/4$?
- Ответ обосновать
9. Запишите на Паскале операторы для вычисления функций:
 а. $y = \sqrt[3]{x}$; г. $y = \operatorname{arctg} x$;
 б. $y = \sqrt[5]{\sin x}$; д. $y = \sin 20^\circ$;
 в. $y = \lg \sqrt[3]{x}$; е. $z = a^b$
10. Составьте программу, которая по заданным величинам углов треугольник и радиусу описанной окружности вычисляет длины его сторон.
11. Составьте программу, которая вычисляет площадь равнобокой трапеции по заданным длинам a и b и углу α при большем основании.
12. Составьте программу, которая по заданным длинам катета и гипотенузы прямоугольного треугольника вычисляет длину второго катета и радиус вписанной окружности.
13. Что будет выведено на экран в результате выполнения программы:
- ```
Program Bad: Var k,
I,j: integer
; fi:real;begin write('nmbr'
); read(
Fi);i:=trunk(fi+1/2);j:=round(fi);fi:=((int(fi)-
((i-j) mod -2-frac(fi
)))/1*2);writeln(fi,
k)end.
```

Сначала запишите текст программы в удобочитаемом виде.

### Лабораторная работа № 3

Программирование формул с разветвленной структурой. Вывод результатов на печать.

**Цель работы:** изучение работы операторов перехода – без-условного, условного, выбора; программирование формул с разветвлённой структурой.

#### Основные понятия

Операторы выполняются, как правило, последовательно в том порядке, в каком они расположены в программе. Иногда возникает необ-

ходимость изменить естественный (линейный) порядок выполнения в зависимости от результата (исхода) каких-либо действий (некоторый аналог размышления). В Паскале для этой цели введены следующие операторы перехода: if, case, goto.

Условный оператор if имеет такую структуру:

If Y then S1 else S2;

где if (если) – зарезервированное слово; Y – некоторое условие (логическое выражение); then (то) – зарезервированное слово; S1, S2 – простые или составные операторы; else (иначе) – зарезервированное слово.

При выполнении оператора if вначале проверяется условие Y; если это условие истинно, то выполняется S1, если условие ложно – выполняется S2. Условие Y записывается с помощью арифметических выражений, логических констант True (истина), False (ложь), знаков операций сравнения «<», «<=», «=», «>», «>=», логических операций not (нет), and (и), or (или).

Пример. Для вычисления величины Z по формулам

$$Z = \begin{cases} \sin(x + y), & \text{если } y > x^2 \\ \cos(x - y), & \text{если } y \leq x^2 \end{cases}$$

достаточно в программу вставить оператор

if y > x\*x then z := sin(x+y) else z := cos(x-y);

Условные операторы могут быть вложенными друг в друга. В компилятор заложено правило: альтернатива else считается принадлежащей ближайшему условному оператору, не имеющему ветви else. При вложениях условных операторов самое главное – не запутаться в вариантах сочетаний условий. Частично этому может помочь ступенчатая форма записи операторов (и это является хорошим стилем записи). Более радикальным является использование составных операторов (расстановка операторных скобок begin ... end;) для внутренних операторов if. Составной оператор – это последовательность (группа) операторов, записанных между двумя зарезервированными словами begin и end.

Пример. Вычислить значение функции y, если x вводится с клавиатуры, а функция задана формулами

$$y = \begin{cases} 2x, & \text{если } x \leq 2, \\ 8 - 2x, & \text{если } 2 < x < 4, \\ (4 - x)^2, & \text{если } x \geq 4. \end{cases}$$

При составлении и записи алгоритма решения задачи можно использовать блок-схемы, а можно алгоритм записывать на псевдоязыке с помощью операторов Паскаля и комментариев, используя метод пошаговой детализации («нисходящего» программирования). При этом получается достаточно комментированная программа.

Общую схему программы представим так:

```
Program Primer2;
 (*вводим в употребление переменные
 (описываем их)*)
begin
 (*- этап I - ввод значения x *)
 (*- этап II - нахождение y при заданном x *)
 (*- этап III - вывод результатов *)
End.
```

Реализация каждого этапа, кроме второго, достаточно тривиальна и ясна из окончательного текста программы (см. ниже). Детализируем (уточняем) второй этап, например, таким образом:

```
 (* нахождение y при заданном x *)
if x<=2 then {проверка условия x<=2}
 {для y есть формула - 1}
else {т.е. для x>2}
 {необходимо уточнение значения x:
 больше оно или меньше 4 т.е. проверка
 следующего условия}
```

Теперь детализируем дальше:

```
 (* нахождение y при заданном x *)
if x<=2 then {проверка условия x<=2}
 y := 2*x
else {т.е. для x>2}
begin
 if x<4 then {проверка следующего условия}
 {для y есть формула - 2}
 else
 {для y есть формула - 3}
end;
```

Окончательный текст программы (с подробными комментариями) примет такой вид:

```
Program Primer3;
 (*вводим в употребление переменные (описываем
 их)*)
Var
 x, y : Real; {x, y вещественные}
begin
 (*- этап I - ввод значения x *)
write('Введите x'); {вывод на экран «подсказки»}
readln(x); {ввод с клавиатуры значения x}
 (*- этап II - нахождение y при заданном x *)
```

```

if x<=2 {проверка условия x<=2}
then
 y := 2*x {действие в случае истинности x<=2}
else
 begin {действие в случае ложности x<=2}
 if x<4 {проверка следующего условия}
 then
 y:=8-2*x {действие в случае его истинности}
 else
 y:=sqr(4-x) {действие в случае его ложности
 т.е. при x>=4}
 end;
 (*- этап III - вывод результатов *)
writeln('x=',x:7:3,' y=',y:7:3); {вывод на экран результатов}
End.

```

Отметим, что допускается также сокращённая форма условного оператора:

```
if Y then S1;
```

При выполнении этого оператора, если Y истинно, то S1 выполняется, в противном случае S1 пропускается.

В случае сложного разветвления более оптимальным (чем использование условных операторов) может быть применение оператора case. Ограничением в использовании оператора является то, что ключ выбора может быть типа Real или String.

**Замечание.** При составлении тестов необходимо подготовить такие исходные данные и в таком количестве, чтобы программой были выполнены действия по каждому разветвлению. В частности, в рассмотренном примере необходимо подготовить тесты со значениями x (хотя бы по одному) из каждого интервала  $x \leq 2$ ,  $0 < x < 4$ ,  $x \geq 4$ . В противном случае гарантировать правильность выполнения программы для произвольных исходных данных не представляется возможным.

### Задание к работе

1. Составить алгоритм вычисления значений функции, соответствующей конкретному варианту (табл. 3.1).
2. Составить программу, в которой предусмотреть ввод исходных данных с клавиатуры, вычисления значений функции, вывод на экран результатов выполнения условия и значения функции.

**Пример:** Для исходных данных  $x = 0$ ,  $y = 5$  и выражения

$$Z = \begin{cases} |\sin(x)|, & \text{если } 5 - |x - y| < 10 \\ \operatorname{ctg}^2(x - y), & \text{если } 5 - (x - y) = 10 \\ \frac{\cos(x)}{|x|+2}, & \text{в остальных случаях} \end{cases},$$

программа должна вывести на экран следующий текст:

Исходные данные:  $x = 0$ ,  $y = 5$ .

$5 - (0 - 5) = 10$ , значит, считаем функцию  $Z$  по второй формуле. В результате  $Z = 0,087$ .

3. Ввести текст программы в компьютер и отредактировать его.
4. Подготовить тестовые исходные данные, предусматривающие выполнение каждого из условий задания.
5. Отладить программу.
6. Выполнить программу (получить результаты) для каждого из условий задания.

### Содержание отчета

1. Постановка задачи (конкретный вариант)
2. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
3. Блок-схема алгоритма программы.

### Варианты заданий

Таблица 3.1

| Вариант | Функция                                                                                                                                                                                              |
|---------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1       | $Z = \begin{cases} e^{x^2-y}, & \text{если } y > x^2 \\ x + y, & \text{если } y < x^2 \\ y, & \text{если } y = x^2 \end{cases}$                                                                      |
| 2       | $Z = \begin{cases} \sin(x + y) + x, & \text{если } x = y \\  x , & \text{если } x < y \\ y, & \text{если } x > y \end{cases}$                                                                        |
| 3       | $Z = \begin{cases} \min(\cos(x, y), & \text{если } x > 0, y > 0 \\ \operatorname{tg}(\ln(xy)), & \text{если } x < 0, y < 0 \\ 0, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                           |
| 4       | $Z = \begin{cases} e^{-x}, & \text{если }  x  = y \\ \operatorname{tg}(x), & \text{если }  x  < y \\ x - y, & \text{если }  x  > y \end{cases}$                                                      |
| 5       | $Z = \begin{cases}  x  - y^3, & \text{если } x < -3 \\ \cos(y), & \text{если } x > 5 \\ 5, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                                 |
| 6       | $Z = \begin{cases} e^{ x } + \cos(x), & \text{если } x \cdot y > 15 \\ x^3 + x + 5, & \text{если } x \cdot y \leq 10 \\ \sqrt{ y } + \operatorname{tg}(x), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$ |

| Вариант | Функция                                                                                                                                                                                      |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 7       | $Z = \begin{cases} x^y + 2, & \text{если } \sin(x) > 0.5 \\ \operatorname{tg}(x) - y, & \text{если } \sin(x) = 0.5 \\ \sqrt{ x }, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                  |
| 8       | $Z = \begin{cases} \cos x  \cdot y, & \text{если } y \cdot  x  = 5 \\ \sqrt{ x - y }, & \text{если } y \cdot  x  = 5 \\ \sqrt{ x } + 1, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$            |
| 9       | $Z = \begin{cases} \min(x^2, y^3), & \text{если } x + y > 5 \\ e^{x-y}, & \text{если } 0 < x + y \leq 5 \\ 2, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                      |
| 10      | $Z = \begin{cases} \max(x, y) + \min(x^2, y^2), & \text{если } x > 0, y > 0 \\ e^{\cos(x) + \sin(y)}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                              |
| 11      | $Z = \begin{cases}  \sin(x) , & \text{если } y \cdot  x  = 8 \\ \sqrt{ x - y }, & \text{если } y \cdot  x  > 10 \\ \sin(xy), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                       |
| 12      | $Z = \begin{cases} \sin(xy), & \text{если } x \geq 0, y < x \\ \max(x^2, y^2, xy), & \text{если } x^2 + y^2 \leq 5, x > 0 \\ \cos(xy), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$             |
| 13      | $Z = \begin{cases}  \sin(x) , & \text{если } x + y > 5 \\ \operatorname{ctg}^2(x - y), & \text{если } 0 < x + y \leq 5 \\ \frac{\cos(x)}{ x  + 2}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$ |
| 14      | $Z = \begin{cases} \cos(x) + \min(x, y), & \text{если } x^2 > y^2, x > 0 \\ \cos^2(x) + \operatorname{tg}^2(xy), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                   |
| 15      | $Z = \begin{cases} 0, & \text{если } x > 0, y > 0 \\ \operatorname{tg}(xy), & \text{если } x < 0, y < 0 \\ \min(\cos(x, y)), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                       |
| 16      | $Z = \begin{cases} \sin^3(x^2) - y, & \text{если } 5 -  x - y  < 10 \\  x - y  + 5, & \text{если } 5 -  x - y  = 10 \\ \operatorname{ctg}^{1/3} x, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$ |
| 17      | $Z = \begin{cases} \cos x  \cdot y, & \text{если } y \cdot  x  = 5 \\ \sqrt{ x - y }, & \text{если } y \cdot  x  > 5 \\ \sqrt{ x } + 1, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$            |
| 18      | $Z = \begin{cases}  x ^y - y^2, & \text{если } x < -4 \\ \cos y , & \text{если } x > 7 \\ 5, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                       |

| Вариант | Функция                                                                                                                                                                                                                        |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 19      | $Z = \begin{cases}  \sin(x) , & \text{если } e^x < 6 \\ \operatorname{ctg}^2(x - y), & \text{если } e^x > 12 \\ \frac{\cos(x)}{ x  + 2}, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                             |
| 20      | $\begin{cases} z_1 = \sqrt[3]{\operatorname{ctg}(x)} - x^2, \\ z_2 = e^{2x-y}, \end{cases} \text{ если } x^2 - y < -2$ $\begin{cases} z_1 = \sin(y -  x ), \\ z_2 = \sqrt{ x - y }, \end{cases} \text{ если } x^2 - y \geq -2$ |
| 21      | $Z = \begin{cases} \ln x - y , & \text{если } y > x, x > 0 \\ \sqrt{ x  + 4}, & \text{если }  xy  > 5 \\ \max(x^3, y^3), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                             |
| 22      | $Z = \begin{cases} x^y + 10, & \text{если } \sin(x) > 0.8 \\ \cos x  \cdot y, & \text{если } \sin(x) = 0.8 \\ \sqrt{ y }, & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                            |
| 23      | $\begin{cases} z_1 =  \sin(x)  + y, \\ z_2 = \sqrt{ x }, \\ z_1 = e^y, \end{cases} \text{ если } x - y > 2$ $\begin{cases} z_2 = x^2 + y - x, \end{cases} \text{ если } x - y \leq 2$                                          |
| 24      | $\begin{cases} z_1 =  x  +  y , \\ z_2 = e^{ x+y }, \end{cases} \text{ если } \sqrt{ xy } < 50$ $\begin{cases} z_1 = \sin(y -  x ), \\ z_2 = \sqrt{ x - y }, \end{cases} \text{ если } \sqrt{ xy } \geq 50$                    |
| 25      | $\begin{cases} z_1 = \sqrt{e^x} - 5, \\ z_2 = \sin(x^2 - y) - y^2, \end{cases} \text{ если } x^2 - y < -2, x > 0$ $z_1 = x^{2/3} - (\sin(x))^y, \text{ в остальных случаях}$                                                   |
| 26      | $Z = \begin{cases} \ln x - y , & \text{если } y > x, x > 0 \\ \cos^2(x) - y, & \text{если } x > y^3 + 1, x > 0 \\ \max(x^3, y^3), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                    |
| 27      | $\begin{cases} z_1 = \operatorname{ctg}(xy) + 2, \\ z_2 =  x  - y, \end{cases} \text{ если } x \leq 8.5$ $\begin{cases} z_1 = \sqrt{ x  + 4}, \\ z_2 = \sin(x^3), \end{cases} \text{ если } x > 8.5$                           |
| 28      | $\begin{cases} z_1 = \sqrt{x^2 + y^2}, \\ z_2 = \operatorname{ctg}(x + y), \end{cases} \text{ если }  xy  > 5$ $\begin{cases} z_1 = e^{x-y}, \\ z_2 = \sin(xy), \end{cases} \text{ если }  xy  \leq 5$                         |

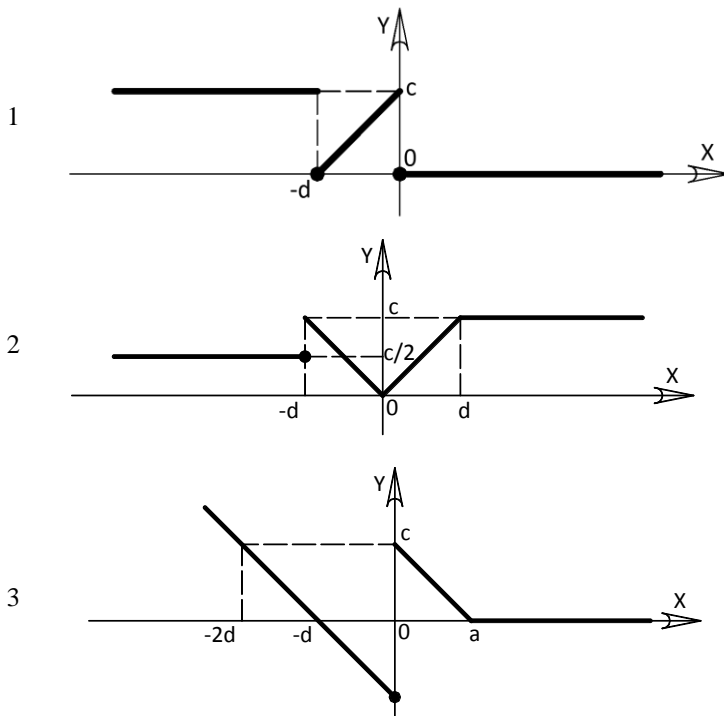
Окончание табл 3.1

| Вариант | Функция                                                                                                                                                                                                                                 |
|---------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 29      | $\left. \begin{aligned} z_1 &= e^{- x +y}, \\ z_2 &= \sin(x) - y, \end{aligned} \right\} \text{ если } x y  < 5$ $\left. \begin{aligned} z_1 &= \sqrt{ xy }, \\ z_2 &= e^{\sin(x)}, \end{aligned} \right\} \text{ в остальных случаях}$ |
| 30      | $Z = \begin{cases} \min(\cos(x), \sin(y), \operatorname{tg}(y)), & \text{если } x < 0, y > 0 \\ \max(x^2 + y^2, \ln xy ), & \text{в остальных случаях} \end{cases}$                                                                     |

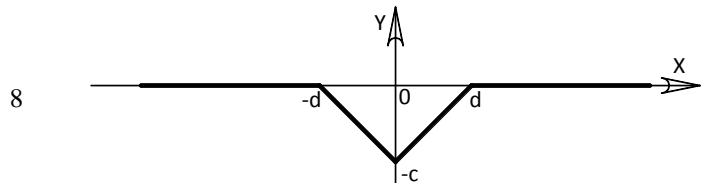
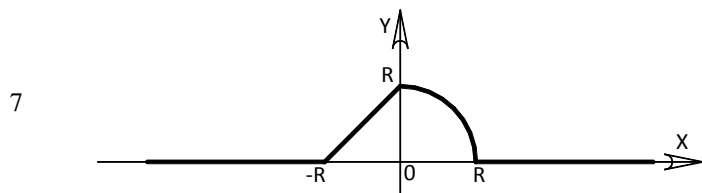
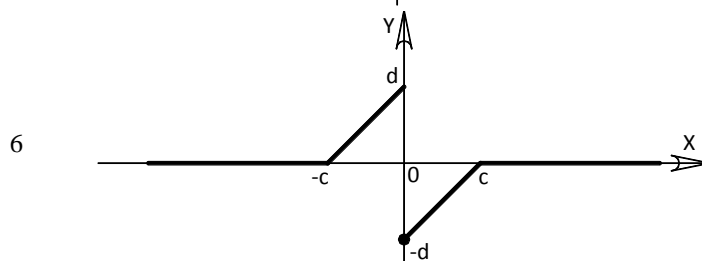
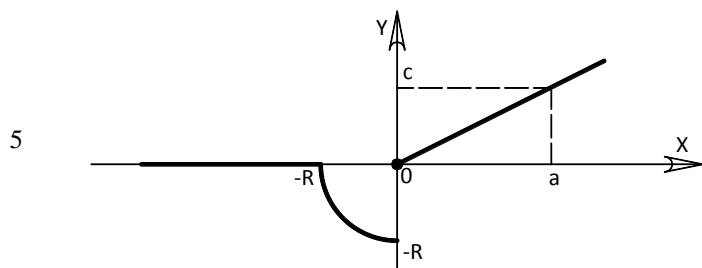
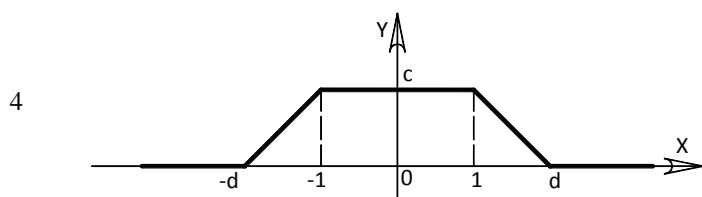
### Практические задания для защиты

Для функции  $y=y(x)$ , заданной графически, построить аналитическую зависимость. Составить блок-схему и программу вычисления величины  $y$ , при введённом пользователем значении аргумента  $x$ .

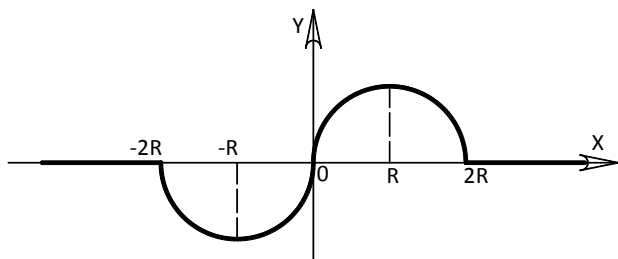
### Варианты заданий для практической защиты



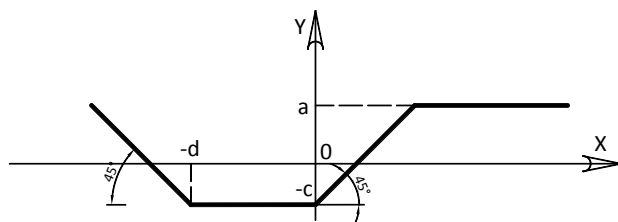




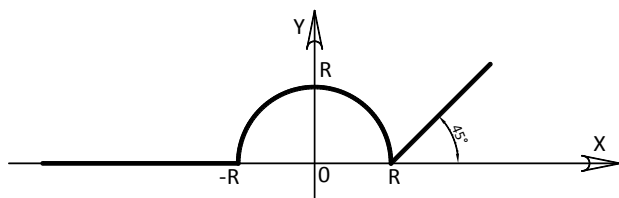
9



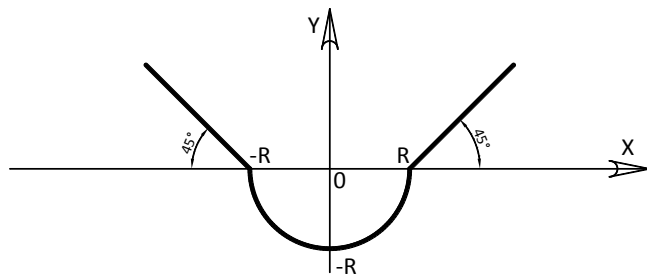
10



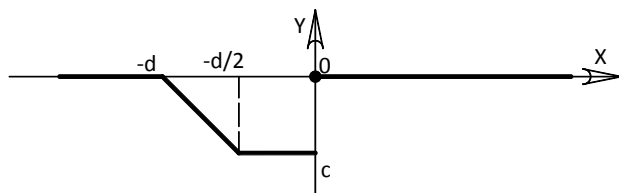
11



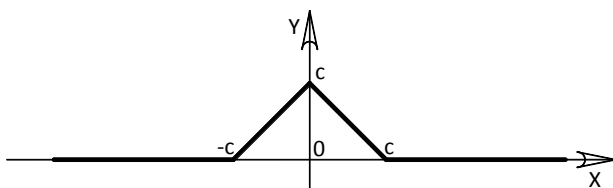
12



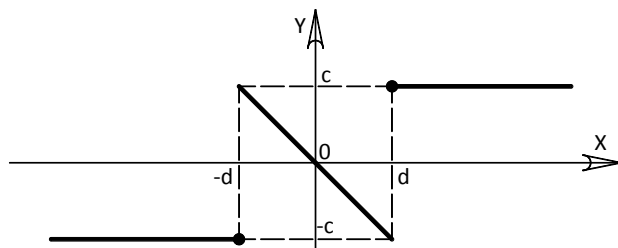
13



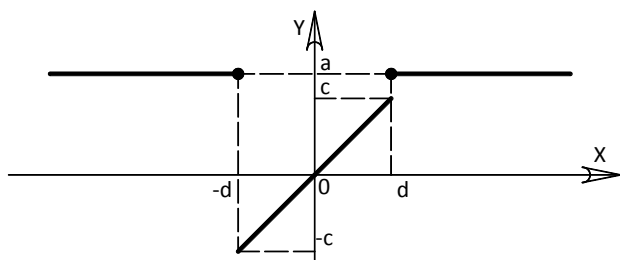
14



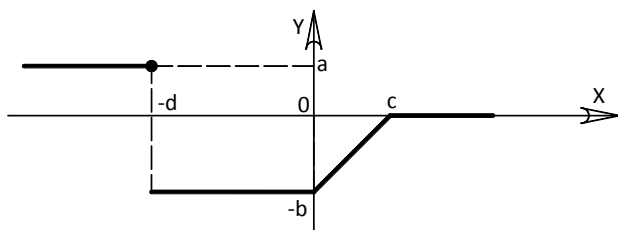
15



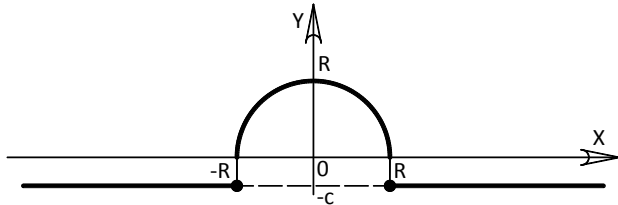
16



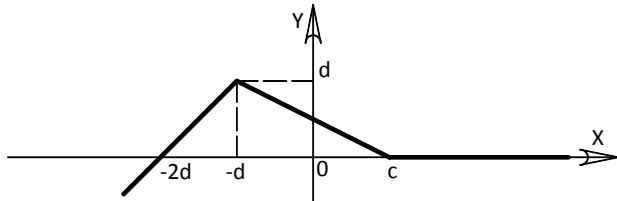
17



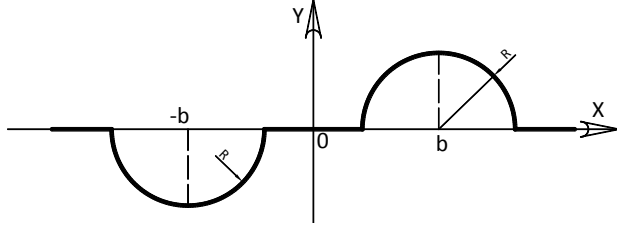
18



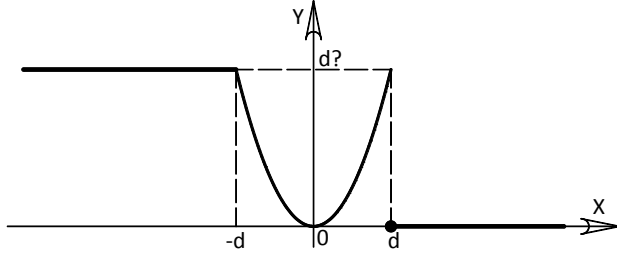
19



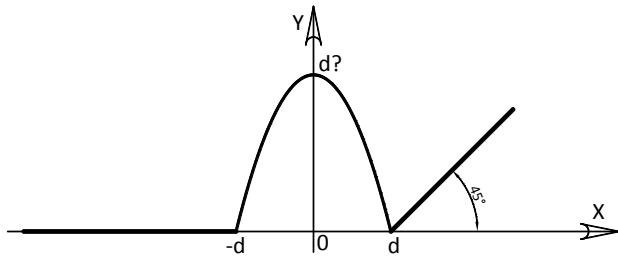
20



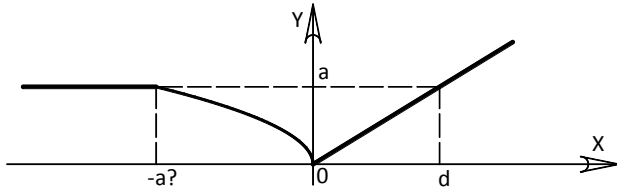
21



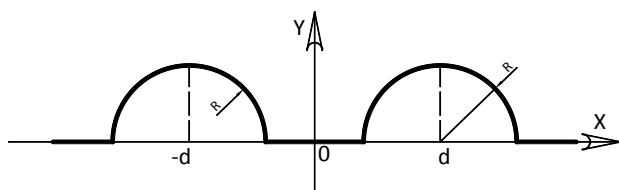
22



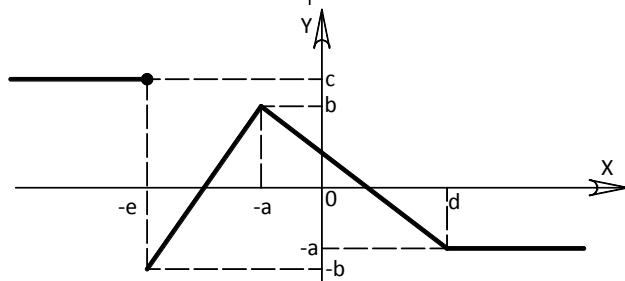
23



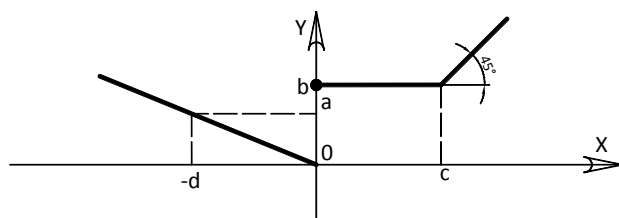
24



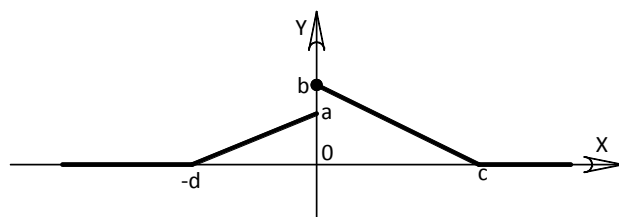
25



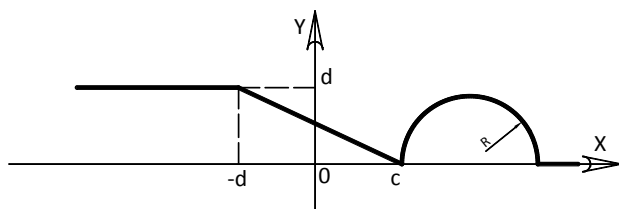
26



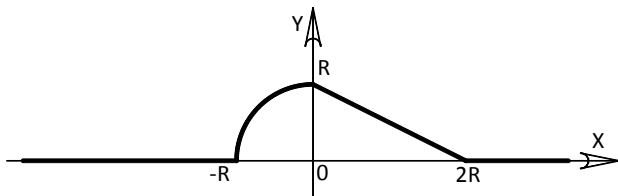
27



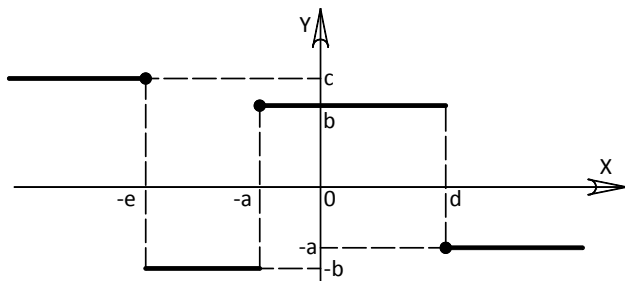
28



29



30



### Контрольные вопросы

1. В какой форме может быть записан алгоритм программы?
2. Как выполняется оператор if?
3. Составить алгоритм и программу вычислений значений функций  $y = \sqrt[3]{x}$ ,  $y = \sqrt[5]{\sin x}$ . Предусмотреть случаи, когда подкоренные выражения принимают отрицательные значения.
4. Составьте алгоритм и программу для нахождения наибольшего значения из трёх чисел  $\max(a, b, c)$ .
5. Может ли условный оператор содержать оператор перехода (условный оператор)?
6. Составьте алгоритм и программу, которая поменяет местами числовые значения переменных  $X$  и  $Y$  в случае, если  $X > Y$ .
7. Составьте программу, которая посчитает величину  $y = \lg x$ , если  $x > 0$ , и выдаст текстовое сообщение об ошибке, если  $x \leq 0$ .
8. Составьте алгоритм и программу, которая по заданным положительным действительным числам  $x, y, z$  определит: а) существует ли треугольник с длинами сторон  $x, y, z$ ; б) ответит является ли он остроугольным (тупоугольным) в случае его существования.
9. Составьте алгоритм и программу, которая выяснит для заданных положительных действительных чисел  $a, b, c, x, y$ , пройдет ли кирпич с ребрами  $a, b, c$  в прямоугольное отверстие со

сторонами  $x$ ,  $y$ . Просовывать кирпич в отверстие разрешается только так, чтобы каждое из его ребер было параллельно или перпендикулярно каждой из сторон отверстия.

## Лабораторная работа № 4

Логические выражения. Программирование формул, связанных с геометрическими объектами

**Цель работы:** приобрести навыки в программировании задач, описываемых с помощью геометрических объектов.

### Основные понятия

Логические выражения строятся из логических данных (тип Boolean), логических операций и операций отношения (сравнения). В операциях отношения могут участвовать арифметические и логические выражения, а также символьные (тип Char) данные. Результатом логического выражения является значение True (истина) или False (ложь). При этом логический тип определен таким образом что  $\text{False} < \text{True}$ , причём эти логические значения имеют порядковые номера 0 и 1 соответственно.

В логическом выражении принят следующий приоритет операций: Самая старшая унарная операция – not; затем следуют мультипликативные операции – \* (умножение) / (деление), div, mod, and; потом аддитивные операции – + (плюс), - (минус), or; и, наконец, операции сравнения – < (меньше), <= (меньше или равно), = (равно), <> (не равно), >= (больше или равно), > (больше). Операции одинакового старшинства выполняются в порядке их следования в выражении слева направо. Для изменения порядка следования операций в логическом выражении допускается использование также только круглых скобок. При этом сначала выполняются действия в скобках (в первую очередь в самых внутренних), а затем вне скобок. Учитывая приоритет операций, части выражения, стоящие слева и справа от логических операций and и or, должны быть, как правило, заключены в круглые скобки. Результаты логических операций над данными типа Boolean приведены в табл. 4.1

Таблица 4.1

| A     | B     | not A | A or B | A and B |
|-------|-------|-------|--------|---------|
| True  | True  | False | True   | True    |
| True  | False | False | True   | False   |
| False | True  | True  | True   | False   |
| False | False | True  | False  | False   |

Пример. Составим программу, которая по вводимым с клавиатуры координатам некоторой точки  $P(x,y)$  определит: принадлежит ли эта точка области  $D$ , заштрихованной на рис. 4.1 или не принадлежит.

Запишем математическое условие принадлежности точки рассматриваемой области (в теоретико-множественных обозначениях):

$$P \in D, \text{ если } \left\{ \begin{array}{l} x^2 + y^2 < 4, \\ y \leq 0, \end{array} \right\} \cup \left\{ \begin{array}{l} |x| < 1, \\ -2 \leq y < 0. \end{array} \right\}$$

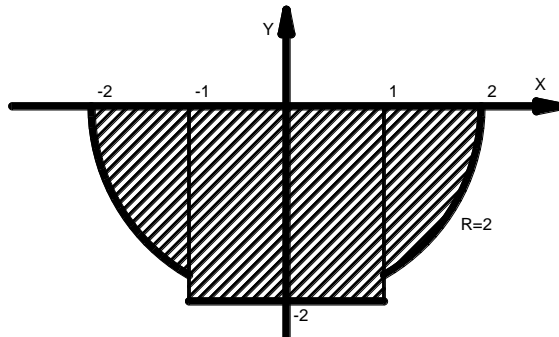


Рис. 4.1. Область  $D$

При записи выражения на языке Паскаль следует иметь ввиду, что объединению множеств (символ  $\cup$ ) соответствует логическая операция `or`, а пересечению множеств (символ  $\cap$ ) – логическая операция `and`.

Текст программы (понятный и без комментариев) может быть таким:

```
Program Rab4;
Uses Primer;
Var
 x,y: Real;
Begin
 write('Введите координаты точки x и y : ');
 Readln(x,y);
 writeln(' Координаты точки P : ');
 writeln(' x=', x:7:3, ' y=', y:7:3);
 if (x*x+y*y<4) and (y<=0) or (Abs(x)<1) and ((y>=-
2) and (y<0))
 then
 writeln(' Точка P принадлежит области D ')
 else
 writeln(' Точка P не принадлежит области D ');
end.
```



### Задание к работе

1. Составить алгоритм и программу вычислений функции  $F_1(x, y)$ , если точка  $P(x, y)$  с произвольными координатами принадлежит заштрихованной области  $D$ , и функции  $F_2(x, y)$ , если точка  $P(x, y)$  не принадлежит области  $D$  (табл. 4.2), т.е.

$$z = \begin{cases} F_1(x, y), & \text{если } P \in D, \\ F_2(x, y), & \text{если } P \notin D. \end{cases}$$

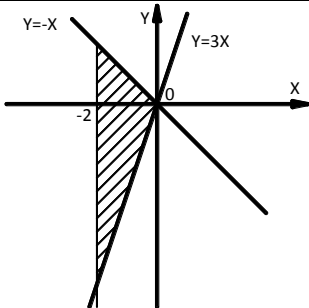
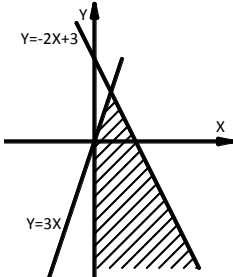
2. Ввести в компьютер текст программы и осуществить её отладку.

### Содержание отчета

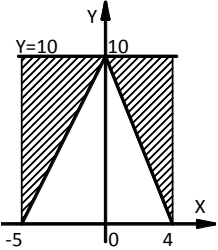
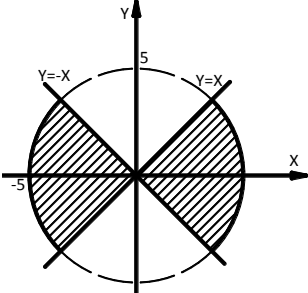
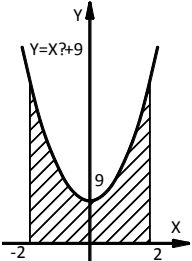
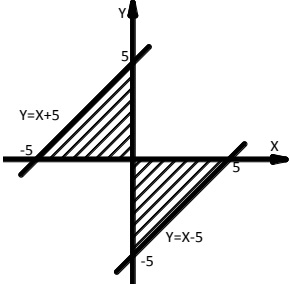
1. Постановка задачи (конкретный вариант)
2. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
3. Блок-схема алгоритма программы.
4. «Ручной» счёт для проверки правильности программы.

### Варианты заданий

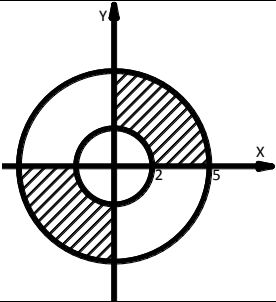
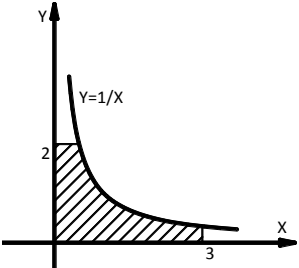
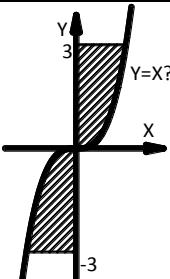
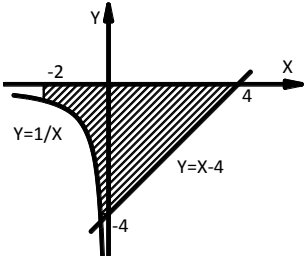
Таблица 4.2

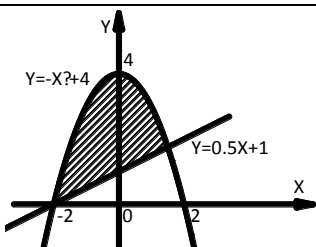
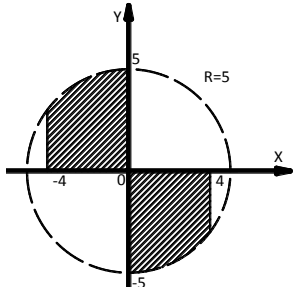
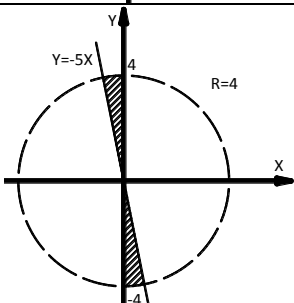
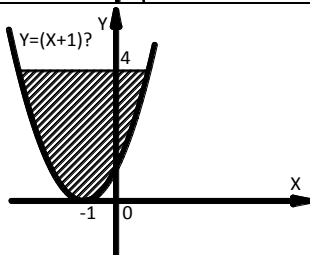
| Вариант | Область D                                                                           | $F_1(x, y)$   | $F_2(x, y)$           |
|---------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------|-----------------------|
| 1       |   | $\cos(x) - y$ | $\frac{1}{e^{ x-y }}$ |
| 2       |  | $ x - y $     | $\text{ctg}(x + y)$   |

Продолжение табл. 4.2

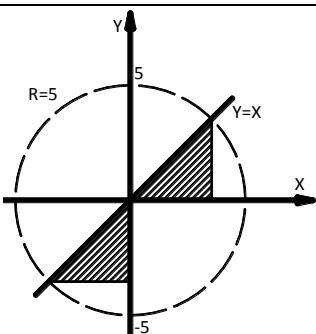
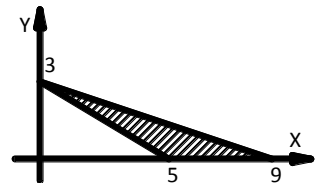
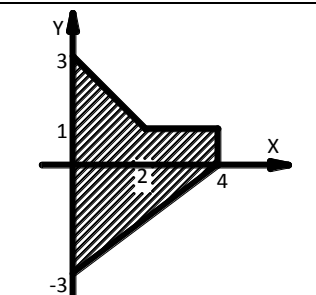
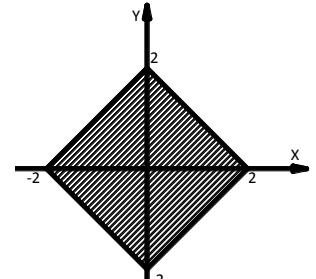
| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$                            | $F_2(x,y)$                            |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| 3            |    | $ x^2 - y  + \sin x$                  | $\operatorname{tg}(x + y)$            |
| 4            |    | 1, если $x > 0$<br>2, если $x \leq 0$ | 3, если $y > 0$<br>4, если $y \leq 0$ |
| 5            |   | $x - y + e^x$                         | $x^2 + y^4$                           |
| 6            |  | $\operatorname{ctg} x + e^x$          | $\frac{1}{5 + e^{ x+y }}$             |

Продолжение табл. 4.2

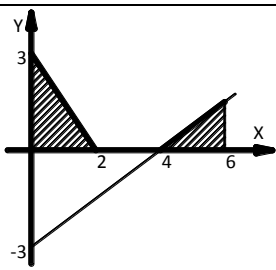
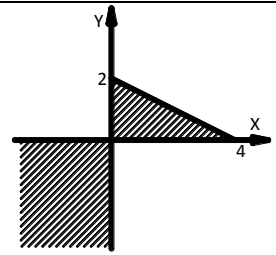
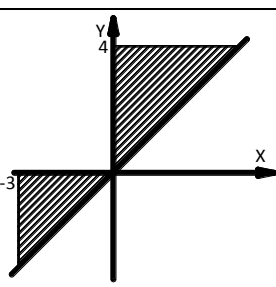
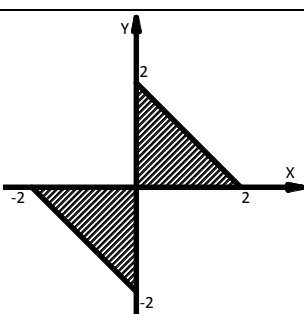
| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$                   | $F_2(x,y)$                 |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------|----------------------------|
| 7            |    | $\operatorname{ctg} x + e^x$ | 0                          |
| 8            |    | $e^x + \sin(xy)$             | $\operatorname{ctg}^2(xy)$ |
| 9            |   | $ x ^{3/2} + y$              | $e^{-x+y}$                 |
| 10           |  | $ x  + \sin y$               | $x^2 + e^{x-y}$            |

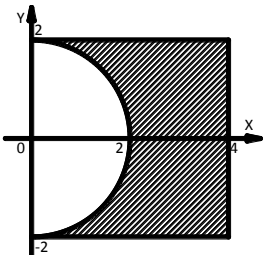
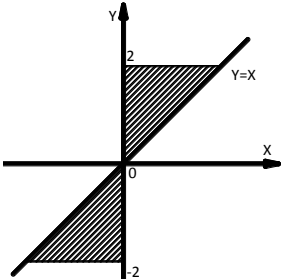
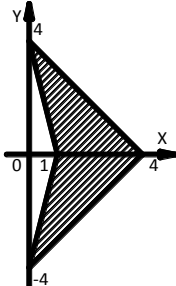
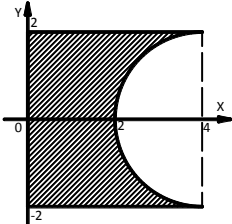
| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$        | $F_2(x,y)$                  |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|-----------------------------|
| 11           |    | $y \cos^2 y$      | $x^2 + e^{x-y}$             |
| 12           |    | $\sin x + \cos y$ | $e^{-\operatorname{ctg} y}$ |
| 13           |   | $x + e^y$         | $\operatorname{tg} x -  y $ |
| 14           |  | 1                 | $\operatorname{ctg}(x + y)$ |

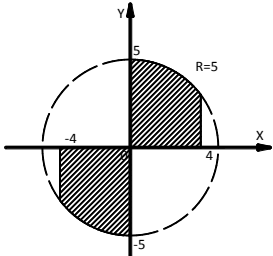
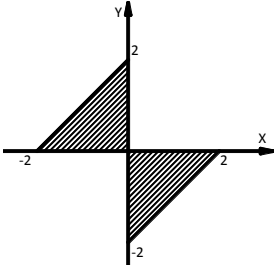
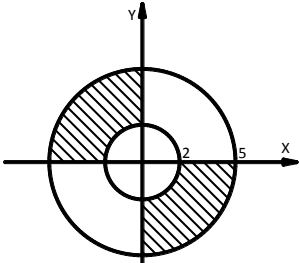
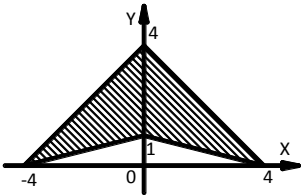
Продолжение табл. 4.2

| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$                       | $F_2(x,y)$                  |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------|-----------------------------|
| 15           |    | $\sqrt[3]{x^2 + y^2 + \cos xy }$ | -1                          |
| 16           |    | $\operatorname{tg}^2 x$          | $ \operatorname{tg} x + 1 $ |
| 17           |   | $\ln(x^2 + 1)$                   | 2                           |
| 18           |  | $\cos x  + y$                    | 0                           |

Продолжение табл. 4.2

| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$              | $F_2(x,y)$    |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|---------------|
| 19           |    | $y + \log_3 x + 1 $     | 1             |
| 20           |    | $\text{ctg}(x + y + 1)$ | 2             |
| 21           |   | $x^2 + \sin y$          | $\cos(x + y)$ |
| 22           |  | $\sin^2(x + y)$         | $(x + y)^2$   |

| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$                | $F_2(x,y)$      |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------|
| 23           |    | $\sin^2 x$                | $x + y^5$       |
| 24           |    | $\operatorname{tg}(xy^2)$ | $x^2 + y^2 + 4$ |
| 25           |   | 1                         | 2               |
| 26           |  | $\sin^2 x$                | $\cos(x + y)$   |

| Ва-<br>риант | Область D                                                                           | $F_1(x,y)$                | $F_2(x,y)$                  |
|--------------|-------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------|-----------------------------|
| 27           |    | $\operatorname{tg}^2 x$   | 2                           |
| 28           |    | 3                         | $\operatorname{ctg}(x + y)$ |
| 29           |   | $\operatorname{tg}(xy^2)$ | $x + e^y$                   |
| 30           |  | $ x  + \sin y$            | $\frac{1}{e^{ x-y }}$       |



### Практические задания для защиты

1. Вычислить площадь треугольника со сторонами  $a, b, c$  по формуле Герона  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , где  $p = (a+b+c)/2$  – полупериметр треугольника. Проверив при этом возможность построения треугольника с длинами сторон, указанными пользователем.

2. Упорядочить три числа  $x, y, z$  по возрастанию так, чтобы переменной с именем  $x$  соответствовало самое малое из чисел  $x, y, z$ ,  $y$  – среднее, а  $z$  – наибольшее.

3. Вычислить корни квадратного уравнения  $ax^2 + bx + c = 0$ .

4. Найти квадрат наибольшее из двух чисел  $x$  и  $y$  и вывести на экран признак  $N = 1$ , если  $x$  наибольшее число, и  $N = 2$  – в противном случае.

5. Определить, попадает ли точка с координатами  $(x, y)$  в круг радиуса  $R$  с центром в точке с координатами  $(a, b)$ . Вывести признак  $N = 1$ , если точка находится в круге и  $N = 0$  – в противном случае.

6. Определить полярные координаты точки с координатами  $(x, y)$ , заданной в декартовой системе координат.

7. Решить систему уравнений по формуле Крамера:

$$\begin{cases} ax + by = c, \\ dx + ey = f. \end{cases}$$

8. Составьте программу и алгоритм, которая по заданным действительным числам  $a, b, c, d, e, f$  определит, принадлежит ли начало координат треугольнику с вершинами в точках  $(a, b), (c, d), (e, f)$ .

9. Для заданного числа  $x$  найти наибольшее из чисел  $t = \frac{3x^2-7}{\sqrt{x}+1}$  и  $z = \frac{1+\ln(4-x)}{x^2-1}$ .

10. Вычислить высоты треугольника со сторонами  $a, b, c$ , используя формулу Герона (см. вариант 1) и соотношение  $h_a = \frac{2S}{a}$ , где  $h_a$  – длина высоты треугольника опущенного на сторону длиной  $a$ ,  $S$  – площадь треугольника.

11. Вычислить  $\begin{cases} Ax^2 + Bx + C, & \text{если } x \in [A; B], \\ Cx^2, & \text{если } x \notin [A; B]. \end{cases}$

12. Даны  $x, y, z$ . Определить принадлежит ли точка  $(x, y, z)$  шару с центром в точке  $(1, 2, 3)$  и радиусом  $R = 2$ . Вычислить значение  $N = |x + y + z|$ , если точка принадлежит шару и  $N = (x + y + z)^2$  в противном случае.

13. Даны четыре точки:  $A(x_1, y_1, z_1)$ ,  $B(x_2, y_2, z_2)$ ,  $C(x_3, y_3, z_3)$ ,  $D(x_4, y_4, z_4)$ . Установить, лежит ли точка  $D$  в плоскости  $ABC$ .

14. Установить, принадлежит ли точка  $(x, y)$  кольцу с центром в точке  $(a, b)$  и с радиусом  $R_1 = 2, R_2 = 4$ . Если да, то вычислить  $z = \sin(x + y)$ , иначе  $z = |x \cdot y|$ .

15. Решить уравнение  $ax + b = 0$ , где  $x$  – аргумент;  $a$  и  $b$  – параметры.

16. найти стоимость покупки с учётом скидки. Величина скидки  $y$  % предоставляется в случае, когда  $x$  – сумма покупки больше  $z$  рублей.

17. Вычислить расстояние  $|AB|, |AC|, |BC|$  между точками  $A, B, C$ . Если  $|AB| > |BC|$ , то найти  $|AB| + |AC| + |BC|$ , иначе вывести значение  $|AC|$ . Точки заданы тремя координатами.

18. Установить, будут ли точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$  симметричны относительно одной из координатных осей.

19. Найти наименьшее расстояние между точками  $A, B, C$ . Точки заданы тремя координатами.

20. Установить, будут ли прямые проходящие через точки  $A, B$  и  $B, C$ , взаимно перпендикулярны. Точки заданы тремя координатами.

21. Установить, будет ли прямая, проходящая через точки  $A$  и  $B$ , перпендикулярна плоскости  $ax + by + cz + d = 0$ .

22. Прибором производится два измерения некоторой величины. Прибор считается годным, если максимальное отклонение результатов измерений от среднего значения меньше  $\varepsilon$ . Результаты измерений соответственно равны  $x$  и  $y$ . Установить, является прибор годным.

23. Некоторая величина может принимать три значения  $x, y, t$ . Найти её максимальное и минимальное значения.

24. Установить, будут ли прямые, проходящие через точки  $A, B$  и  $B, C$ , параллельными.

25. Установить, будут ли точки  $A(x_1, y_1, z_1)$  и  $B(x_2, y_2, z_2)$  симметричны относительно начала координат.

26. Некоторая величина может принимать три значения  $x, y, z$ . Найти её максимальное отклонение от среднего значения.

27. Установить, является ли треугольник со сторонами  $a, b, c$  прямоугольным.

28. Установить, будет ли треугольник с вершинами в точках  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  равносторонним.

29. Установить, будет ли треугольник с вершинами в точках  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3)$  равнобедренным.

30. Установить, является ли четырёхугольник с вершинами в точках  $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2), C(x_3, y_3), D(x_4, y_4)$  прямоугольником.

### Контрольные вопросы:

1. Какие правила действуют для записи логического выражения?

2. В чём отличие логического выражения от арифметического?
3. Каков порядок выполнения операций в логическом выражении?
4. Вычислите значение выражения  $k \bmod 7 = k \div 5 - 1$  при  $k = 15$ .
5. Вычислите значение выражения  $\text{Odd}(\text{Trunc}(10 * \text{Pi}))$ .
6. Нарисуйте на плоскости  $(x, y)$  область, в которой и только в которой истинно указанное выражение:
  - а.  $(y \geq x) \text{ and } (y + x \geq 0) \text{ and } (y \leq 1)$ ;
  - б.  $(\text{Sqr}(x) + \text{Sqr}(y) < 1) \text{ or } (y > 0) \text{ and } (\text{Abs}(x) \leq 1)$ .
7. Укажите ошибки в приведённых фрагментах программ:
  - а. 

```
If 1 < x < 2 then x := x + 1; y := 0;
 else x := 0; y := y + 1;
```
  - б. 

```
If 1 < x and x < 2
 then begin x := x + 1; y := 0 end;
 else begin x := 0; y := y + 1 end.
```
8. Записать указанное действие в виде одного условного оператора:
  - а. Перераспределить значения переменных  $x$  и  $y$  так, чтобы в  $x$  оказалось большее из значений, а в  $y$  – меньшее;
  - б. Переменной  $N$  присвоить номер четверти плоскости, в которой находится точка с координатами  $x$  и  $y$  ( $xy \neq 0$ ).
9. Записать последовательность операторов для решения задачи:
  - а. Значения переменных  $x$ ,  $y$  и  $z$  поменять местами так, чтобы оказалось  $x \geq y \geq z$ ;
  - б. Считая, что стандартные функции  $\sin x$  и  $\cos x$  применимы только к аргументам из отрезка  $[0, \pi/2]$ , вычислить  $y = \sin x$  для произвольного значения  $x$ .

## Лабораторная работа № 5

Одномерные массивы. Циклы с заданным числом повторений

**Цель работы:** получение навыков в использовании оператора цикла For; овладение практическими навыками работы с массивами.

### Основные понятия

При решении многих задач вычислительный процесс имеет циклический характер, т.е. одни и те же действия повторяются при различных значениях переменных. Многократно повторяющееся выполнение

одних и тех же операторов называют циклом. Для организации циклов с заранее известным числом повторений предусмотрен оператор For, который имеет две модификации:

For i:= S1 to S2 do P;

или

For i:= S1 downto S2 do P;

где For (переводится с английского как «для») – зарезервированное слово; i – параметр цикла – переменная любого порядкового типа (но не Real); S1 – начальное значение параметра цикла (выражение того же типа); to (увеличивать до) – зарезервированное слово; downto (уменьшать до) – зарезервированное слово; S2 – конечное значение параметра цикла (выражение того же типа); P – простой или составной оператор.

В качестве параметра цикла может быть только переменная, а в качестве S1 и S2 могут быть константы, переменные или выражения того же типа (только целочисленного или перечисляемого). Шаг цикла всегда постоянный и равен «интервалу» между двумя ближайшими значениями параметров цикла.

Выполнение цикла начинается с присвоения параметру цикла i стартового значения S1. Затем проверяется, не превосходит ли оно значение S2 (случай to) или не является ли оно меньше S2 (случай downto). Если это утверждение истинно, то цикл считается завершённым и выполняется следующий (за оператором цикла) оператор программы. В противном случае выполняется оператор P (тело цикла) и после этого параметр цикла меняет своё значение на следующее (согласно заголовку цикла). Далее алгоритм повторяется. Запрещается изменять параметр i, а также S1 и S2 внутри тела цикла.

Формально после завершения цикла значение его параметра считается неопределённым, но на практике, как правило, оно оказывается равным конечному значению своего диапазона (однако полагаться на это в программах не рекомендуется, так как результаты могут быть не предсказуемыми).

Оператором For чаще всего обрабатываются массивы (Array). Массивом называют конечный (фиксированный) набор элементов одного и того же типа, к каждому из которых можно обращаться по его номеру (индексу). Индивидуальное имя получает только весь набор (вся структура данных), а для компонент определяется лишь порядок следования и общее их количество.

Как и все другие переменные, массив (до того, как он будет использоваться) должен быть описан в программе, что может быть выполнено (в разделе Var объявления переменных) следующим образом:

<имя> : Array [<диапазон индексов>] of <тип элементов>;

Например, для хранения двадцати элементов с индексами  $a_1, a_2, \dots, a_{20}$  можно использовать массив, описанный в начале программы так:

```
Var A : Array [1..20] of Real;
```

Для обращения (ссылки) к отдельному элементу массива используется запись вида <имя массива> [<индекс>] – так вызывается переменная с индексами. Другими словами, индексы массива записываются внутри квадратных скобок, и в рассматриваемом примере элементы  $A[1], A[2], \dots, A[20]$  будут переменными типа Real. В общем случае ничто не обязывает объявлять диапазон индексов массива числами. В качестве индекса может быть использовано выражение любого порядкового (перечислимого) типа или его диапазона, значение которого определяет номер компоненты массива. Количество компонент массива, их упорядоченность и тип должны задаваться явно, т.е. быть определёнными до начала выполнения программы (не допускается динамическое определение). При этом сумма размеров всех компонентов массива не должна превосходить 64К.

Массивы (наряду с понятием записей Record, множеств Set, файлов File)- представляют собой одно из средств расширения стандартных (создания новых) типов Паскаля. Введение новых типов производится в разделе Type. Например, тот же массив A может быть описан так:

```
Type Vector = Array [1..20] of Real; { в разделе типов }
Var A : Vector; { в разделе переменных }
```

Такой способ становится единственно возможным для описания формальных параметров структурированного типа в процедурах и функциях.

Рассмотрим пример обработки одномерного массива. Составим программу которая для заданного массива  $b_1, b_2, \dots, b_{40}$  найдёт количество положительных элементов и наименьший положительный элемент.

Текст программы (с пояснением алгоритма) может быть следующим:

```
Program Rab5;
```

```
Var
```

|      |                         |                                            |
|------|-------------------------|--------------------------------------------|
| i    | : integer;              | { номер элемента }                         |
| k    | : integer;              | { количество положительных элементов }     |
| minB | : real;                 | { наименьший положительный элемент }       |
| b    | : array[1..40] of Real; | { массив для хранения заданных элементов } |

Begin

(\* установка начальных значений \*)

K := 0; {обнуление: положительных элементов пока нет}

minB := 1E19; {искомый элемент временно = большому числу  
10<sup>19</sup>, полагаем, что вводимые элементы будут  
не больше этого числа}

For i= 1 to 40 do { = в цикле перебираем все элементы = }  
begin

(\* организуем ввод элементов\*)

write('b[', i, ']= '); {вывод «подсказки» какой номер вводится}

readln(b[i]); {ввод элемента}

(\* вычисления \*)

if b[i] > 0 then {проверка: положительный ли элемент?}

begin

k : k + 1; {кол-во положит. увеличиваем на 1}

{ищем минимальный}

if b[i] < minB {текущий элемент оказался меньше}

then minB := b[i]; {искомый элемент равен текущему}

end;

end; { = конец цикла = }

(\* вывод результатов \*)

if k > 0 then {Проверка: а есть ли среди введенных положит.?}

writeln(' k = ', k, ' minB = ', minB:7:3); {выводим ответ 1}

else

writeln('Нет положительных элементов'); {выводим ответ 2}

end.

### Задание к работе

1. Для введённого массива чисел ( $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ ) определить значения величины  $z$ , а также элементы массива ( $y_1, y_2, \dots, y_{20}$ ) (табл. 5.1)

2. На печать вывести результаты вычислений в виде:

Входной массив X:     $x_1$     $x_2$     $x_3$     $x_4$     $x_5$   
 $x_6$     $x_7$     $x_8$     $x_9$     $x_{10}$

промежуточная величина Z = \*\*\*.\*\*\*

выходной массив Y:     $y_1$     $y_2$     $y_3$     $y_4$     $y_5$   
 $y_6$     $y_7$     $y_8$     $y_9$     $y_{10}$   
 $y_{11}$     $y_{12}$     $y_{13}$     $y_{14}$     $y_{15}$   
 $y_{16}$     $y_{17}$     $y_{18}$     $y_{19}$     $y_{20}$

3. Ввести программу в компьютер и отладить её.

### Содержание отчета

1. Постановка задачи (конкретный вариант)
2. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
3. Блок-схема алгоритма программы.
4. «Ручной» счёт для проверки правильности работы программы.

### Варианты заданий

Таблица 5.1

| Вар. | Формулы для определения промежуточной величины $Z$                                                   | Формулы для определения элементов массива $(y_1, y_2, \dots, y_{20})$ |
|------|------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| 1    | $Z = \max_i(x_i), (i = 1, 2, \dots, 10)$                                                             | $y_i = e^{\cos(zi)}$                                                  |
| 2    | $Z = \min_i(x_i), (i = 1, 3, 5, 7, 9)$                                                               | $y_i = \sin(i + z)$                                                   |
| 3    | $Z = \min_i(\cos x_i), (i = 1, 2, \dots, 7)$                                                         | $y_i = \sqrt[3]{i + z}$                                               |
| 4    | $Z = \sum_{i=1}^{10} x_i$                                                                            | $y_i =  i + z $                                                       |
| 5    | $Z$ – первое отрицательное число среди элементов $x_1, x_2, \dots, x_{10}$                           | $y_i = \operatorname{tg}(i - z)$                                      |
| 6    | $Z = \prod_{i=1}^{10} x_i$                                                                           | $y_i = \sin(i) \cdot z$                                               |
| 7    | $Z$ – первое число среди элементов $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ , для которого $ x_i  < 2$              | $y_i = e^{\sin z} - i$                                                |
| 8    | $Z = \sum_{i=3}^8 x_i \cos x_{i+1}$                                                                  | $y_i = \operatorname{tg} z - i$                                       |
| 9    | $Z = \prod_{i=1}^9 (x_i - \cos x_{i+1})$                                                             | $y_i = \frac{1}{z^2 + i}$                                             |
| 10   | $Z = \max_i \left( \frac{x_i}{\sin x_i + 5} \right), (i = 1, 2, \dots, 10)$                          | $y_i = i - \sin z$                                                    |
| 11   | $Z$ – первое отрицательное число среди $a_i = x_i \sin x_i, (i = 1, 2, \dots, 10)$                   | $y_i = \frac{z + i}{2}$                                               |
| 12   | $Z$ – первое число $a_i = \sin x_i - e^{\sin x_i}$ , для которого $ a_i  < 3, (i = 1, 2, \dots, 10)$ | $y_i = e^{\sin i} + z$                                                |
| 13   | $Z = \sum_{i=1}^3 x_{3i}$                                                                            | $y_i = z^3 - \sin i$                                                  |
| 14   | $Z = \prod_{i=1}^5 x_{2i}$                                                                           | $y_i = \cos z + \sqrt[3]{i}$                                          |
| 15   | $Z$ – первое число $a_i = \cos x_i$ , для которого $\sqrt[3]{ a_i } < 1.5, (i = 1, 2, \dots, 10)$    | $y_i = \cos(iz) - \sqrt[5]{i}$                                        |

Окончание табл. 5.1

| Вар. | Формулы для определения промежуточной величины Z                                                        | Формулы для определения элементов массива ( $y_1, y_2, \dots, y_{20}$ ) |
|------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------|
| 16   | $Z$ – первое число $x_i$ для которого $0 < x_i < 5, (i = 1, 2, \dots, 10)$                              | $y_i = \sqrt[3]{z^2} + \cos i$                                          |
| 17   | $Z$ – первое число $a_i = e^{\cos x_i}$ , для которого $\sqrt[3]{ a_i - 5 } < 2, (i = 1, 2, \dots, 10)$ | $y_i = \ln z  + i$                                                      |
| 18   | $Z = \prod_{i=1}^3 x_{3i}$                                                                              | $y_i = \sin z \cdot \cos i$                                             |
| 19   | $Z = \sum_{i=1}^2 ( x_{4i}  + x_{2i})$                                                                  | $y_i = \operatorname{ctg} i - \sqrt[3]{ z }$                            |
| 20   | $Z = \sum_{i=1}^8 (\cos x_{i+2} + 3)$                                                                   | $y_i = \operatorname{tg} z - i^2$                                       |
| 21   | $Z = \prod_{i=1}^8 (x_i \cdot x_{i+2} - x_{i+1})$                                                       | $y_i = \frac{\ln i}{ z  + 2}$                                           |
| 22   | $Z = \max_i (x_i^2 - x_{i+2}), (i = 1, 2, \dots, 7)$                                                    | $y_i =  \sin i ^z$                                                      |
| 23   | $Z = \sum_{i=1}^4 (x_i + x_{i+1} + x_{2i})$                                                             | $y_i = \sqrt{ \cos z  + i}$                                             |
| 24   | $Z$ – первое число из $a_i = 0.1 \cdot x_i$ для которого $0 < a_i < 3, (i = 1, 2, \dots, 10)$           | $y_i = \frac{i + (i + z)^2}{ \sin z  + 2}$                              |
| 25   | $Z = \sum_{i=1}^5 (x_i + \sin x_i)$                                                                     | $y_i = \ln^2 i + z \cdot i$                                             |
| 26   | $Z = \prod_{i=1}^5 3x_{2i}$                                                                             | $y_i = \sqrt{ \sin z  + i}$                                             |
| 27   | $Z = \sum_{i=4}^9 x_i \sin x_{i+1}$                                                                     | $y_i = \frac{z + i}{\sin i}$                                            |
| 28   | $Z = \prod_{i=1}^5 x_{2i-1}$                                                                            | $y_i = \sin z \cdot \operatorname{tg} i$                                |
| 29   | $Z = \sum_{i=2}^8 (x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1})$                                                           | $y_i = \frac{ \cos z }{i + 3}$                                          |
| 30   | $Z = \sum_{i=1}^5 x_{2i-1}$                                                                             | $y_i = i - \cos z$                                                      |



### Практическое задание для защиты

Составить блок-схему и написать текст программы для решения приведенной в варианте задания задачи

#### Варианты заданий для практической защиты

1. Вычислить сумму и количество элементов массива  $X$  больших числа  $a$ , где  $a$  – среднее арифметическое элементов массива  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt{i-1} \cdot \sin(i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 50$ .

2. Вычислить среднее арифметическое отрицательных элементов массива  $X$  и их количество. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt[3]{i-10} \cdot \sin(i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

3. массива  $X$  Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt[3]{i-10} \cdot \cos(i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

4. Переписать положительные элементы массива  $X$  в массив  $Y$  и подсчитать их количество. Элементы массива  $X$  вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt[3]{i-1} \cdot \sin(i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

5. Переписать отрицательные элементы массива  $X$  в массив  $Y$  и подсчитать их количество. Элементы массива  $X$  вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt[3]{i-10} \cdot \sin(i-0,5)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

6. Определить максимальный элемент массива  $X$  и его порядковый номер. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt{|i-10|} \cdot \lg(i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

7. Определить минимальный элемент массива  $X$  и его порядковый номер. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^2 - 2i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

8. Найти максимальный и минимальный элементы массива  $X$  и поменять их в массиве местами. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^2 - 3i)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

9. Найти количество положительных и отрицательных элементов в массиве  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^2 - 5i + 6)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

10. Расположить в массиве  $Y$  сначала положительные, а затем отрицательные элементы массива  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 - 9i + 8$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

11. Определить сумму элементов массива  $X$ , значения которых кратны трём. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 - 2i - 3$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

12. Определить сумму элементов массива  $X$ , значения которых кратны двум. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 + 3i + 2$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

13. Вычислить сумму и количество элементов массива  $X$  больших по абсолютной величине заданного числа  $a$ , где  $a > 0$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 - 10i + 1$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

14. Найти числа, встречающиеся среди элементов массива  $X$  более одного раза. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 - 5i + 4$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

15. Среди элементов массива  $X$  найти максимальный по модулю элемент и его порядковый номер. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = \sqrt[3]{i - 5} \cdot (\sin(i) + \cos(i))$ , где  $i = 1, 2, \dots, 15$ .

16. Переписать чётные элементы массива  $X$  в массив  $Y$  и подсчитать их количество. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 + 4i - 12$ , где  $i = 1, 2, \dots, 15$ .

17. Переписать элементы массива  $X$  в массив  $Y$  в обратном порядке и найти порядковый номер максимального элемента в массиве  $Y$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 - 4i + 3$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

18. Среди элементов массива  $X$  найти числа, встречающиеся более двух раз. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^3 - 6i^2 + 11i - 6$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

19. Переписать нечётные элементы массива  $X$  в массив  $Y$  и подсчитать их количество. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^2 + 4i - 12$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

20. Переписать элементы массива  $X$  в массив  $Y$  в обратном порядке и найти порядковый номер минимального элемента в массиве  $Y$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^3 - 7i - 3$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

21. Найти число чётных положительных элементов в массиве  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^2 - 4i + 3)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

22. Найти число нечётных положительных элементов в массиве  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^2 + 6i + 5)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

23. Найти число нечётных отрицательных элементов в массиве  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^3 - 4(i + 3))$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

24. Найти число чётных отрицательных элементов в массиве  $X$ . Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^3 - 5i - 10)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

25. Расположить элементы массива  $X$  в порядке возрастания. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (-1)^i \cdot (i^3 - 6i^2 - 6)$ , где  $i = 1, 2, \dots, 10$ .

26. Среди элементов массива целых чисел  $X$  найти сумму всех двузначных чисел. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = (i + 1)^2$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

27. Среди элементов массива целых чисел  $X$  найти сумму и количество всех нечётных двузначных чисел. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = 10i + i^2$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

28. Среди элементов массива целых чисел  $X$  найти среднее арифметическое всех чётных двузначных чисел. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = i^3 + i^2 + 10$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

29. Среди элементов массива целых чисел  $X$  найти сумму квадратов всех чётных двузначных чисел. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = 2i^2 + 3i - 5$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

30. Среди элементов массива целых чисел  $X$  найти сумму квадратов всех нечётных двузначных чисел. Элементы массива вычисляются по формуле  $X_i = 3i^2 - 2i + 10$ , где  $i = 1, 2, \dots, 20$ .

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение цикла в программе.
2. Дайте определение переменной с индексом.
3. Как в программе описываются переменные с индексами?
4. Что понимается под массивами?
5. Как описываются массивы?
6. Как организуется в программе ввод (вывод) массива?
7. Какие операции разрешены над массивами и их элементами?
8. Что будет посчитано в результате выполнения оператора

$S := 0;$

For  $k := 5$  to  $10$  do  $S := S + 2 * k - 1$ ; ?

9. Составьте алгоритм и программу для определения суммы отрицательных элементов массива  $z_1, z_2, \dots, z_{15}$ .

10. Составьте алгоритм и программу, которая определяет номера первого отрицательного и первого положительного элемента массива  $z_1, z_2, \dots, z_{25}$ .

11. Составьте алгоритм и программу, которая поменяет местами наибольший и наименьший элементы массива  $z_1, z_2, \dots, z_{13}$ .

12. Составьте алгоритм и программу, которая запишет элементы массива  $z_1, z_2, \dots, z_{17}$  в обратном порядке.

13. Составьте алгоритм и программу, которая вычислит среднее арифметическое элементов массива  $z_1, z_2, \dots, z_{123}$ .

14. Составьте программу для вычисления
- $$y = \sqrt{3 + \sqrt{6 + \dots + \sqrt{96 + \sqrt{99}}}}$$
15. Составьте программу для вычисления  $y = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{100^2}$

## Лабораторная работа № 6

### Обработка таблиц. Вложенные циклы

**Цель работы:** получение навыков в программировании вложенных циклов; приобретение навыков в работе с двумерными массивами.

#### Основные понятия:

При построении массива ничто не запрещается его компонентам быть, в свою очередь, элементами массива. Таким способом могут быть построены довольно сложные структуры данных. При этом количество измерений массива может быть любым (ограничение в 65520 байт для суммарной длины внутреннего представления массива остается). На практике массивы более трех измерений свидетельствуют, как правило, о плохой структуризации данных.

Для обработки таблиц в программе применяются двумерные массивы. Например, для элементов матрицы  $A = \{a_{ij}\}$ , содержащей шесть строк и семь столбцов можно выделить двумерный массив, который в разделе описания переменных может быть описан так:

`Var A: array[1..6] of array[1..7] of integer;`

Допуска-

ется (и более часто используется) другая форма записи:

`Var A: array[1..6, 1..7] of integer;`

в данном случае все элементы массива A будут целыми числами.

В памяти компьютера элементы массивов следуют друг за другом так, что (при переходе от младших адресов к старшим) наиболее быстро меняется самый правый индекс массива, если их несколько. При выполнении программы компилятор не будет (по умолчанию) осуществлять проверку, принадлежит ли значение индекса объявленному диапазону или нет. Некорректное значение индекса извлечет из памяти компьютера какое-нибудь значение (находящееся по адресу, вычисляемому в соответствии с правилами размещения элементов массива), но это значение не будет принадлежать массиву.

Обрабатываются массивы, как правило, операторами For. Поскольку оператору цикла «все равно», что происходит в его теле, тело цикла может другие, так называемые вложенные циклы. При использовании вложенных циклов программа, естественно, должна быть составлена таким образом, чтобы внутренний цикл полностью укладывался в циклическую часть внешнего цикла.

*Пример выполнения работы.* Составим алгоритм и программу для вычисления элементов матрицы A по формулам

$$a_{ij} = \sin\left(\frac{\pi \cdot i}{4} + \frac{\pi \cdot j}{8}\right) + \sqrt{i \cdot j}, (i = 1, 2, \dots, 8; j = 1, 2, \dots, 7)$$

и нахождения суммы элементов каждой ее строки.

Текст программы (с пояснениями алгоритма) может иметь такой вид:

Program Rab6;

Var

i,j:integer;                    {i – номер строки, j – номер столбца}  
S:array[1..8] of real; {массив для сумм элементов каждой строки}  
A:array[1..8,1..7] of real; {массив для матрица A}

Begin

For i:=1 to 8 do                    {цикл по i – перебор строк}  
begin  
  S[i]:=0;                    {обнуляем значение суммы}  
  For j:=1 to 7 do            {цикл по j – перебор столбцов}  
  begin  
                                  {вычисление элементов по заданным  
                                  формулам}

    a[i,j]:=sin(pi\*i/4+pi\*j/8)+sqrt(i\*j);

    write(a[i,j]):7:3);        {выводим значение очередного  
                                  элемента}

    S[i]:= s[i]+a[i,j];        {накапливаем сумму элементов i-й  
                                  строки}

  end;                    {конец цикла по j (столбцам)}

  write(S[i]:2:3);            {вывод суммы элементов в строке}

  writeln;

end                    {конец цикла по i (строкам)}

end.                    {конец программы}

### Задание к работе

Составить алгоритм и программу для нахождения элементов матрицы размерностью  $N \times N$  и величины  $D$  в соответствии с вариантом (табл. 6.1). Величина  $N \leq 10$ , вводится пользователем. Вывести на печать результаты и исходную матрицу в виде таблицы.

### Содержание отчета

1. Постановка задачи (конкретный вариант)
2. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
3. Блок-схема алгоритма программы.
4. «Ручной» счёт для проверки правильности работы программы.

### Варианты заданий:

Таблица 6.1

| Вариант | $a_{ij}$                                                                       | $D$                                                                                |
|---------|--------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| 1       | $\sqrt{\sin^2\left(\frac{i+j}{4}\right)+1}$                                    | Сумму элементов главной и побочной диагоналей матрицы $A$                          |
| 2       | $\sqrt[3]{i+j}$                                                                | Наибольший элемент в матрице $A$ , кратный 3                                       |
| 3       | $\sin\frac{i\pi}{4} + \cos\frac{j\pi}{4}$                                      | Количество четных, положительных элементов матрицы $A$                             |
| 4       | $\cos\frac{i\pi}{3} + \sin\frac{j\pi}{3}$                                      | Количество нулевых элементов матрицы $A$ , расположенных ниже побочной диагонали   |
| 5       | $\lg\frac{i}{3} \cdot \lg\frac{j}{3}$                                          | Произведение всех элементов матрицы $A$ , расположенных под главной диагональю     |
| 6       | $\cos((i-j)\pi)$                                                               | Наименьший из элементов, расположенных во втором столбце матрицы $A$               |
| 7       | $\sin\frac{i \cdot \pi}{2} \cdot \sin\frac{j \cdot \pi}{2}$                    | Произведение элементов побочной диагонали                                          |
| 8       | $e^{\sqrt{2i-j}}$                                                              | Сумма всех элементов матрицы $A$ , расположенных над главной диагональю.           |
| 9       | $e^i \cdot \cos(j\pi)$                                                         | Сумма элементов матрицы $A$ , расположенных в четных строках                       |
| 10      | $e^j \cdot \sin(i\pi)$                                                         | Наибольший из элементов матрицы $A$ в четных столбцах                              |
| 11      | $\sin\left(\frac{i\pi}{4}\right) \cdot \cos\left(j \cdot \frac{\pi}{2}\right)$ | Наименьший из элементов матрицы $A$ в нечетных строках                             |
| 12      | $e^{\sin\left(\frac{\pi}{4}i\right)} - e^{\cos\left(\frac{\pi}{3}j\right)}$    | Количество положительных элементов матрицы $A$ , расположенных в нечетных столбцах |

Продолжение табл. 6.1

| Вариант | $a_{ij}$                                                                               | D                                                                                     |
|---------|----------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------|
| 13      | $\sin\left(\frac{i+j}{4}\pi\right)$                                                    | $\min_i \left( \sum_{k=1}^4  a_{ik}  \right)$                                         |
| 14      | $\cos\left(\frac{i-j}{3}\pi\right)$                                                    | $\max_i \left( \sum_{k=1}^5  a_{ik}  \right)$                                         |
| 15      | $\lg i + \lg j$                                                                        | $\max_k \left( \sum_{i=1}^4 a_{ik} \right)$                                           |
| 16      | $e^{\frac{i+j}{4}}$                                                                    | $\min_k \left( \sum_{i=1}^5 a_{i,j} \right)$                                          |
| 17      | $\frac{\sin\left(\frac{i\pi}{4}\right)}{1 + \cos^2\left(\frac{j\pi}{3}\right)}$        | $\min a_{ij}, (i = 1, 2, 3), (j = 1, 2, 3)$                                           |
| 18      | $\sin \frac{i+j}{3} \pi$                                                               | $\sqrt{\sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6  a_{ik}^2 }$                                         |
| 19      | $\cos \frac{i \cdot j}{3} \pi$                                                         | $\sum_{i=1}^5 \sum_{k=1}^5  a_{ik} $                                                  |
| 20      | $\cos \frac{i+j}{4} \pi$                                                               | $\sqrt{\sum_{i=1}^4 a_{ii}^2}$                                                        |
| 21      | $\ln(10\sqrt{i+j})$                                                                    | $\sum_{i=1}^5  a_{ii} $                                                               |
| 22      | $e^{\sqrt{i+j}}$                                                                       | Произведение положительных элементов матрицы A, расположенных выше побочной диагонали |
| 23      | $\cos\left(\frac{i \cdot j}{4}\pi\right)$                                              | Наименьшее значение элементов матрицы A, расположенных ниже побочной диагонали        |
| 24      | $\frac{\cos\left(i \cdot \frac{\pi}{4}\right)}{1 + \sin^2\left(\frac{j\pi}{3}\right)}$ | Максимальное значение среди четных элементов матрицы A                                |
| 25      | $\cos \frac{i\pi}{4} \cdot \sin \frac{j\pi}{3}$                                        | Наибольший из элементов матрицы A, расположенных на главной диагонали                 |

Продолжение табл. 6.1

| Вариант | $a_{ij}$                                                             | D                                                                                                        |
|---------|----------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 26      | $\ln i + \lg j$                                                      | Сумма элементов побочной диагонали матрицы A                                                             |
| 27      | $\operatorname{arctg}\left(\frac{i}{2} + \frac{j}{4}\right)$         | Сумма наибольшего значения главной диагонали и наименьшего значения побочной диагонали матрицы A         |
| 28      | $e^{\sqrt[4]{\sin(i+j)}}$                                            | Произведение наименьшего значения главной диагонали и наибольшего значения побочной диагонали матрицы A  |
| 29      | $\cos\left(\frac{i-j}{3}\pi\right) - \sin\left(\frac{i+j}{4}\right)$ | Разница между наибольшим значением главной диагонали и наименьшим значением побочной диагонали матрицы A |
| 30      | $e^{\sqrt[3]{i\pi}} \cdot \operatorname{tg}(j\pi)$                   | Наименьший из элементов матрицы A, расположенных над главной диагональю                                  |

### Практические задания для защиты

1. Вычислить сумму и число отрицательных элементов матрицы A, находящихся под главной диагональю. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (-1)^i \cdot (2 + j - |i - j|!)$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

2. Вычислить сумму и число положительных элементов матрицы A, находящихся под главной диагональю. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (-1)^{i+j} \cdot (j - 10) \cdot ((i + 2)!)$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

3. Вычислить сумму и число положительных элементов матрицы A, находящихся на главной диагонали. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (-1)^i \cdot (|i - j|!)$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

4. вычислить сумму и число положительных элементов матрицы A. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{(-1)^j \cdot (i - 1)!}{j!}$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

5. Вычислить сумму и число отрицательных элементов матрицы A, находящихся над главной диагональю. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (-1)^{i+j} \cdot (1 + \cos(|i - 6|!))$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

6. Вычислить сумму и число отрицательных элементов матрицы A, находящихся под главной диагональю. Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{ij} = (-1)^{i+j} \cdot 2 - (-1)^i \cdot 3 - (-1)^j \cdot 5$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .



7. В матрице  $A$  положительные элементы заменить на нули и результаты записать в матрицу  $B$ . Вычислить число и сумму отрицательных элементов в матрице  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{-15+3i}{3-4j}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

8. В матрице  $A$  отрицательные элементы заменить на единицы и результаты записать в матрицу  $B$ . Вычислить число и сумму отрицательных элементов в матрице  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{2-i}{-\sqrt{20+j}}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

9. В матрице  $A$  отрицательные элементы заменить на нули, а положительные на единицы и записать результат в матрицу  $B$ . Вычислить число элементов, равных единице в матрице  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{1}{i} - \frac{1}{j}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

10. В каждой строке матрицы  $A$  найти минимальный элемент. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{|i-5|!}{j} \cdot \frac{|j-4|!}{i}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

11. В каждом столбце матрицы  $A$  найти максимальный элемент. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (100 - |j-i|!) \cdot (-1)^j$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

12. Транспонировать матрицу  $A$  и результат записать в матрицу  $B$ . Вычислить сумму индексов положительных элементов матрицы  $B$ , стоящих на главной диагонали. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{8-i}{-\sqrt{3}+j}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

13. В матрице  $A$  найти число строк и столбцов, содержащих более трех отрицательных элементов, и их номера. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \sqrt[3]{j-5} \cdot \frac{i-5}{j}$ , где  $i,j=1,2,\dots,10$ .

14. В матрице  $A$  найти число строк и столбцов, содержащих не более трех положительных элементов, и их номера. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{(i+1)^2 - j - 1}{j^2 + i + 1}$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

15. В целочисленной матрице  $A$  найти сумму и число элементов кратных пяти. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \lfloor (j-3) \cdot (i-2) \cdot (ij-50) \rfloor$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

16. В целочисленной матрице  $A$  найти номера строк, содержащих более трех четных элементов. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = |i-j|! |2i-j|!$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

17. В целочисленной матрице  $A$  найти номера строк, содержащих более трех четных элементов, кратных трем. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \lfloor (i^2 - 6j + 8) \cdot \lfloor (j-4) \rfloor \rfloor$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

18. В целочисленной матрице  $A$  найти сумму четных элементов. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = (j-1)^3 \cdot (j+1)! \cdot (ij-3)$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

19. В целочисленной матрице  $A$  найти сумму элементов кратных четырем. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле

20. В целочисленной матрице  $A$  найти сумму индексов четных элементов. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \lfloor j-i \rfloor! - 100$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

21. В каждой строке матрицы  $A$  найти максимальный элемент и поменять его местами с первым элементом соответствующей строки. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{3|j-6|! - \lg i}{1 + \lg j}$ , где  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

22. В каждой строке матрицы  $A$  найти минимальный элемент и поменять его местами с последним элементом соответствующей строки. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{\sqrt{i!} - \sqrt{j!}}{i+j}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, 10$ .

23. Найти наименьший и наибольший элементы матрицы  $A$  и поменять их местами. Результат записать в матрицу  $B$ . Элементы матрицы вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \ln|(1 + \cos j) \cdot \sin i|$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

24. В каждой строке матрицы  $A$  найти наименьший элемент и поменять его местами с соответствующим элементом главной диагонали. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \frac{1}{i} \cdot (j-3) \cdot (j^2 - 3j + 2)$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

25. В матрице  $A$  найти строку с наибольшей суммой элементов и ее номер. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \lg(i \cdot j)$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

26. В матрице  $A$  найти строку с наименьшей суммой элементов и ее номер. Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \sqrt{i^2 + j^2} - \sqrt{i \cdot j}$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

27. В матрице  $A$  найти строку с наименьшим элементом и упорядочить элементы этой строки по возрастанию. Результат записать в матрицу  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \sin j \cdot (1 - 2 \sin i)$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

28. В матрице  $A$  найти строку с наибольшим элементом и упорядочить элементы этой строки по убыванию. Результат записать в матрицу  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \sqrt[i]{i-j}$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

29. В матрице  $A$  найти столбец с наименьшим элементом и упорядочить элементы этого столбца по возрастанию. Результат записать в матрицу  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле  $a_{i,j} = \sqrt[3]{i-j}$ , где  $i, j=1, 2, \dots, 10$ .

30. В матрице  $A$  найти столбец с наибольшим элементом и упорядочить элементы этого столбца по убыванию. Результаты записать в матрицу  $B$ . Элементы матрицы  $A$  вычисляются по формуле

$$a_{i,j} = \frac{i}{j} - j, \text{ где } i, j=1, 2, \dots, 10.$$

**Контрольные вопросы:**

1. Перечислите способы описания многомерных массивов.
2. Как располагаются в памяти ЭВМ элементы многомерных массивов?
3. Как осуществляется ввод и вывод многомерных массивов?
4. Дайте определение массива.
5. Верно ли, что могут существовать массивы массивов?
6. Какой массив называется двумерным?
7. Какой массив называется n-мерным?
8. Существуют ли ограничения на размерность двумерных массивов?
9. Верно ли, что двумерные массивы располагаются в памяти таким образом, что второй индекс изменяется быстрее, чем первый?
10. Предложите способы вывода элементов двумерного массива.
11. Может ли процедура `read(x)` ввести весь двумерный массив `x` целиком?
12. Верно ли, что матрица расположена в памяти по строкам?
13. Можно ли с помощью стандартной процедуры `write(x)` вывести весь двумерный массив `x` целиком?
14. Верно ли, что двумерный массив соответствует понятию прямоугольной таблицы (матрице, набору векторов)?
15. Обязательно ли количество элементов массива должно быть фиксированным, т.е. определяться при трансляции программы?
16. Всегда ли работа с двумерным массивом сводится к работе с его компонентами?
17. Верно ли, что элементы с большими значениями индекса хранятся в больших адресах памяти?
18. Дайте определение индекса. Какие типы данных нельзя использовать при описании индекса?
19. Может ли левая граница индексов массива быть равной нулю или быть отрицательной?
20. В каком разделе (разделах) программы допустимо описание многомерных массивов?
21. Как осуществляется ввод и вывод двумерных массивов?
22. Возможно ли следующее описание: `Var A: array[1..N, 0..M, 1..N]`?
23. Приведите пример присвоения элементу трехмерного массива определенного значения.
24. Можно ли определить двумерный массив с заранее неизвестным количеством компонент?

25. Возможно ли следующее описание: Type Mas = array[1..N, N..0] of char?

## Лабораторная работа № 7

### Программирование алгоритмов итерационной циклической структуры

**Цель работы:** получение навыков в программировании итерационных циклов; овладение практическими навыками работы с операторами циклов с условием.

#### Основные понятия:

##### Организация итерационных циклов в программе

Для организации итерационных циклов (когда число повторений неизвестно) применяют операторы цикла с предусловием (While) или с постусловием (Repeat).

Оператор цикла While имеет такую структуру:

While Y do P,

где While (пока) – зарезервированное слово; Y – некоторое условие (логическое выражение); do (выполнять) – зарезервированное слово; P – простой или составной оператор.

Выполняется оператор While следующим образом: если условие Y истинно, то выполняется тело цикла (оператор или группа операторов P); если условие Y ложно, то оператор P пропускается.

Оператор цикла Repeat имеет такую структуру:

Repeat

P<sub>1</sub>;

P<sub>2</sub>;

...

Until Y; ,

где Repeat (повторять) – зарезервированное слово; P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ... операторы тела цикла; Until (до тех пор пока) – зарезервированное слово; Y – некоторое условие (логическое выражение).

Выполняется оператор Repeat следующим образом: сначала выполняются операторы P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ... тела цикла, затем проверяется условие Y и если это условие ложно, то цикл повторяется (снова повторяются операторы P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, ...). Цикл прекращается тогда, когда условие Y становится истинным. Нижняя граница операторов циклической части четко обозначена словом Until, поэтому нет необходимости заключать операторы циклической части в скобки вида begin – end. В тоже время и дополнительное наличие операторных скобок не является ошибкой.

При написании итерационных циклов следует помнить о следующем. Что бы цикл имел шанс когда-нибудь завершиться, содержимое его тела (оператора Р) должно обязательно влиять на условия цикла (должно как-то изменяться переменные, входящие в условие цикла). Для оператора цикла While, кроме того, условие должно состоять из корректных выражений и значений, определенных еще до первого выполнения тела цикла.

Итерационные циклы также могут быть вложенными.

### Пример выполнения лабораторной работы.

Составить блок-схему и программу для вычисления суммы членов бесконечного ряда

$$s = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots + (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$$

с точностью до члена ряда, меньшего  $\varepsilon=10^{-4}$  для  $x=0,1$ . Определить число членов ряда, вошедших в сумму.

Для вычисления общего члена ряда  $a_n = (-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}$ , используем

рекуррентное соотношение, выразив  $n$ -й член ряда через  $(n-1)$ -й. Рекуррентное соотношение позволяет вычислить последующие неизвестные коэффициенты через предыдущие, уже известные. В нашем случае все слагаемые последовательно вычисляются, начиная с известного  $a_1 = x$ .

$$a_{n-1} = (-1)^{n-1} \frac{x^{2(n-1)-1}}{(2(n-1)-1)!} = (-1)^{n-1} \frac{x^{2n-3}}{(2n-3)!},$$

$$R = \frac{a_n}{a_{n-1}} = \frac{(-1)^n \frac{x^{2n-1}}{(2n-1)!}}{(-1)^{n-1} \frac{x^{2n-3}}{(2n-3)!}} = (-1)x^2 \frac{(2n-3)!}{(2n-1)!} = \frac{(-1)x^2}{(2n-2)(2n-1)}$$

$$a_n = -a_{n-1} \frac{x^2}{(2n-2)(2n-1)}; a_1 = x, n = 1, 2, 3, 4, \dots$$

Значения членов ряда вычислим с помощью операторов присваивания  $a := x$  до цикла для первого члена и для всех последующих в цикле по оператору  $a := -a \frac{x^2}{(2n-2)(2n-1)}$  в цикле.

Текст программы, реализующий алгоритм, может иметь следующий вид:

Program lab7;

```

Var x, eps, a, s:real; n:byte;
Begin
 writeln('Введите x,eps'); {Запрос на ввод исходных данных}
 readln(x,eps); {Ввод исходных данных}
 n:=0; s:=0; a:=x; {присваивание начальных значений}
 while abs(a)>eps do
 begin
 s:=s+a; {Вычисление текущей суммы ряда}
 n:=n+1; {Увеличение номера члена ряда}
 a:=-a*(sqr(x)/((2n-2)*(2n-1))); {Вычисление текущего члена
ряда}
 end;
 writeln('При x =', x:2:4, 'сумма членов ряда=', s:2:4);
 writeln('Число членов ряда=', n:4);
end.

```

### Задание к работе

1. Вычислить значение суммы бесконечного ряда с заданной точностью  $\epsilon$ . Вывести значение суммы и число членов ряда, вошедших в сумму.
2. Составить алгоритм и программу в соответствии с вариантом.
3. Отладить составленную программу.
4. Протестировать программу и вывести результаты тестирования.

### Содержание отчета

1. Постановка задачи (конкретный вариант).
2. Рекуррентное соотношение для заданного ряда.
3. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
4. Блок-схема алгоритма программы.
5. Точное значение суммы ряда, посчитанное по табл. 7.1 и величина погрешности результата, полученного в ходе выполнения программы.

### Варианты заданий

Таблица 7.1

| Вари-<br>Ант | Сумма членов ряда                                                                                                                                                      | X | Точ-<br>ность<br>$\epsilon$ | Точное<br>значе-<br>ние |
|--------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|-----------------------------|-------------------------|
| 1            | $1 + \frac{x}{2 \cdot 1!} + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{x}{2}\right) \frac{1}{3!} + \dots + \left(\frac{x}{2}\right)^n \frac{1}{n!} + \dots$ | 1 | 0,0001                      | $e^{\frac{x}{2}}$       |

Продолжение табл. 7.1

| Вари-<br>Ант | Сумма членов ряда                                                                                                                                                                                                          | X    | Точ-<br>ность<br>ε | Точное<br>значе-<br>ние                         |
|--------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|--------------------|-------------------------------------------------|
| 2            | $\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{2}\right)^3 \frac{1}{3!} + \left(\frac{x}{2}\right)^5 \frac{1}{5!} - \left(\frac{x}{2}\right)^7 \frac{1}{7!} + \dots (-1)^{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n-1} \frac{1}{(2n-1)!} + \dots$   | 0,5  | 0,0001             | $\sin\left(\frac{x}{2}\right)$                  |
| 3            | $\frac{x}{2} - \left(\frac{x}{2}\right)^2 \frac{1}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)^3 \frac{1}{3} - \left(\frac{x}{2}\right)^4 \frac{1}{4} + \dots + (-1)^{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^n \frac{1}{n} + \dots$               | 0,75 | 0,001              | $\ln\left(1 + \frac{x}{2}\right)$               |
| 4            | $1 - \left(\frac{x}{2}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{x}{2}\right)^4 \frac{1}{4!} - \left(\frac{x}{2}\right)^6 \frac{1}{6!} + \dots + (-1)^{n+1} \left(\frac{x}{2}\right)^{2n-2} \frac{1}{(2n-2)!} + \dots$           | 2    | 0,001              | $\cos \frac{x}{2}$                              |
| 5            | $\frac{1}{x} - \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} - \dots + (-1)^n \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} + \dots$                                                                                                                          | 1,5  | 0,0001             | $\operatorname{arcctg}(x)$                      |
| 6            | $\frac{x}{2} + \left(\frac{x}{2}\right)^3 \frac{1}{3!} + \left(\frac{x}{2}\right)^5 \frac{1}{5!} + \left(\frac{x}{2}\right)^7 \frac{1}{7!} + \dots + \left(\frac{x}{2}\right)^{2n+1} \frac{1}{(2n+1)!} + \dots$            | 2    | 0,0001             | $sh\left(\frac{x}{2}\right)$                    |
| 7            | $1 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{x}{2}\right)^4 \frac{1}{4!} + \left(\frac{x}{2}\right)^6 \frac{1}{6!} + \dots + \left(\frac{x}{2}\right)^{2n} \frac{1}{2n!} + \dots$                            | 1    | 0,001              | $ch \frac{x}{2}$                                |
| 8            | $1 + \frac{x}{3 \cdot 1!} + \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{x}{3}\right)^3 \frac{1}{3!} + \dots + \left(\frac{x}{3}\right)^n \frac{1}{n!} + \dots$                                                   | 3    | 0,0001             | $e^{\frac{x}{3}}$                               |
| 9            | $\frac{x}{3} - \left(\frac{x}{3}\right)^3 \frac{1}{3!} + \left(\frac{x}{3}\right)^5 \frac{1}{5!} - \left(\frac{x}{3}\right)^7 \frac{1}{7!} + \dots + (-1)^{n+1} \left(\frac{x}{3}\right)^{2n-1} \frac{1}{(2n-1)!} + \dots$ | 0,75 | 0,001              | $\sin\left(\frac{x}{3}\right)$                  |
| 10           | $-\frac{x}{3} - \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{1}{2} - \left(\frac{x}{3}\right)^3 \frac{1}{3} - \left(\frac{x}{3}\right)^4 \frac{1}{4} - \dots - (-1) \left(\frac{x}{3}\right)^n \frac{1}{n} - \dots$                    | 0,25 | 0,001              | $\ln\left(\frac{x}{3}\right)$                   |
| 11           | $1 - \left(\frac{x}{3}\right)^2 \frac{1}{2!} + \left(\frac{x}{3}\right)^4 \frac{1}{4!} - \left(\frac{x}{3}\right)^6 \frac{1}{6!} + \dots + (-1)^{n+2} \left(\frac{x}{3}\right)^{2n} \frac{1}{2n!} + \dots$                 | 3    | 0,0001             | $\cos\left(\frac{x}{3}\right)$                  |
| 12           | $\frac{2}{x} - \frac{1}{3} \left(\frac{2}{x}\right)^3 + \frac{1}{5} \left(\frac{2}{x}\right)^5 - \frac{1}{7} \left(\frac{2}{x}\right)^7 + \dots + (-1)^{n+1} \left(\frac{2}{x}\right)^{2n-1} \frac{1}{2n-1} + \dots$       | 2    | 0,0001             | $\operatorname{arcctg}\left(\frac{x}{2}\right)$ |
| 13           | $\frac{x}{3} + \left(\frac{x}{3}\right)^3 \frac{1}{3!} + \left(\frac{x}{3}\right)^5 \frac{1}{5!} + \left(\frac{x}{3}\right)^7 \frac{1}{7!} + \dots + \left(\frac{x}{3}\right)^{2n-1} \frac{1}{(2n-1)!} + \dots$            | 3    | 0,001              | $sh\left(\frac{x}{3}\right)$                    |
| 14           | $1 + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} + \dots + \frac{x^{2n}}{(2n)!} + \dots$                                                                                                                                               | 0,70 | 0,0001             | $chx$                                           |
| 15           | $4\left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots + (-1)^{n+1} \frac{1}{2n-1}\right)$                                                                                                              | -    | 0,0001             | $\pi$                                           |



Окончание табл. 7.1

| Вари-<br>Ант | Сумма членов ряда                                                                                                                                                                                                        | X                 | Точ-<br>ность<br>ε | Точное<br>значе-<br>ние |
|--------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|--------------------|-------------------------|
| 16           | $1 - \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{\left(\frac{\pi}{6}\right)^{2n}}{(2n)!}$                                                                   | -                 | 0,0005             | $\cos \frac{\pi}{6}$    |
| 17           | $x + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$                                                                                                                                         | 1,7               | 0,001              | $\operatorname{sh} x$   |
| 18           | $\frac{\pi}{3} - \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^3}{3!} + \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^5}{5!} - \dots + (-1)^n \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^{2n+1}}{(2n+1)!} + \dots$                                           | -                 | 0,0005             | $\sin \frac{\pi}{3}$    |
| 19           | $1 + \frac{\ln a}{1} x + \frac{(\ln a)^2}{2!} x^2 + \frac{(\ln a)^3}{3!} x^3 + \dots + \frac{(\ln a)^n}{n!} x^n$                                                                                                         | 0,7,<br>при $a=3$ | 0,001              | $a^x$                   |
| 20           | $x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots + \frac{x^{2n+1}}{2n+1} + \dots$                                                                                                                              | 2,50              | 0,0001             | $\operatorname{arth} x$ |
| 21           | $2 \left( \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{3} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^3 + \frac{1}{5} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^5 \right) + \dots + 2 \left( \frac{1}{2n+1} \left( \frac{x-1}{x+1} \right)^{2n+1} \right) + \dots$ | 1,70              | 0,0001             | $\ln x$                 |
| 22           | $\frac{2}{3} \sin 2x - \frac{3}{8} \sin 3x + \dots + (-1)^n \frac{n}{n^2-1} \sin nx + \dots$                                                                                                                             | 0,62              | 0,0001             | $S$                     |
| 23           | $1 + \frac{\cos x}{1!} + \frac{\cos 2x}{2!} + \dots + \frac{\cos nx}{n!} + \dots$                                                                                                                                        | 0,20              | 0,001              | $S$                     |
| 24           | $\frac{x^3}{5} - \frac{x^5}{17} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2+1} + \dots$                                                                                                                                    | 0,15              | 0,001              | $S$                     |
| 25           | $1 + \cos \frac{\pi}{4} \cdot \frac{x}{1!} + \dots + \cos n \frac{\pi}{4} \cdot \frac{x^n}{n!} + \dots$                                                                                                                  | 0,12              | 0,0001             | $S$                     |
| 26           | $\frac{x^3}{3} - \frac{x^5}{15} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n+1}}{4n^2-1} + \dots$                                                                                                                                    | 0,30              | 0,0001             | $S$                     |
| 27           | $\frac{x \cos \frac{\pi}{3}}{1} + \frac{x^2 \cos 2 \frac{\pi}{3}}{2} + \dots + \frac{x^n \cos n \frac{\pi}{3}}{n} + \dots$                                                                                               | 0,25              | 0,001              | $S$                     |
| 28           | $1 + \frac{x^2}{2!} - \frac{3x^4}{4!} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{(2n)!} x^{2n} + \dots$                                                                                                                            | 0,75              | 0,005              | $S$                     |
| 29           | $-\frac{(2x)^2}{2} + \frac{(2x)^4}{24} + \dots + (-1)^n \frac{(2x)^{2n}}{(2n)!}$                                                                                                                                         | 0,20              | 0,001              | $S$                     |
| 30           | $x - \frac{x^3}{3} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{x^{2n-1}}{2n-1} + \dots$                                                                                                                                                   | 0,10              | 0,0005             | $S$                     |

### Практические задания для защиты

1. Пользуясь тем, что

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \quad (7.1)$$

вычислить значения  $\sin(x)$  для указанного значения  $x_0$ , заданного в радианах, с точностью  $\varepsilon = 0,001$ . Точность вычисления считается выполненной, если последнее слагаемое в (7.1) удовлетворяет условию  $|x^{2n-1}/n!| < \varepsilon$ .

*Замечание.* Если  $S_k$  - значение  $k$ -го слагаемого в (7.1), причем

$$S_0 = x, \text{ то } S_{k+1} = S_k - \frac{x^2}{2k(2k+1)}; \sin(x + 2\pi k) = \sin x.$$

2. Используя представление

$$\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} \dots \quad (7.2)$$

вычислить значение  $\pi$  с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ .

*Замечание.* Если  $n$ - номер слагаемого в (7.2), то его значение  $a_n$  определяется по формуле, точность вычисления считается выполненной, если  $|a_n| < \varepsilon$ .

3. Используя представление

$$e^x = 1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \quad (7.3)$$

вычислить значение  $e^x$  для указанного значения  $x_0$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ .

*Замечание.* Очередной член  $a_n = x^n/n!$  в сумме (7.3) выражается через предыдущий член  $a_{n-1}$ ,  $n = 1, 2, \dots$  по следующей формуле

$$a_n = \frac{x \cdot a_{n-1}}{n}$$

Если в (7.3)  $|x| > 1$ , то полагая  $x = [x] + \xi$ , где  $[x]$  - целая часть  $x$ , нужно воспользоваться формулой  $e^x = e^{[x]} e^{\xi}$ . Точность вычислений считается выполненной, если  $|\xi^n/n!| < \varepsilon$ .

4. Найти число  $M$  натуральных чисел  $n_i$  таких, что  $n_i^2 + n_i^3 \leq N$ , где  $N$  – заданное натуральное число.

5. Найти число  $M$  натуральных чисел  $n_i, i = 1, \dots, M$  и сумму  $S = \sum_{i=1}^M n_i^2$  так, чтобы выполнялось условие  $S \leq N$ , где  $N$  – заданное натуральное число.

6. Найти число  $M$  натуральных чисел  $n_i, i = 1, \dots, M$  таких, что и  $n_i^2 < N$  и вычислить сумму  $S = \sum_{i=1}^M (n_i - a)^2 / N$ , где  $N, a$  – заданные числа;  $N$  – натуральное число.

7. Найти число  $M$  натуральных чисел  $n_i, i = 1, \dots, M$  таких, что и  $n_i^3 < N$  и вычислить сумму  $S = \sum_{i=1}^M (n_i - a)^3 / N$ , где  $N, a$  – заданные числа,  $N$  – натуральное число.

8. Пользуясь тем, что

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots + (-1)^n \frac{x^{2n}}{(2n!)} + \dots \quad (7.4)$$

вычислить значение  $\cos x$  для указанного значения  $x_0$ , заданного в радианах, с точностью  $\varepsilon = 0,001$ . Точность вычисления считается выполненной, если последний по модулю член в сумме (7.4) меньше  $\varepsilon$ .

*Замечание.* Воспользоваться тем, что отношение последующего члена в (7.4) к предыдущему равно  $\frac{-x^2}{2n(2n+1)}$ ;  $\cos(x + 2\pi k) = \cos x$ .

9. Пользуясь тем, что

$$e = 1 + 1 + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} + \dots \quad (7.5)$$

вычислить значение  $e$  с точностью  $\varepsilon = 0,0001$ .

Точность вычисления считается выполненной, если последний член в сумме (7.5) меньше  $\varepsilon/3$ .

10. Для числовой последовательности  $a_n = (n-1)/n^2, n=1,2,\dots$  найти первый член и его номер  $M$  такой, чтобы  $a_n < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное число,

например,  $\varepsilon = 0,001$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M a_n$ .

11. Для численной последовательности  $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}, n = 1,2,\dots$  найти первый член и его номер  $M$  такой, чтобы  $a_n < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное число, например,  $\varepsilon = 0,001$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M a_n$ .

12. Для числовой последовательности  $a_n = \frac{n \sin n}{n^2 + 1}, n = 1,2,\dots$  найти первый член и его номер  $M$  такой, чтобы  $|a_n|_M < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное

число, например,  $\varepsilon = 0,001$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M a_n$ .

13. Для числовой последовательности  $a_n = \frac{2^{n+1} + 4^{n+1}}{2^n + 4^n}, n=1,2,\dots$  найти первый член и его номер  $M$  такой, чтобы  $|a_n - 4|_M < \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  – заданное

число, например,  $\varepsilon = 0,01$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M a_n$ .

14. Найти наименьшее натуральное число  $M$ , кратное 5, для которого  $\frac{\sqrt{1+|x|}}{M} < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x$  – заданное число и вычислить сумму

$$S = \sum_{n=1}^M \frac{1}{n!}.$$

15. Найти наименьшее натуральное число  $M$ , кратное 3, для которого  $\frac{\sqrt{M+|x|}}{M} < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x$  – заданное число и вычислить сумму

$$S = \sum_{n=1}^M \frac{M}{n^2}.$$

16. Найти наименьшее натуральное число  $M$ , кратное 4, для которого  $\frac{M+|x|}{M^2} < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x$  – заданное число и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{2^n}{n!}$ .

17. Найти наименьшее натуральное число  $M$ , кратное 6, для которого  $\frac{\sqrt{|x|}}{M} < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x$  – заданное число и вычислить сумму

$$S = \sum_{n=1}^M \frac{M}{n + |x|}.$$

18. Найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, для которого  $\left| \frac{1}{2} - \frac{M+1}{2M+4} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ , и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{(-1)^{n-1}}{2n-1}$ .

19. Найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, для которого  $\left| \frac{1}{2} - \frac{M^2 - M + 1}{2M^2 + 2} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ , и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ .

20. Найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, для которого  $\left| \frac{1}{2} - \frac{1 - \cos x}{x^2} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x = 1/M$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{n}{2n-1}$ .

*Замечание.* Воспользоваться содержанием варианта 8.

21. Найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, для которого  $\left| 1 - \frac{\sin x}{x} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ ,  $x = 1/M$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ .

*Замечание.* Воспользоваться содержанием варианта 1.

22. Для указанного значения  $x_0$ , найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, что  $\left| \frac{x_0}{M!} \right| \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$  и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{x_0^n}{n!}$ .

23 Пользуясь тем, что

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \dots + (-1)^{n-1} \frac{x^n}{n} + \dots \quad (7.6)$$

при  $x \in [-1; 1]$  вычислить значение  $\ln(1+x)$  для указанного значения  $x \in [-1; 1]$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ . Точность вычисления считается выполненной, если последний по модулю член в сумме (7.6) меньше  $\varepsilon$ .

24. Найти корень  $x_c$  уравнения  $5x^3 + 10x^2 + 5x - 1 = 0$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ , пользуясь формулой  $x_{n+1} = \frac{1}{5(x_n + 1)}$ , где  $n = 0, 1, \dots, x_0 = 0$ . Точность вычисления считается достигнутой, если  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$  и тогда полагают  $x_c \approx x_{n-1}$ .

25. Найти корень уравнения  $x^3 + 12x - 2 = 0$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ , пользуясь формулой  $x_{n+1} = \frac{1}{12}(2 - x_n^3)$ , где  $n = 0, 1, \dots, x_0 = 0,1$ . Точность вычисления считается достигнутой, если  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$  и тогда полагают  $x_c \approx x_{n-1}$ .

26. Найти корень  $x_c$  уравнения  $2x^3 + 4x - 1 = 0$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ , пользуясь формулой  $x_{n+1} = \frac{1}{2(2 + x_n^3)}$ , где  $n = 0, 1, \dots, x_0 = 0,2$ . Точность вычисления считается достигнутой, если  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$  и тогда полагают  $x_c \approx x_{n-1}$ .

27. Найти корень  $x_c$  уравнения  $x^{1/3} + \sqrt{4} = 0$  с точностью  $\varepsilon = 0,001$ , пользуясь формулой 
$$x_{n+1} = \frac{1}{m} \left( \frac{a}{x_n^{m-1}} + (m-1)x_n \right),$$
 где  $n = 0, 1, \dots, m = 1/3, x_0 = 1, a = 2$ . Точность вычисления считается достигнутой, если  $|x_{n+1} - x_n| < \varepsilon$  и тогда полагают  $x_c \approx x_{n-1}$ .

28. Найти корень  $x_c$  уравнения  $x^{1/5} + \sqrt[5]{10} = 0$  с точностью  $\varepsilon = 0,00001$ .

*Замечание.* Воспользоваться формулой (3.7), где положить  $m = 1/5, x_0 = 1,3, a = 10$ .

29. Найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, для которого  $\left| \frac{1}{3} - \frac{2M}{6M+8} \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01$ , и вычислить сумму  $S = \sum_{n=1}^M \frac{1}{n!}$ .

30. Для заданного значения  $x_0$  найти наименьшее натуральное число  $M$  такое, что  $\left| \frac{\lg x}{x} - 1 \right| < \varepsilon$ , где  $\varepsilon = 0,01, x = 1/M$  и вычислить сумму

$$S = \sum_{n=1}^M \frac{n}{n^2 + 1}.$$

### Контрольные вопросы

1. В чем отличие оператора While от оператора Repeat?
2. В чем отличие оператора While и Repeat от оператора For?
3. Будет ли выполняться тело цикла While, если логическое выражение является ложным с самого начала?
4. Для чего нужна рекуррентная формула при вычислении значения суммы бесконечного ряда?

## Лабораторная работа № 8

### Решение нелинейных уравнений методом бисекций и методом Ньютона

**Цель работы:** использование численных методов для нахождения корней нелинейных уравнений.

#### Основные понятия

##### Метод половинного деления (бисекций)

Пусть требуется определить с точностью  $\varepsilon > 0$  приближенное значение корня уравнения

$$f(x) = 0 \quad (8.1)$$

методом половинного деления. Сначала найдем (подберем) такие значения  $x=a$  и  $x=b$ , чтобы  $f(a) \cdot f(b) < 0$ . Если при этом функция  $y = f(x)$  является непрерывной при всех значениях  $x \in [a; b]$ , то, по крайней мере, один из корней, обозначим его  $x^*$ , уравнения (8.1) содержится в  $(a; b)$ .

Метод половинного деления состоит из конечного числа одинаковых шагов (действий). Первый шаг метода состоит в следующем: промежуток  $[a; b]$  делится точкой  $c = (a + b)/2$  – середина отрезка  $[a; b]$ , на два одинаковых по длине отрезка  $[a; c]$  и  $[c; b]$ . Если  $f(a) \cdot f(c) < 0$ , то  $x^* \in (a, c)$  и для уточнения корня  $x^*$  на следующем шаге полагают  $b = c$ .

В противном случае, т.е.  $f(a) \cdot f(c) > 0$  или  $f(c) \cdot f(b) < 0$ , полагают  $a = c$ .

Таким образом, описанным способом получают новый интервал  $[a; b]$ , содержащий корень  $x^*$  уравнения (8.1), и на этом заканчивают первый шаг метода половинного деления. На втором и последующих шагах повторяют те же действия, что и на первом шаге, до тех пор пока не будет выполнено одно из условий:

$$b - a < \varepsilon; \quad (8.2)$$

$$b - a < \varepsilon \text{ и } |f(c)| < \varepsilon. \quad (8.3)$$

При выполнении условия (8.2) или (8.3) полагают  $x^* = (a + b)/2$ .

##### Метод Ньютона (касательных)

При решении уравнения (8.1) методом Ньютона сначала находят (подбирают) значения  $x = a$  и  $x = b$  такие, чтобы  $f(a) \cdot f(b) < 0$  и проверяют следующие условия:

1) является ли функция  $y = f(x)$  непрерывной в  $[a, b]$ ;

2) имеет ли непрерывные и знакопостоянные первую  $f'(x)$  и вторую  $f''(x)$  производные в  $[a, b]$ .

Если эти условия выполнены, а это означает, что в  $(a; b)$  содержится один корень  $x^*$  уравнения (8.1), то из двух точек  $A(a; f(a))$  и  $B(b; f(b))$ , лежащих на кривой  $y=f(x)$ , выбирают ту, для которой значение функции и второй производной одного знака. Пусть, например, это будет точка В, т.е.  $f(b) \cdot f''(b) > 0$ .

Первый шаг метода Ньютона состоит в том, что в точке В проводят касательную к графику функции  $y=f(x)$  и определяет точку, обозначим ее  $x_1$ , пересечения касательной с осью  $Ox$  по формуле

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}, \quad (8.4)$$

где для удобства обозначим  $x_0 = b$ .

На втором и последующих шагах выполняют те же действия, что и на первом шаге, т.е. по формуле, аналогичной формуле (8.4)

$$x_n = x_{n-1} - \frac{f(x_{n-1})}{f'(x_{n-1})}, \quad \text{где } n=2, 3, \dots, \quad \text{определяют точки (числа)}$$

$x_2, x_3, \dots, x_n$ , являющимися приближенными значениями корня  $x^*$ . Процесс уточнения корня можно закончить, например, при выполнении условия  $|x_n - x_{n-1}| < \varepsilon$  и  $|f(x_n)| < \varepsilon$  и положить  $x^* \approx x_n$ .

### **Задание к лабораторной работе**

1. Для каждого из двух уравнений, заданных в варианте задания, определить аналитически и графически отрезок, содержащий корень уравнения.

2. Вручную уточнить значение каждого корня, выполнив две итерации.

3. Составить блок-схему и программу для нахождения корня каждого уравнения методом половинного деления и методом Ньютона с точностью  $\varepsilon = 0,001$ .

4. Вывести на экран и в файл приближенное значение корня каждого уравнения, вид уравнения, точность, число итераций.

### **Содержание отчета**

1. Постановка задачи (конкретный вариант).  
2. Аналитический и графический поиск отрезка, содержащего корень уравнения.

3. «Ручной счёт» двух итераций нахождения корня.

4. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.

5. Блок-схема алгоритма программы.



## Варианты заданий

Таблица 8.1

| Вариант | Задания                                               | Вариант | Задания                                          |
|---------|-------------------------------------------------------|---------|--------------------------------------------------|
| 1       | 1) $(x+2) \cdot \cos(x)=1$<br>2) $x^3-3x^2+9x-8=0$    | 2       | 1) $\sin(x-\pi/3)-2x=0$<br>2) $x^3-4x-1=0$       |
| 3       | 1) $(x-1) \cdot \lg(x+2)=1$<br>2) $2x^3-x^2-2x+3=0$   | 4       | 1) $\cos(x-1)=x^3$<br>2) $x^3-2x^2+3x-1=0$       |
| 5       | 1) $\sin(x-1)=2x^3$<br>2) $x^3-4x^2+x-1=0$            | 6       | 1) $x \cdot \cos(x)+1=0$<br>2) $x^3-2x^2-3x+2=0$ |
| 7       | 1) $x \cdot \lg(x+2)-1=0$<br>2) $x^3-x^2+2x-4=0$      | 8       | 1) $x^2-2\sin(x)-1=0$<br>2) $x^3+x^2+2x-3=0$     |
| 9       | 1) $x^2-2\cos(x)-1=0$<br>2) $x^3-x^2+2x+1=0$          | 10      | 1) $e^x+x-2=0$<br>2) $x^3+2x^2-x-1=0$            |
| 11      | 1) $e^x+2x-4=0$<br>2) $x^3+3x^2-2x+1=0$               | 12      | 1) $\lg(x)-2x+1=0$<br>2) $2x^3-x^2-x+2=0$        |
| 13      | 1) $\lg(x)-x+2=0$<br>2) $2x^3+x^2-x-2=0$              | 14      | 1) $e^{-x}-2x+1=0$<br>2) $2x^3-x^2-x+1=0$        |
| 15      | 1) $x \cdot \cos(x-2)=1$<br>2) $x^3+3x^2+9x-8$        | 16      | 1) $\cos(x-\pi/3)-2x=0$<br>2) $x^3-4x+1=0$       |
| 17      | 1) $x \cdot \lg(x+3)=1$<br>2) $2x^3+x^2+2x+3$         | 18      | 1) $\cos(x)-(x+1)^3=0$<br>2) $x^3+2x^2+3x+1=0$   |
| 19      | 1) $\sin(x)-2(x+1)^3=0$<br>2) $x^3+4x^2+x+1=0$        | 20      | 1) $1-x \cdot \cos(x)=0$<br>2) $x^3+2x^2-3x-2=0$ |
| 21      | 1) $1+x \cdot \lg(2-x)=0$<br>2) $x^3+x^2+2x+4=0$      | 22      | 1) $x^2+2\sin(x)-1=0$<br>2) $x^3-x^2+2x+3=0$     |
| 23      | 1) $x^2-2\sin(\pi/2-x)-1=0$<br>2) $x^3+x^2+2x-1=0$    | 24      | 1) $e^{-x}-x-2=0$<br>2) $x^3+2x^2+x+1=0$         |
| 25      | 1) $e^{-x}-2x-4=0$<br>2) $x^3-3x^2+2x-1=0$            | 26      | 1) $\lg(x+1)-2x-1=0$<br>2) $2x^3+x^2+x-2=0$      |
| 27      | 1) $\lg(x+2)-2=0$<br>2) $2x^3-x^2+x+2=0$              | 28      | 1) $e^x+2x+1=0$<br>2) $2x^3+x^2-x-1=0$           |
| 29      | 1) $(x+1) \cdot \lg(x+3)-1=0$<br>2) $4x^3-2x^2+x-1=0$ | 30      | 1) $\sin(x+1)=2(x+3)^3$<br>2) $x^3-x^2+4x-1=0$   |

## Контрольные вопросы

1. Покажите геометрическую интерпретацию метода половинного деления.

2. Каким образом можно геометрически проиллюстрировать метод Ньютона?

3. Каким образом определяют точку пересечения касательной с осью  $Ox$  в методе Ньютона?
4. Каким образом определяют интервал, содержащий корень уравнения, в методе половинного деления?
5. При каком условии процесс уточнения корня можно закончить?
6. Какие различные варианты условий можно задать в методе Ньютона?

## Лабораторная работа № 9

### Численное интегрирование

**Цель работы:** использование численных методов для нахождения определенных интегралов.

#### Основные понятия

Для решения задачи численного или приближенного или приближенного вычисления определенного интеграла используют формулу

$$\int_a^b f(x) dx, \quad (8.1)$$

где  $f(x)$  - интегрируемая в  $[a, b]$  функция.

Сначала отрезок  $[a, b]$  разбивается точками  $x_0 = a < x_1 < x_2 < \dots < x_{n-1} < x_n = b$  на  $n$  равных частей или частичных отрезков  $[x_i, x_{i+1}]$ , где  $x_i = x_0 + i \cdot h$ ,  $i = 0, 1, \dots, n-1$ ,  $h = (b-a)/n$  - длина частичного интервала.

Затем интеграл (8.1) записывают в следующем виде:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_i}^{x_{i+1}} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx. \quad (8.2)$$

Если на каждом из частичных интервалов  $[x_i, x_{i+1}]$  подынтегральную функцию  $y=f(x)$  заменить в (8.2) на постоянную величину  $f(\xi_i)$ , где  $\xi_i$  - произвольная точка из отрезка  $[x_i, x_{i+1}]$ , то получим так называемую формулу прямоугольников

$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i) h = h \sum_{i=0}^{n-1} f(\xi_i); \quad (8.3)$$

1) отрезком прямой  $y = y_i + \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} (x - x_i)$ , проходящей через точки

$(x_i; f(x_i))$ ,  $(x_{i+1}; f(x_{i+1}))$ , то получим формулу трапеций

$$\int_a^b f(x) dx = \frac{1}{2} h \sum_{i=0}^{n-1} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]; \quad (8.4)$$

2) параболой  $y=ax^2+bx+c$ , проходящей через три точки  $(x_i;f(x_i))$ ,  $(x_{i-1};f(x_{i-1}))$ ,  $(x_{i-2};f(x_{i-2}))$ , при этом  $n=2k$ , т.е. число частичных интервалов четно, то получим формулу Симпсона

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{3} [y_0 + y_{2k} + 4(y_1 + y_3 + \dots + y_{2k-1}) + 2(y_2 + y_4 + \dots + y_{2n-2})]. \quad (8.5)$$

Обозначим через  $\varepsilon$  абсолютную погрешность приближенного интеграла (8.1), тогда для формул (8.3) – (8.5) имеют место соответственно следующие оценки:

$$\varepsilon \leq h^2 \frac{b-a}{24} \max_{x \in [a;b]} |f''(x)|;$$

$$\varepsilon \leq h^2 \frac{b-a}{12} \max_{x \in [a;b]} |f''(x)|;$$

$$\varepsilon \leq h^4 \frac{b-a}{180} \max_{x \in [a;b]} |f^{(4)}(x)|.$$

### Задание к лабораторной работе

1. Каждый из интегралов, приведенных в варианте задания вычислить:

- а) по формуле прямоугольников;
- б) по формуле трапеций;
- в) по формуле Симпсона,

разбив интервал интегрирования на  $n$  частей ( $n=30 \div 40$ ).

2. Сравнить между собой результаты вычислений и оценить погрешность вычисления, используя соответствующие приближенные оценки.

3. Вычислить приведенные в задании интегралы аналитически и найти в каждом случае абсолютную погрешность вычисления.

### Содержание отчета

- 1. Постановка задачи (конкретный вариант).
- 2. Текст программы, тестовые примеры и результаты вывода на экран.
- 3. Блок-схема алгоритма программы.
- 4. Оценки погрешностей вычислений.
- 5. Аналитическое вычисление интегралов и погрешность вычислений.

## Варианты заданий

Таблица 9.1

| Вариант | Интегралы                                                |                                                   |
|---------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| 1       | а) $\int_0^2 \frac{3x^2 + e^x}{x^3 + e^x} dx;$           | б) $\int_0^{\pi/4} \frac{\arctg 2x}{1 + 4x^2} dx$ |
| 2       | а) $\int_0^{\pi/4} x \cos 2x dx;$                        | б) $\int_{-2}^0 \frac{x^3 + 6}{x^2 + 5x - 6} dx$  |
| 3       | а) $\int_0^{1/2} \frac{x^3}{\sqrt{1 - x^4}} dx;$         | б) $\int_{-2}^3 \frac{\ln(x+3)}{x+3} dx$          |
| 4       | а) $\int_0^{\pi/2} x \sin x dx;$                         | б) $\int_3^5 \frac{x^3 + 1}{x^2 + 3x + 2} dx$     |
| 5       | а) $\int_0^2 \frac{x^2}{1 + x^6} dx;$                    | б) $\int_0^{-\pi/2} e^{\sin 3x} \cos 3x dx$       |
| 6       | а) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^3} dx;$                      | б) $\int_0^{1/2} \frac{x^3 - 2}{x^2 - 5x + 6} dx$ |
| 7       | а) $\int_0^1 e^{-x^4} x^3 dx;$                           | б) $\int_0^{1/2} \frac{5x^2}{\sqrt{1 - x^6}} dx$  |
| 8       | а) $\int_1^2 x^4 \ln x dx;$                              | б) $\int_0^1 \frac{x^3 + 2}{x^2 - x - 2} dx$      |
| 9       | а) $\int_0^{\pi/12} \sqrt[5]{4 - 5 \sin 2x} \cos 2x dx;$ | б) $\int_1^2 \frac{dx}{x \ln^2 x}$                |
| 10      | а) $\int_0^1 x e^{2x} dx;$                               | б) $\int_{-2}^1 \frac{x^3 + 3}{x^2 + x - 6} dx$   |

| Вариант | Интегралы                                                |                                                         |
|---------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|
| 11      | a) $\int_3^9 \frac{\ln x}{x} dx;$                        | б) $\int_1^3 \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$                  |
| 12      | a) $\int_0^1 \frac{dx}{e^x + e^{-x}};$                   | б) $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$          |
| 13      | a) $\int_0^1 \frac{dx}{1+\sqrt{x}};$                     | б) $\int_0^{\pi/2} \cos^2 x dx$                         |
| 14      | a) $\int_1^3 xe^{3x} dx;$                                | б) $\int_0^1 \frac{x^3 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx$           |
| 15      | a) $\int_0^{\pi/4} ctg 5x dx;$                           | б) $\int_0^{1/2} \frac{dx}{x\sqrt{1 - \ln^2 x}}$        |
| 16      | a) $\int_1^8 \frac{dx}{x + \sqrt[3]{x^2}};$              | б) $\int_0^1 \frac{x^3 + 3}{x^2 + x - 6} dx$            |
| 17      | a) $\int_{1/2}^2 \frac{\sqrt{1 + \ln x}}{x} dx;$         | б) $\int_0^{\pi/30} \sqrt[3]{2 - 3 \cos 5x} \sin 5x dx$ |
| 18      | a) $\int_0^{\pi} x \cdot \arctg 2x dx;$                  | б) $\int_{-2}^0 \frac{x^3 + 4}{x^2 - 4x + 3} dx$        |
| 19      | a) $\int_0^{\pi/2} \frac{4x^3 + \cos x}{x^2 \sin x} dx;$ | б) $\int_1^2 \frac{dx}{x(1 + \ln^2 x)}$                 |
| 20      | a) $\int_0^1 xe^{-x/2} dx;$                              | б) $\int_0^2 \frac{x^3 + 5}{x^2 - 2x - 3} dx$           |
| 21      | a) $\int_0^{1/2} \frac{x^3 dx}{\sqrt{1 - x^8}};$         | б) $\int_1^4 \frac{e^{2x}}{(1 + e^{2x})^2} dx$          |

| Вариант | Интегралы                                                   |                                                     |
|---------|-------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 22      | a) $\int_0^{\pi/2} x \sin 3x dx;$                           | б) $\int_1^2 \frac{x^3 - 4}{x^2 - x - 6} dx$        |
| 23      | a) $\int_{\pi/4}^{3\pi/4} \frac{e^{ctg 2x}}{\sin^2 2x} dx;$ | б) $\int_1^2 \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ |
| 24      | a) $\int_1^2 \sqrt[3]{x} \ln x dx;$                         | б) $\int_2^3 \frac{x^3 - 5}{x^2 - 6x + 5} dx$       |
| 25      | a) $\int_0^1 \frac{dx}{1 + \sqrt[3]{x}};$                   | б) $\int_1^2 x e^{2x} dx$                           |
| 26      | a) $\int_0^2 x e^{3x} dx;$                                  | б) $\int_{-3}^{-2} \frac{x^3 - 3}{x^2 + 3x + 2} dx$ |
| 27      | a) $\int_0^{\pi/2} x \cdot \arctg 2x dx;$                   | б) $\int_1^2 \frac{x^3 + 4}{x^2 - 4x + 3} dx$       |
| 28      | a) $\int_0^{\pi/4} x \sin 3x dx;$                           | б) $\int_{-1}^1 \frac{x^3 - 4}{x^2 - x - 6} dx$     |
| 29      | a) $\int_1^2 \sqrt[3]{x} \ln x dx;$                         | б) $\int_2^3 \frac{x^3 - 5}{x^2 - 6x + 5} dx$       |
| 30      | a) $\int_2^3 \sqrt[3]{x} \ln x dx;$                         | б) $\int_{-2}^0 \frac{x^3 - 5}{x^2 - 6x + 5} dx$    |

### Контрольные вопросы

1. Покажите геометрическую интерпретацию формулы трапеций для приближенного вычисления определенного интеграла.
2. Графически проиллюстрируйте формулу Симпсона и формулу прямоугольников.
3. Какой из методов приближенного вычисления определенного интеграла дает наименьшую абсолютную погрешность?

4. Какой из методов приближенного вычисления определенного интеграла дает наибольшую абсолютную погрешность?

5. Влияет ли длина частичного интервала  $h$  на получаемое значение интеграла?

6. Запишите формулу прямоугольников и погрешность этого приближенного вычисления.

7. Запишите формулу трапеций и погрешность этого приближенного вычисления.

8. Запишите формулу Симпсона и погрешность этого приближенного вычисления.

## **Заключение**

Язык Pascal, придуманный швейцарским ученым Никласом Виртом как средство для обучения студентов программированию, превратился за многие годы в мощную современную профессиональную систему программирования PascalABC.NET, которой по плечу любые задачи – от создания простых программ, предназначенных для решения несложных вычислительных задач до разработки полноценного программного обеспечения, поскольку она является полноценной средой программирования основанной на языке программирования Delphi (Object Pascal) для платформы Microsoft.NET.



### **Библиографический список**

1. Основы Турбопаскаля 7.0. - Белгород: БГТАСМ, 1998. – 85с.
2. Информатика: методические указания. – Белгород: Изд-во БГТУ им. В.Г. Шухова, 2002. – 65с. – Ч. II.
3. Справка PascalABC.NET [Электронный ресурс]: <http://pascalabc.net/downloads/pabcnethelp/index.htm> (дата обращения: 19.05.2015).

Учебное издание

**Чернова** Светлана Борисовна  
**Старченко** Денис Николаевич

Информатика. Программирование в среде PascalABC.NET

Лабораторный практикум

Подписано в печать

Формат 6084/16. Усл. печ. л. 6,5. Уч.-изд. л. 4,9.

Тираж 250 экз.

Заказ

Цена

Отпечатано в Белгородском государственном технологическом университете  
им. В.Г. Шухова  
308012, г. Белгород, ул. Костюкова, 46.