

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"**  
**РОССИЙСКАЯ ОТКРЫТАЯ АКАДЕМИЯ ТРАНСПОРТА**

---

Одобрено кафедрой  
"Физика и химия"

# **ФИЗИКА**

## **ЧАСТЬ 1**

**Руководство к выполнению  
лабораторных работ для студентов 1 курса  
инженерно-технических специальностей (всех  
специализаций) и направлений (профилей)  
кроме экономических**

**Под общей редакцией  
кандидата технических наук, доцента Т.Ф.Климовой**



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ТРАНСПОРТА**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего профессионального образования**  
**"МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
**ПУТЕЙ СООБЩЕНИЯ"**  
**РОССИЙСКАЯ ОТКРЫТАЯ АКАДЕМИЯ ТРАНСПОРТА**

---

**Одобрено кафедрой**  
**"Физика и химия"**

# **ФИЗИКА**

## **ЧАСТЬ 1**

**Под общей редакцией**  
**кандидата технических наук доцента Т.Ф.Климовой**

**Руководство к выполнению лабораторных работ**  
**с применением интерактивных средств обучения**  
**для студентов 1 курса инженерно-технических**  
**специальностей (всех специализаций) и направлений**  
**(профилей) кроме экономических**

**М о с к в а - 2 0 1 5**

**Составители: к.т.н., доц. Т.Ф. Климова,  
д .ф.-м. н., проф. З.Л. Шулиманова,  
ст.преп. В.Э. Геогджаев  
к.т.н., доц. Д.В. Климова**

**Рецензент: к.ф.-м.н., проф. Е.К. Силина**

\

# **1 ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ**

## **1.1 ВВЕДЕНИЕ**

Физический практикум занимает важное место в системе университетской подготовки инженеров. В современной науке и технике одной из важнейших задач является проведение эксперимента.

Главными задачами практикума для студентов являются:

- научить студентов применять теоретический материал программного курса к анализу конкретных физических ситуаций; экспериментально изучать физические закономерности, оценивать порядки изучаемых величин, определять точность и достоверность полученных результатов;
- ознакомить с основными экспериментальными методами получения физической информации;
- ознакомить с приборами и измерительной аппаратурой, с принципами их действия, сложности проведения измерений, точности получаемых величин и источниках вероятных ошибок;
- дать практические навыки обращения с измерительной аппаратурой и экспериментальными установками, ознакомить с техникой безопасности при проведении экспериментальных исследований;
- научить применять методы статистической обработки результатов, в том числе с применением ЭВМ, овладеть культурой записи полученной информации, правильным представлением полученных результатов в виде графиков, схем и таблиц.

В лаборатории студенты знакомятся с курсом физики практически. Первые занятия вводные. Они посвящены вопросам обработки результатов измерений, оценки погрешностей, освоению измерительных приборов. Эти знания необходимы как при выполнении лабораторных работ по физике, так и в дальнейшем при освоении других дисциплин.

В соответствии с учебным планом необходимо выполнить определенное число работ и отчитаться как за теоретическую, так и за экспериментальную часть каждой лабораторной работы, оформив правильно и аккуратно отчеты, которые подписываются преподавателем и предъявляются при зачете.

## **1.2 НАЗНАЧЕНИЕ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА**

Назначение физического лабораторного практикума сводится к следующему:

- проверке теоретических положений курса физики;
- приобретению опыта работы с приборами;
- приобретению опыта в проведении эксперимента - это наиболее важная задача лабораторного практикума, она состоит в том, чтобы научить студента:
  - а) планировать эксперимент так, чтобы точность измерений соответствовала поставленной цели;

- б) учитывать возможность систематических ошибок и принимать меры для их устранения;
- в) анализировать результаты проведенного эксперимента и делать правильные выводы;
- г) оценивать точность окончательного результата;
- д) вести запись результатов измерений и расчетов аккуратно, ясно и кратко.

## 1.3 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА

### 1.2.1 Организация работы студентов

Работой студенческой группы в лаборатории руководят преподаватели. Группа разбивается на подгруппы, и к каждой из них прикрепляется преподаватель на период работы в данной лаборатории.

### 1.2.2 Подготовка студентов к выполнению лабораторных работ

Необходимо внимательно изучить описание предстоящей лабораторной работы, ознакомиться по лекциям и соответствующей литературе с новыми понятиями и изучаемыми в данной работе закономерностями. Затем необходимо усвоить положения и физические понятия, используемые в данной лабораторной работе. Далее важно хорошо разобраться в устройстве и работе установки или прибора.

После этого составляется бланк отчета в соответствии с образцом, приведенным в приложении данного пособия или же на стенде в лаборатории. **Все записи выполняются аккуратно чернилами.** Рисунки разрешается выполнять карандашом. Измерения и расчеты должны быть записаны в системе СИ. Для записи результатов измерений составляют таблицу.

Для графиков клеиваются листы миллиметровой бумаги в соответствии с пределами изменения измеряемых величин.

На занятиях студент должен иметь чертежные инструменты (карандаш, линейку) и вести все записи с максимальной аккуратностью. **Категорически запрещается ведение черновиков, а также запись результатов эксперимента в бланк отчета карандашом.**

Проверка подготовленности студента и допуск к выполнению очередной лабораторной работы осуществляется преподавателем, ведущим занятие в подгруппе. **К выполнению лабораторной работы можно приступить только с разрешения преподавателя.** Описание лабораторной работы, необходимые инструменты и материалы студенты получают в обмен на студенческий билет. За полученное оборудование студент несет персональную ответственность.

В случае обнаружения неподготовленности студента к выполнению лабораторной работы разрешается проработка материала на данном занятии.

### 1.2.3 Порядок выполнения работ в лаборатории.

Перед выполнением необходимо изучить установку, осуществить ее наладку, приобрести навыки работы с ней. При обнаружении неисправности установки необходимо сообщить о ней преподавателю. В процессе измерений каждым студентом в своем отчете внимательно и аккуратно производится запись результатов измерений. При проведении и записи измерений необходимо проверять записанное, взглянув еще раз на измерительный прибор. **Данные с измерительного прибора снимаются и записываются с точностью до цены деления шкалы.**

При заполнении таблицы цифры вписываются так, чтобы классы чисел располагались точно один под другим. Заменять повторяющиеся цифры кавычками или другими знаками не рекомендуется. Отсутствие данных в графе таблицы обозначается знаком тире. Нельзя оставлять в графах таблицы пустые места.

**В конце занятия студент подает отчет на подпись преподавателю, ведущему занятие в его группе. Отчет, не подписанный преподавателем, считается недействительным, а работа - невыполненной.**

К следующему занятию в лаборатории необходимо полностью оформить отчет по предыдущей выполненной работе и представить его на подпись преподавателю.

### 1.2.4 Анализ результатов лабораторных измерений и их обработка.

Выполняя лабораторные работы физического практикума, мы проводим эксперимент. Конечным результатом любого эксперимента является набор необработанных данных - это информация, снятая непосредственно с измерительных приборов. После анализа и обработки результатов измерений мы получаем обработанные данные эксперимента, на основе которых можно делать соответствующие выводы и рекомендации.

Чтобы правильно и достоверно обработать эксперимент в каждой лабораторной работе, необходимо хорошо разобраться в основах теории обработки результатов физических измерений как прямых, так и косвенных. Недопустимо путать обработку результатов прямых и косвенных измерений, так как они существенным образом отличаются друг от друга.

При обработке результатов эксперимента приходится численные значения подставлять в соответствующие расчетные формулы. При этом необходимо выбрать одну систему единиц измерения всех физических величин. Для студентов рекомендуется СИ.

**Запись расчетной формулы с подставленными числовыми значениями должна обязательно содержаться в отчете.** Все расчеты осуществляют на микрокалькуляторах и записывают их с учетом правил приближенных вычислений.

При расчете погрешностей полезно помнить некоторые практические советы:

- все вычисления ошибок нужно проводить только с одной или, самое большое, двумя значащими цифрами;
- если не указана погрешность измерительного прибора, то ее максимальное значение принимается равным половине деления шкалы прибора;
- если результат содержит две значащие цифры, то неопределенность измерения лежит в пределах 10 %, если три значащие цифры - 1 %, если четыре значащие цифры - 0,1 %;
- при определении окончательной относительной погрешности частного или произведения складываются квадраты относительных погрешностей. Поэтому можно пренебречь всеми относительными погрешностями, не превышающими одной трети от максимальной.

Оценку качества проведенного эксперимента следует давать, только анализируя обработанные результаты измерений. Среднее значение любой выборки никогда не совпадает с истинным значением физической величины. Поэтому полученный результат необходимо оценить и взвесить с учетом рассчитанных погрешностей. Расчет погрешностей производится по формулам, приводимым в образцах отчетов в каждой лабораторной работе.

### **1.2.5 Выводы по лабораторным работам**

По каждой выполненной работе необходимо сделать соответствующие выводы по типу аннотаций к печатным изданиям. При составлении выводов рекомендуем отразить следующие моменты:

- а) какая физическая величина, какими приборами и каким методом определяется;
- б) краткое обсуждение полученного результата и его достоверность;
- в) анализ погрешностей с указанием причин, снизивших качество измерений;
- г) какие закономерности изучены экспериментально в данной работе;
- д) общее заключение о качестве полученных результатов;
- е) замечания по работе экспериментальной установки.

### **1.2.6. Отработка пропущенных лабораторных работ.**

На доске объявлений кафедры имеется график консультаций преподавателей с указанием дней и часов отработок студентами лабораторных работ. К отработкам допускаются студенты, пропустившие занятия по уважительной причине (болезнь, служебная командировка и др.) с разрешения деканата или преподавателя ведущего занятия в их группе. Об этом преподавателем делается запись в журнале отработок. После выполнения лабораторной работы отчет должен быть подписан преподавателем, ведущим отработки. Студенты, пропускавшие занятия без уважительной причины, к плановым отработкам не допускаются.

### **1.2.7 Защита лабораторных работ**

Каждую выполненную лабораторную работу студент обязан защитить. Студент допускается к защите при наличии соответствующего разрешения преподавателя (подпись преподавателя). На защите студент должен показать знание теории и методов измерения, используемых в данной работе; уметь формулировать и понимать встречающиеся в данной работе физические законы и закономерности; знать определения всех встречающихся в работе физических понятий и величин; уметь анализировать и объяснять полученные результаты; знать теорию погрешностей применительно к данной работе.

Студент, полностью выполнивший и защитивший все лабораторные работы, предусмотренные графиком, получает в конце установочной сессии зачет по лабораторным работам.

### **1.2.8 Организация работ в лабораториях**

Работая в лаборатории, студент ОБЯЗАН соблюдать правила техники безопасности, с которыми его знакомит преподаватель на вводном занятии.

При выполнении работ в лаборатории не разрешается хождение студентов и громкие разговоры, сотовые телефоны должны быть отключены.

По всем непонятным вопросам следует обращаться за разъяснениями к преподавателю. После выполнения лабораторной работы рабочее место приводится студентом в порядок, а полученные описания и приборы должны быть возвращены заведующему лабораторией.

### **1.2.9 Отчет по лабораторным работам**

Отчет по каждой лабораторной работе должен содержать:

1. Номер и название работы
2. Цель работы
3. Оборудование (приборы и принадлежности)
4. Основные расчетные формулы
5. Формулы расчета погрешностей
6. Схему измерений (схематическое изображение приборов)
7. Таблицы с экспериментальными результатами
8. Графики (если требуется)
9. Пример расчета определяемой физической величины
10. Расчет погрешности измерений
11. Выводы.

После отчета по каждой работе рекомендуется оставлять одну страницу для ответов на вопросы по работе

При подготовке к лабораторным занятиям рекомендуется пользоваться следующей литературой:



### **РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА**

1. Яворский А.А., Детлаф Б.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2003.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. - М.: Высшая школа, 2005.
3. Трофимова Т. И. Краткий курс физики – М.: Высшая школа, 2006
4. Дмитриева В. Ф., Прокофьев В. Л. Основы физики – М.: Высшая школа, 2004
5. Пронин. В.П. Практикум по физике – С-Пб –Москва - Краснодар; Лань, 2005

## 2 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

### 2.1 Физические величины

**Физическая величина** – характеристика одного из свойств физического объекта (явления или процесса), общая в качественном отношении для многих физических объектов, но в количественном индивидуальная для каждого объекта. Например: длина, время, сила электрического тока.

**Единица физической величины** – физическая величина фиксированного размера, которой условно присвоено числовое значение 1, и применяемое для количественного выражения однородных физических величин. Например: 1 м – единица длины, 1 с – времени, 1 А – силы электрического тока.

**Система единиц физических величин** – совокупность основных и производных единиц физических величин, образованная в соответствии с принятыми принципами для заданной системы физических величин. Например, Международная система единиц СИ), принятая в 1960 г 11-ой Генеральной конференцией по мерам и весам.

По этой системе предусмотрено семь основных единиц физических величин и две дополнительные (таблица 1.1). Все остальные физические величины могут быть получены как производные основных величин.

Таблица 2.1

Величина		Единица		
Наименование	Размерность	Наименование	Обозначение	
			международно е	Русско е
Основные				
Длина	L	Метр	M	М
Масса	M	Килограмм	Kg	Кг
Время	T	Секунда	S	С
Сила электрического тока	I	Ампер	A	А
Термодинамическая температура	T	Кельвин	K	К
Количество вещества	N	Моль	mol	Моль
Сила тока	J	Кандела	Cd	Кд
Дополнительные				
Плоский угол	Ф	Радян	Rad	Рад
Телесный угол	Ω	Стерadian	Cr	Ср

Кратные и дольные единицы в системе СИ образуются умножением или делением на степень 10, то есть добавлением к основным установленным приставок (табл. 2.2).

Таблица 2.2

Обозначения	Степень	Обозначение	Степень
пико - п,	$10^{-12}$	дека - да,	$10^1$
нано - н,	$10^{-9}$	гекто - г,	$10^2$
микро – мк,	$10^{-6}$	кило - к,	$10^3$
милли - м,	$10^{-3}$	Мега - м,	$10^6$
санти - с,	$10^{-2}$	Гига - г,	$10^9$
деци - д,	$10^{-1}$	Тера - т,	$10^{12}$

**Размер единицы физической величины** – количественная определенность единицы физической величины, воспроизводимой или хранимой средством измерений. Размер основных единиц СИ устанавливается определением этих единиц Генеральными конференциями по мерам и весам (ГКВМ).

Воспроизведение единиц осуществляется национальными метрологическими лабораториями при помощи национальных эталонов.

## 2.2 Классификация физических измерений

При проведении лабораторных работ приходится измерять всевозможные физические величины.

**Измерение физической величины** – совокупность операций по применению технического средства, хранящего единицу физической величины, заключающихся в сравнении (в явном или неявном виде) измеряемой величины с ее единицей с целью получения этой величины в форме наиболее удобной для использования.

**Принцип измерения** – физическое явление или эффект, положенное в основу измерений тем или иным средством измерений. Например: использование силы тяжести при измерении массы взвешиванием.

**По характеру зависимости измеряемой физической величины от времени** измерения разделяются на

**статические**, при которых измеряемая величина остается постоянной во времени;

**динамические**, в процессе которых измеряемая величина изменяется и является непостоянной во времени.

**По способу получения результатов измерений** их разделяют на

**прямые** – при которых искомое значение физической величины находят непосредственно из опытных данных (измерение длины тела обычной линейкой или микрометром, измерение температуры тела термометром);

**косвенные** – это измерения, при которых значение искомой физической величины определяют на основе известной зависимости между этой величиной и величинами, подвергаемыми прямым измерениям, то есть измеряют не

собственно определяемую величину, а другие, функционально с ней связанные (определение объема параллелепипеда по его длине, ширине и высоте; определение скорости тела по измерениям пути и времени);

**совокупные** – производимые одновременно измерения нескольких одноименных величин, при которых искомую величину определяют решением системы уравнений, получаемых при прямых измерениях различных сочетаний этих величин;

**совместные** – это производимые одновременно измерения двух или нескольких неоднородных величин для нахождения зависимостей между ними.

**Метод измерения** – это способ экспериментального определения значения физической величины, то есть совокупность используемых при измерениях физических явлений и средств измерений

Методы измерений подразделяются на

**методы непосредственной оценки**, которые состоят в определении значения физической величины по отсчетному устройству измерительного прибора прямого действия (измерение температуры термометром. Измерение напряжения вольтметром);

**методы сравнения с мерой** – в этом случае измеряемая величина сравнивается с величиной, воспроизводимой мерой.

Измерение физических величин осуществляется с помощью специальных технических средств.

**Средство измерений** – техническое средство (или их комплекс), предназначенное для измерений, имеющее нормированные метрологические характеристики, воспроизводящее и (или) хранящее единицу измерения, размер которой принимается неизменным в пределах установленной погрешности в течение известного интервала времени.

**Мера** – средство измерений, предназначенное для воспроизведения физической величины заданного размера. Мера выступает в качестве носителя единицы физической величины заданного размера. К ним относятся гири и наборы грузов, набор грузов по механике, измерительные мензурки, цилиндры

**Измерительный прибор** – средство измерений, предназначенное для выработки сигнала измерительной информации в форме, доступной для непосредственного восприятия человеком.

Важнейшей метрологической характеристикой средств измерений является **погрешность**.

## 2.3 Классификация погрешностей измерений

**Истинное значение физической величины** – значение физической величины, которое идеальным образом отражало бы в количественном и качественном отношениях соответствующее свойство объекта.

Результат любого измерения отличается от истинного значения физической величины на некоторое значение, зависящее от точности средств и методов измерения, квалификации человека, условий, в которых проводилось

измерение, и т.д. Отклонение результата измерений от истинного значения физической величины называется **погрешностью измерений**.

**Погрешность результата измерений** – это число, указывающее возможные границы неопределенности полученного значения измеряемой величины.

**Погрешность прибора** – это его определенное свойство, для описания которого приходится использовать соответствующие правила.

Поскольку определить истинное значение физической величины в принципе невозможно, т.к. это потребовало бы применения идеально точного средства измерений, то на практике вместо понятия истинного значения физической величины применяют понятие **действительного значения измеряемой величины**, которое настолько точно приближается к истинному значению, что может быть использовано вместо него.

**Абсолютная погрешность измерения** – это разность между результатом измерения и действительным (истинным) значением физической величины, выраженная в единицах измеряемой величины:

$$\Delta x = x_u - x$$

Для оценки результата измерений важно знать **относительную погрешность измерения** – это отношение абсолютной погрешности к действительному (истинному) значению измеряемой величины (часто выраженное в процентах):

$$\delta = \left( \frac{\Delta x}{x_u} \right) 100\%$$

**Приведенная относительная погрешность** – это выраженное в процентах отношение абсолютной погрешности к нормирующему значению  $L$  – условно принятому значению физической величины, постоянному во всем диапазоне измерений:

$$\gamma = \left( \frac{\Delta x}{L} \right) 100\%$$

Для приборов с нулевой отметкой на краю шкалы нормирующее значение  $L$  равно конечному значению диапазона измерений  $x_D$ . Для приборов с двухсторонней шкалой, т.е. с отметками шкалы, расположенными по обе стороны от нуля значение  $L$  равно арифметической сумме модулей конечных значений диапазона измерений.

Приведенная относительная погрешность измерительного прибора равна отношению абсолютной погрешности к соответствующей абсолютной величине диапазона измерений:

$$\gamma_n = \left( \frac{\Delta x}{x_D} \right) 100\%$$

Погрешность измерения (**результатирующая погрешность**) является суммой двух составляющих: **систематической погрешности и случайной погрешности.**

Эти погрешности устраняются путем тщательной проверки приборов и углубленной проработки методики измерений.

**Систематическая погрешность** – это составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно изменяющаяся при повторных измерениях одной и той же величины. Они всегда приводят к отклонению результата измерения  $X_i$  в одну и ту же сторону от истинного значения  $X_0$ . Причинами появления систематической погрешности могут являться неисправности средств измерений, несовершенство метода измерений, неправильная установка измерительных приборов, отступление от нормальных условий работы, особенности самого человека. Систематические погрешности в принципе могут быть выявлены и устранены. Для этого требуется проведение тщательного анализа возможных источников погрешностей в каждом конкретном случае.

Систематические погрешности подразделяются на **методические, инструментальные и субъективные.**

**Методические погрешности** происходят от несовершенства метода измерений, использования упрощающих формул, влияния измерительного прибора на объект измерения.

**Инструментальные погрешности** зависят от погрешностей применяемых средств измерения. Они являются неустранимыми систематическими погрешностями и зависят от свойств измерительного инструмента. Оцениваются они предельным значением по классу точности измерительных приборов (для обычной линейки  $\Delta X_n = 0,5$  мм, для микрометра  $\Delta X_n = 0,01$  мм и т.д.). Неточность градуировки, конструктивные измерения характеристик прибора в процессе эксплуатации и т.д. являются причинами **основных погрешностей** инструмента измерений. **Дополнительные погрешности**, связанные с отклонением условий, в которых работает прибор, в отличие от нормальных, отличаются от инструментальных, т.к. они связаны с внешними условиями.

**Субъективные погрешности** вызываются неправильными отсчетами показаний прибора человеком. Использование цифровых приборов и автоматических методов позволяет исключить эти погрешности.

**Случайная погрешность** – это составляющая погрешности измерения, изменяющаяся случайным образом при повторных измерениях одной и той же величины. Наличие случайных погрешностей выявляется при проведении ряда измерений постоянной физической величины, когда оказывается, что результаты измерений не совпадают друг с другом. Часто случайные погрешности возникают из-за одновременного действия многих независимых причин, каждая из которых в отдельности слабо влияет на результат измерения.

Во многих случаях влияние случайных погрешностей можно уменьшить путем выполнения многократных измерений с последующей статистической обработкой полученных результатов.

В некоторых случаях оказывается, что результат одного измерения резко отличается от результатов других измерений, выполненных при тех же контролируемых условиях. В этом случае говорят о грубой погрешности (промахе). **Промахи** – это погрешности, которые существенно превышают систематические и случайные погрешности. **Грубые погрешности (промахи)** обусловлены низкой организацией проведения эксперимента (неправильный отсчет или временная неисправность измерительного прибора, кратковременное воздействие внешних раздражителей и т.д.) Причиной могут быть ошибки человека, неисправность средств измерения, возникновение сильной кратковременной помехи, нарушение электрического контакта и т.д. Такой результат, содержащий грубую погрешность необходимо выявить, исключить и не учитывать при дальнейшей статистической обработке измерений.

## 2.4 Класс точности средств измерений

Для большинства измерительных приборов инструментальная погрешность задается при помощи числа, называемого **классом точности**.

**Класс точности средства измерений** – обобщенная характеристика средства измерений, определяемая величина допускаемых основных и дополнительных погрешностей. Класс точности средств измерений определяет гарантированные границы значений основных и дополнительных погрешностей, а также другие свойства средств измерений, влияющих на их точность.

**Класс точности измерительного прибора** равен наибольшему значению относительной погрешности, выраженной в процентах. Если основная погрешность прибора не превышает, например  $\pm 2,5\%$  предела измерения, то число 2,5 и есть класс точности прибора. Обозначение класса точности прибора дает полную информацию для вычисления приближенной погрешности результатов измерения. Зная класс точности прибора легко найти границу абсолютной основной погрешности прибора:

$$\Delta_{np} = \frac{\text{Предел измерения} \times \text{Класс точности}}{100}$$

Для двухпредельных приборов, нуль шкалы которых находится в средней части шкалы, при определении погрешности по классу точности необходимо взять сумму пределов измерения:

$$\Delta_{np} = \frac{\text{Сумма пределов измерения} \times \text{Класс точности}}{100}$$

Класс точности обозначается на шкале прибора числом в кружке.

## 2.5 Методы вероятностного описания погрешностей средств и результатов измерений

При неоднократном измерении одной и той же физической величины, одним и тем же прибором, по одной и той же методике результаты каждого измерения отличаются друг от друга. Причиной этому является случайная погрешность серии измерений  $\Delta x_c$ . Случайные погрешности  $\Delta x_c$  обусловлены множеством разнообразных неконтролируемых факторов, и, как правило, дают отклонение результата измерения в обе стороны от истинного значения  $x_0$ . При большом числе измерений случайные погрешности наиболее часто подчиняются нормальному закону распределения случайных погрешностей. При обработке результатов физических измерений ставятся две основные задачи:

- 1) нахождение числа, наилучшим образом отражающего истинное значение физической величины;
- 2) определение погрешности и вероятности, с которой она установлена (вероятность  $P$  некоторого события в математическом понимании определяется отношением числа благоприятствующих случаев к числу возможных случаев в данной серии опытов).

## 2.6. Закон нормального распределения

Предположим, что в одних и тех же условиях проведена серия (выборка) большого числа измерений некоторой физической величины, истинное значение которой  $x_0$ . В результате эксперимента получен ряд значений  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , каждое из которых отличается в большую или меньшую сторону от истинного значения измеряемой физической величины.

Считаем, что случайные погрешности измерений в данном случае подчиняется закону нормального распределения (закону Гаусса), который описывается функцией Гаусса:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\langle x \rangle - x)^2}{2\sigma^2}}.$$

В показателе экспоненты  $f(x)$  находится величина  $\langle x \rangle - x$ , являющаяся абсолютной погрешностью отдельного измерения. Поэтому функция Гаусса представляет фактически функцию плотности распределения вероятности случайных погрешностей измеряемой величины.



В формуле Гаусса  $\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$  - **среднее арифметическое** измеряемой

величины;  $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle x \rangle - x_i)^2}{n-1}}$  - **среднее квадратичное отклонение серии измерений**,  $\sigma^2$  называется **дисперсией случайной величины**,  $n$  - число измерений в данной серии опытов.

Кривая нормального распределения симметрична, положение ее максимума для данной серии измерений соответствует  $\langle x \rangle$ , а расстояние между точками перегиба равно  $2\sigma$  и характеризует степень влияния случайных погрешностей на результаты измерений (рис.2.1).

Чем уже Гауссова кривая, тем точнее проведен эксперимент ( $\sigma_1 < \sigma_2$ ). В теории погрешностей доказывается, что среднее арифметическое  $\langle x \rangle$  наилучшим образом отражает истинное значение искомой величины  $x_0$ . Тогда можно принять  $\langle x \rangle = x_0$ . При этом погрешность каждого измерения из серии будет равна:  $\Delta x_i = \langle x \rangle - x_i$

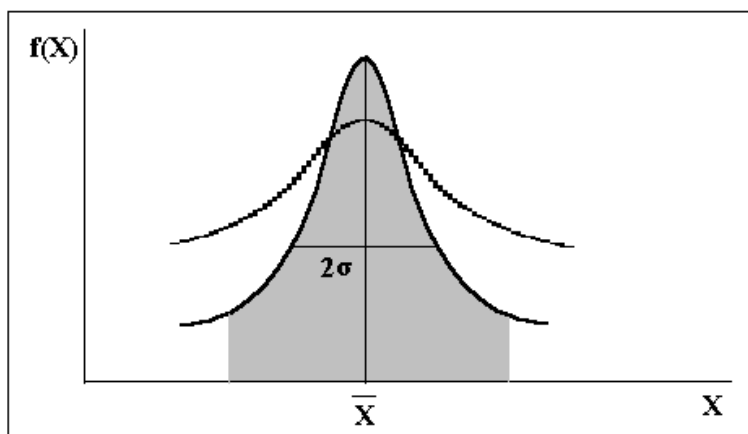


Рис. 2.1 График функции плотности распределения вероятности случайных погрешностей измеряемой величины.

Анализ распределения Гаусса позволил выдвинуть «принцип арифметической середины», согласно которому при бесконечном увеличении числа опытов  $n$  в серии среднее арифметическое стремится к истинному значению (рис 2.1):

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \Rightarrow x_{ист}$$

Из графика (рис. 2.1) видно, что существуют границы случайных погрешностей. Теоретические исследования позволили получить правило «трех

сигма ( $3\sigma$ ), оно утверждает, что при очень большом числе опытов в серии 99% всех результатов оказывается в интервале  $[x_{cp} \pm 3\sigma]$ .

Среднее значение многих выборок  $\langle x \rangle$  также подчиняется нормальному закону распределения с дисперсией  $\sigma^2/n$ . При этом среднее квадратичное отклонение среднего результата серии измерений определяется по формуле:

$$S_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\langle x \rangle - x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

## 2.7 Случайная погрешность, надежность и доверительный интервал

Вероятность того, что истинное значение  $x_0$  измеряемой величины находится в интервале  $[\langle x \rangle - \Delta x_c, \langle x \rangle + \Delta x_c]$ , называется **надежностью** или **доверительной вероятностью**. Здесь  $\Delta x_c$  - случайная погрешность серии измерений. **Надежность** определяется так:

$$\alpha = P(\langle x \rangle - \Delta x_c \leq x_0 \leq \langle x \rangle + \Delta x_c) = \int_{\langle x \rangle - \Delta x_c}^{\langle x \rangle + \Delta x_c} f(x) dx,$$

т.е. равна площади заштрихованной криволинейной трапеции (рис.2.1).

Площадь под всей кривой нормального распределения равна единице, т.е. надежность или вероятность того, что истинное значение лежит в интервале от 0 до  $\infty$ , равна единице ( $\alpha = 1$ ). Это достоверное событие.

**Интервал  $[x - \Delta x_c, x + \Delta x_c]$  называется доверительным.** Чем больше он, тем выше надежность, тем больше вероятность того, что истинное значение  $X_0$  попадает в этот интервал. Следовательно, случайная погрешность и надежность взаимно связаны между собой.

## 2.8 Распределение Стьюдента, коэффициент Стьюдента, случайная погрешность

При проведении эксперимента с малым числом измерений (малая выборка) закон распределения среднего значения отличается от нормального и представляет собой так называемое распределение Стьюдента. Сравнение распределения Гаусса и распределения Стьюдента показывает, что при числе измерений  $n \geq 20$  оба распределения практически совпадают. При  $n=10$  среднее квадратичное отклонение результата серии измерений отличается от  $S_x$ , вычисленного по формуле, приведенной в разделе 3.4, примерно на 13 %, а при  $n=5$  - приблизительно на 40 %. Если же  $n < 5$ , то различие будет намного больше.

При выполнении лабораторных работ число измерений является, как правило, небольшим. Принимая, что при  $5 \leq n < 20$ , среднее квадратичное отклонение  $S_x$  можно определять по приведенному выше соотношению. Из распределения Стьюдента вытекает, что случайная погрешность серии измерений будет равна

$$\Delta X_c = t_{\alpha n} \cdot S_{<x>},$$

где  $t_{\alpha n}$  - коэффициент Стьюдента, являющийся функцией заданной надежности  $\alpha$  и числа измерений  $n$  (определяется по таблицам).

Значение коэффициентов Стьюдента для различного числа измерений приведены в табл. 2.

Таблица 2.3

Число Измерений	Коэффициент надежности $\alpha$		
	0,95	0,98	0,99
1	12,7	31,8	663,7
2	4,3	7,7	99,9
3	3,2	4,5	5,8
4	2,8	3,8	4,6
5	2,6	3,4	4,0
6	2,5	3,1	3,7
7	2,4	3,0	3,5
8	2,3	2,9	3,4
9	2,3	2,9	3,3
10	2,2	2,8	3,2
50	1,7	2,0	2,6
100	1,6	2,0	2,6

Измерительные приборы вносят в полную погрешность приборную погрешность  $\Delta x_n$ , которую легко определить, исходя из класса точности прибора. Если класс точности прибора неизвестен, то за приборную погрешность принимают половину цены деления шкалы.

С учетом изложенного, полная погрешность результата серии измерений определяется по формуле:

$$\Delta X = \sqrt{\Delta X_c^2 + \Delta X_n^2}, \Delta x = \Delta x_c^2 + \Delta x_n^2.$$

Если при повторных измерениях прибор показывает одно и то же значение, это означает, что погрешность измерительного прибора  $\Delta x_n$  много больше случайной погрешности  $\Delta x_c$ . Случайная погрешность при этом не рассчитывается, и полная погрешность  $\Delta x = \Delta x_n$ . Если одно из слагаемых подкоренного выражения значительно меньше другого, то им можно пренебречь, что справедливо в двух случаях:

- 1) погрешность измерения является чисто случайной;
  - 2) погрешность измерения является чисто приборной.
- Последнее справедливо и при однократном измерении.

## 2.9 Действия над приближенными числами

Процесс измерения обычно сопровождается вычислениями. Правильная их организация невозможна без учета абсолютной и относительной погрешностей. Принципиальная особенность вычислений, сопровождающих измерения, состоит в том, что работать приходится с приближенными числами.

По поводу понятия верной цифры в физике пользуются понятием «**верная цифра** в узком смысле»: цифра  $n$ -го разряда называется верной, если абсолютная погрешность не превосходит половины единицы этого разряда.

Значащими называются все верные цифры в записи числа, кроме нулей, стоящих перед первой, отличной от нуля, цифрой. Например, в числе 0,01020 четыре значащих цифры, в числе 120,01 - пять значащих цифр.

При округлении последняя сохраняемая цифра остается без изменения, если старшая отбрасываемая меньше 5, и последняя сохраняемая цифра увеличивается на единицу, если старшая отбрасываемая больше или равна 5. Если после округления окажется, что последняя сохраняемая цифра нуль, то его также следует записывать. Например, число 1,0197 округляют до тысячных долей, получая 1,020.

На практике обычно используется стандартная форма записи чисел. Число представляют в виде числа с одной значащей цифрой перед запятой, умноженное на 10 в соответствующей степени. Например,  $5,2 \cdot 10^{11}$  или  $2,3 \cdot 10^{-6}$  и т.д.

Арифметические действия над приближенными числами производят с соблюдением следующих правил.

1. При сложении и вычитании окончательный результат округляют так, чтобы он не имел значащих цифр в тех младших разрядах, которые отсутствуют хотя бы в одном из исходных данных:

$$27,8 + 1,324 + 0,66 = 19,8;$$

2. При умножении и делении сохраняют столько значащих цифр в ответе, сколько их в исходном данном с наименьшим количеством значащих цифр:

$$30,9 \cdot 1,8364 = 30,9 \cdot 1,84 = 56,9 ,$$
$$56,9 : 2,412 = 56,9 : 2,41 = 23,6 ;$$

3. При возведении в степень и извлечении корня сохраняют в результате столько значащих цифр, сколько их имеется в основании степени или подкоренном выражении:

$$(1,32)^2 = 1,74, \quad \sqrt{2,95} = 1,72.$$

4. При логарифмировании в результате вычисления оставляют в мантиссе столько значащих цифр, сколько имеется их в логарифмируемом числе (при любой характеристике):

$$\ln 772,3 = 6,6494$$

## 2.10 Округление погрешности измерения и среднего арифметического измеряемой величины

Погрешность  $\Delta x$  результата измерений обычно округляется до одной значащей цифры. После этого среднее арифметическое измеряемой величины приводят в соответствие с погрешностью  $\Delta x$ , т.е. значение округляют, оставляя значащие цифры в том младшем десятичном разряде, который соответствует разряду погрешности. Например, при измерении длины получили  $\Delta x = 5,27$  мм,  $\langle x \rangle = 149,12$  мм. Округляя погрешность до одной значащей цифры, следует принять  $\Delta X = 5$  мм,  $\langle x \rangle = 149$  мм. Окончательный результат записывают так:

$$x = \langle x \rangle \pm \Delta x.$$

Следовательно, в нашем примере имеем:

$$x = (149 \pm 5) \text{ мм.}$$

Или другой пример,  $\Delta x = 1,6 \cdot 10^{-4}$  м,  $\langle x \rangle = 5,30 \cdot 10^{-2}$  м.

После округления получают  $\Delta x = 0,02 \cdot 10^{-2}$  м,  $\langle x \rangle = 5,30 \cdot 10^{-2}$  м.

Окончательный результат записывают в виде:  $x = (5,30 \pm 0,02) \cdot 10^{-2}$  м.

**Вывод:** результат измерений и расчетов не должен записываться с большим числом десятичных знаков, чем их имеется в абсолютной погрешности.

## 2.11 Погрешности табличных и постоянных физических величин

При косвенных измерениях в расчетные формулы могут входить величины, значения которых берут из таблиц. Погрешность табличных величин принимают равной половине единицы наименьшего разряда. Например, при использовании табличного значения плотности алюминия  $\rho = 2,7 \text{ г/см}^3$  погрешность будет равна  $\Delta \rho = \pm 0,05 \text{ г/см}^3$ .

Если в расчетные формулы входят некоторые константы, например,  $\pi$ , физические постоянные  $g$ ,  $h$  и т.п., то величина их берется с такой точностью, чтобы число цифр в них было на единицу больше, чем число значащих цифр в измеряемых величинах. Этим приемом достигают, что константы практически не вносят погрешностей в результат измерения.

## 2.12 Схема обработки результатов прямых измерений.

Обработку результатов серии прямых измерений после выполнения соответствующих лабораторных работ лучше проводить, придерживаясь следующей схемы?

1. Вычисляют среднее арифметическое  $\bar{x}$  данной серии измерений.
2. Находят погрешности отдельных измерений  $\Delta x_i$ .
3. Вычисляют квадраты  $\Delta x_i^2 = (\bar{x} - x_i)^2$  и суммируют их.
4. Определяют среднее квадратичное отклонение среднего результата серии измерений  $S_{\bar{x}}$ .
5. Задают надежность  $\alpha$ .
6. Зная надежность  $\alpha$  и число измерений  $n$ , по таблицам коэффициентов Стьюдента находят  $t_{\alpha n}$ .
7. Вычисляют случайную погрешность серии измерений.
8. Устанавливают приборную погрешность  $\Delta x_n$ , исходя из класса точности прибора.
9. Вычисляют полную погрешность данной серии измерений.
10. Округляют до одной значащей цифры и приводят среднее арифметическое в соответствие с ней.
11. Окончательный результат записывают в виде  $x = \bar{x} \pm \Delta x$  с указанием размерностей измеряемых величин.
12. Оценивают меру точности результата прямых измерений данной серии, используя относительную погрешность:  $\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\%$
13. Формулируют выводы по лабораторной работе.

### 2.13 Погрешности при косвенных измерениях

При косвенных измерениях искомое значение физической величины вычисляют на основании известной зависимости между этой величиной и величинами, полученными в результате прямых измерений.

Пусть искомая величина  $Z$  является функцией нескольких измеряемых величин  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ :

$$Z = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n).$$

Серию прямых измерений величин  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$  обрабатывают в соответствии с методикой обработки результатов прямых измерений. Используя средние арифметические значения каждой измеряемой величины  $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ , вычисляют среднее арифметическое значение искомой величины

$$\bar{Z} = f(\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n).$$

Погрешности результатов прямых измерений  $\Delta X_1, \Delta X_2, \Delta X_3, \dots, \Delta X_n$  определяют для одного и того же значения надежности  $\alpha$ . Погрешность результата косвенных измерений находят по формуле:

$$\Delta Z = \sqrt{\left(\frac{\partial Z}{\partial X_1}\right)^2 \Delta X_1^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_2}\right)^2 \Delta X_2^2 + \dots + \left(\frac{\partial Z}{\partial X_n}\right)^2 \Delta X_n^2}.$$

Значения частных производных  $\frac{\partial Z}{\partial X_i}$  вычисляют при средних значениях  $\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n$ .

Если функцию  $Z$  можно представить в виде  $Z = X_1^\beta X_2^\gamma \dots X_n^\delta$ , удобном для логарифмирования, то с помощью соответствующих формул легко получить простое выражение для относительной погрешности результата косвенных измерений через относительные погрешности прямых измерений, т.е.:

$$\varepsilon = \sqrt{\beta^2 \varepsilon_{x1}^2 + \gamma^2 \varepsilon_{x2}^2 + \dots + \delta^2 \varepsilon_{xn}^2},$$

а через нее найти погрешность измеряемой величины  $Z$ , т. е.

$$\Delta Z = \varepsilon \bar{Z}.$$

## 2.14 Схема обработки результатов косвенных измерений.

1. Все величины, необходимые для нахождения искомой величины  $Z$ , измеряют соответствующими приборами и обрабатывают по правилам обработки результатов прямых измерений при одном и том же значении надежности  $\alpha$ .

2. Используя математическую зависимость, определяют среднее значение через средние значения измеряемых величин.

3. Находят погрешность косвенных измерений  $\Delta Z_c$ .

4. Округляют до одной значащей цифры и приводят среднее арифметическое в соответствии с ней.

5. Окончательный результат записывают в виде:

$$Z = \bar{Z} \pm \Delta Z.$$

6. Оценивают меру точности результата косвенных измерений, используя относительную погрешность:

$$\varepsilon = \frac{\Delta Z}{\bar{Z}} \cdot 100\%$$

7. Формулируют выводы по лабораторной работе.

## 2.15 Графическая обработка результатов измерений

При выполнении многих лабораторных работ по физике применяется графический метод обработки результатов эксперимента. Он позволяет наглядно, в удобной для анализа форме представить экспериментальные данные. Графики следует строить на миллиметровой бумаге. По горизонтальной оси (оси абсцисс) откладывают независимую переменную, т.е. величину, значение которой задает сам экспериментатор, а по вертикальной оси (оси ординат) - определяемую величину.

Перед построением графика следует, исходя из пределов, в которых заключены значения функции и аргумента, выбрать разумные независимые

друг от друга масштабы по осям. При выборе масштаба необходимо учитывать, что экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом и масштаб должен быть простым. Проще всего, если единица измеряемой величины (или 10; 100; 0,1 единицы и т.д.) соответствует 1 см. Построение графика **не обязательно** вести от начала координат, правильнее строить его от нижних пределов измеряемых величин. На осях координат указывают масштабные единицы, у концов осей за пределами графика (левее оси ординат и ниже оси абсцисс) пишут буквенные обозначения соответствующих величин в принятых сокращениях. Ни в коем случае не следует указывать на осях координат данные опыта. Для раскрытия содержания каждый график должен иметь смысловую подпись.

Экспериментальные данные следует отмечать на графике хорошо выделяющимися точками. Через экспериментальные точки проводят карандашом с помощью лекала “наилучшую” плавную кривую. **Нельзя точки соединять ломаной линией, так как такая линия указывает на скачкообразный характер соотношения между двумя величинами, что весьма маловероятно.**

В экспериментах часто встречается линейная зависимость двух величин  $X$  и  $Y$ :

$$Y = KX + b,$$

где  $K$  и  $b$  - постоянные параметры.

Угловой коэффициент находят как соотношение приращения функции к приращению аргумента, взятое на выбранной прямой на возможно большем интервале изменения аргумента:

$$K = \frac{\Delta Y}{\Delta X}.$$

Легко видеть, что угловой коэффициент есть тангенс угла наклона прямой к оси абсцисс и большей частью представляет собой размерную физическую величину.



### 3 ВВОДНЫЙ ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

#### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 1

#### ИЗУЧЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

**Оборудование:** таблица - выборка числа импульсов, выдаваемых счетчиком импульсов ПП-16 за 5 секунд

**Цель работы:** Ознакомление с методами математической обработки результатов прямых измерений физических величин на примере расчета среднего значения числа импульсов, выдаваемых генератором

В работе измеряемой величиной является число импульсов  $N$ , выдаваемых счетчиком за 5 секунд. Значения  $N$  заданы в таблице 4 и определяются последней цифрой шифра студента.

При определении  $N$  случайные погрешности превалируют над систематическими, поэтому обработку результатов измерений следует проводить на основе теории случайных погрешностей (п.2.6-2.8).

##### Порядок обработки результатов прямых измерений

1. В таблицу 1 заносят значения числа импульсов  $N$  согласно номеру варианта (по последней цифре шифра студента)
2. Вычисляют среднее значение числа импульсов генератора за 5 секунд:

$$\langle N \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n N_i}{n}$$

где  $n$  – число измерений.

3. Находят абсолютные погрешности отдельных измерений:  $\Delta N_i = \langle N \rangle - N_i$  (отклонения отдельных измерений от среднего значения) и заносят в таблицу 1.
4. Вычисляют квадраты погрешности отдельных измерений:

$$(\Delta N_i)^2 = (\langle N \rangle - N_i)^2$$

и заносят их в таблицу 1 и суммируют.

5. Определяют среднеквадратичное отклонение серии измерений по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta N_i)^2}{n-1}}$$

6. Определяют стандартный доверительный интервал:

$$S_N = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\Delta N_i)^2}{n(n-1)}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

7. Задаются значением коэффициента надежности  $\alpha$  и с помощью таблицы 2.3 для данного числа измерений находят случайную погрешность измерений:

$$\Delta N_c = t_{\alpha n} \cdot S_N$$

8. Поскольку выборка получена с помощью цифрового прибора, приборная погрешность равна:  $\Delta N_{np} = \pm 1$

9. Вычисляют полную погрешность измерений числа импульсов:

$$\Delta N = \sqrt{(\Delta N_c)^2 + (\Delta N_{np})^2}$$

10. Округляют  $\Delta N$  до одной значащей цифры и приводят среднее арифметическое в соответствие с нею

12. Окончательный результат записывают в виде:

$$N = \langle N \rangle \pm \Delta N$$

13. Оценивают меру точности результата прямых измерений данной серии при заданной надежности  $\alpha$ , вычисляя относительную погрешность измерений:

$$\varepsilon = \frac{\Delta N}{\langle N \rangle} 100\%$$

14. Результаты расчетов заносят в таблицу 3

15. Чтобы выяснить распределение вероятностей получаемых значений измеряемой величины – числа импульсов, строят ступенчатую диаграмму, которая носит название - **гистограмма (рис. 1.1)** по следующей схеме:

- в таблице 1 находят и отмечают наименьшее  $N_{\min}$  и наибольшее  $N_{\max}$  значения числа импульсов;

- разбивают диапазон  $[N_{\min} - N_{\max}]$  на 10 равных групп, имеющих равные интервалы, и заносят их в таблицу 1.2;

- подсчитывают в каждом интервале число импульсов, попавших в данный интервал;

- отрезок прямой, расположенный между крайними значениями  $N$ , разбивают на ряд равных интервалов, и над каждым из них строим прямоугольник с высотой равной числу опытов, попадающих в данный интервал результатов (рис. 1.1).

- на гистограмме отмечают среднее арифметическое результата измерений.

Частота появления результатов, соответствующих этому интервалу, пропорциональна площади прямоугольника.

16. Строят кривую распределения Гаусса – как огибающую гистограммы (рис. 3.1)

17. Записывают закон распределения Гаусса в явном виде, используя полученные расчетные значения:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\bar{x} - x)^2}{2\sigma^2}}$$

18. Записывают вывода по проделанной работе

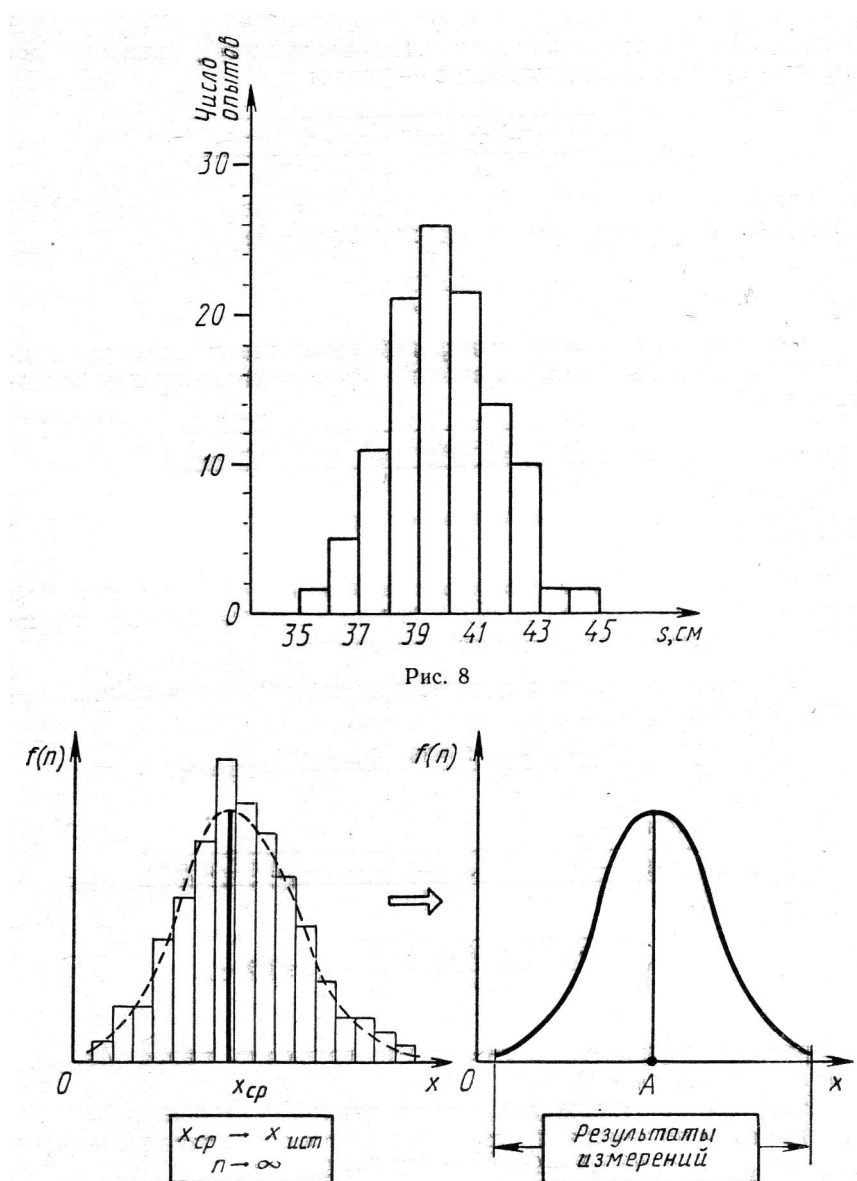


Рис. 1.1 Схема построения гистограммы и закона нормального распределения Гаусса

Таблица 1.1

Число импульсов, выдаваемых счетчиком за 5 секунд

Номер опыта	Число импульсов, N	$\Delta N_i$	$(\Delta N_i)^2$	Номер опыта	Число импульсов, N	$\Delta N_i$	$(\Delta N_i)^2$
1				26			
2				27			
3				28			
4				29			
5				30			
6				31			
7				32			
8				33			
9				34			
10				35			
11				36			
12				37			
13				38			
14				39			
15				40			
16				41			
17				42			
18				43			
19				44			
20				45			
21				46			
22				47			
23				48			
24				49			
25				50			

Таблица 1.2

Распределение числа импульсов счетчика по интервалам

Номер интервала	Интервал	Число импульсов, попавших в интервал	Частота $\frac{n_i}{n}$
1			
2			
3			
4			
5			
6			

7			
8			
9			
10			

Таблица 1.3.

Результаты статистической обработки результатов прямых измерений

$\langle N \rangle$	$\sigma$	$S_N$	$\alpha$	$t_{\alpha n}$	$\Delta N_c$	$\Delta N_{np}$	$\Delta N$	$\varepsilon, \%$

Таблица 1.4

Выборка - число импульсов, выдаваемых счетчика за 5 секунд

номер опыта	номер варианта студента									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	472	482	492	502	512	522	532	544	554	564
2	468	478	488	498	508	518	528	538	548	558
3	459	469	479	489	499	509	519	539	539	549
4	453	463	473	483	493	503	513	523	533	543
5	483	493	503	513	523	533	543	553	563	573
6	482	492	502	512	523	532	542	562	572	582
7	484	494	504	514	524	534	544	554	564	574
8	480	490	500	510	520	530	540	550	560	570
9	484	494	504	514	524	534	544	554	565	574
10	488	498	508	518	528	538	548	558	568	578
11	484	492	502	512	522	532	544	554	564	574
12	455	465	475	485	495	505	515	525	535	545
13	449	459	469	479	489	499	509	519	529	539
14	450	460	470	480	490	500	510	520	530	540
15	473	483	493	503	513	523	533	543	553	563
16	490	500	5100	520	530	540	550	550	560	570
17	493	503	513	523	533	543	553	563	574	583
18	460	470	480	490	500	510	520	530	540	550
19	478	488	498	506	518	528	538	548	558	568
20	497	507	517	527	537	547	557	567	577	587
21	446	456	466	476	486	496	506	516	526	536
22	474	484	494	504	514	524	534	544	554	564
23	491	501	513	523	533	543	553	553	563	573
24	485	495	505	515	525	535	545	555	565	575
25	452	462	472	483	492	502	512	522	532	542
26	468	478	488	498	508	518	528	538	548	558
27	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
28	524	534	544	554	564	574	584	594	604	614
29	499	509	519	529	539	549	559	569	579	589
30	471	481	491	501	511	521	531	541	551	561
31	479	489	509	519	529	539	549	559	569	579
32	485	495	505	515	525	535	545	555	565	575
33	525	535	545	555	575	585	595	605	615	625
34	495	506	516	526	536	546	556	566	576	586

35	511	521	531	541	551	561	571	581	591	601
36	481	491	501	511	521	531	541	551	561	571
37	503	513	523	533	543	553	563	573	583	593
38	489	499	509	519	529	559	569	579	588	598
39	503	513	523	533	543	553	563	573	583	593
40	500	510	520	530	540	550	560	570	580	590
41	488	498	508	518	528	538	545	558	568	578
42	440	450	460	470	480	490	500	510	520	530
43	498	508	518	528	538	548	558	568	578	588
44	507	517	527	537	547	557	567	577	587	597
45	501	5121	521	531	541	551	561	571	681	591
46	520	530	540	550	560	570	590	610	620	630
47	407	417	427	437	447	457	467	487	497	507
48	497	507	517	527	537	547	557	567	577	587
49	545	555	565	575	585	595	605	615	625	635
50	495	505	515	525	535	545	555	565	575	585
$\alpha$	0,95	0,98	0,99	0,95	0,98	0,99	0,95	0,98	0,99	0,95
$t_{\text{cm}}$	1,7	2,0	2,6	1,7	2,0	2,6	1,7	2,0	2,6	1,7

### Контрольные вопросы

1. Что значит измерить физическую величину?
2. Что называется истинной физической величиной?
3. Что называется погрешностью измерений?
4. Что называется абсолютной погрешностью измерений?
5. Какая погрешность называется систематической?
6. Какие измерения называются прямыми? Приведите примеры прямых измерений.
7. Какие погрешности называются случайными?
8. Какая погрешность называется приборной?
9. Как определяется среднее значение физической величины?
10. Как определяется погрешность единичного измерения?
11. В каком случае при расчетах погрешностей измерения используют закон нормального распределения Гаусса?
12. Что представляет собой гистограмма?
13. Что называется средним квадратичным отклонением серии измерений и как она рассчитывается?
14. Как определяется средняя квадратичная погрешность серии измерений?
15. Что называется надежностью?
16. Что называется доверительным интервалом физической величины?
17. В каком случае при расчетах погрешностей измерения используют закон нормального распределения Стьюдента?
18. Для чего используется коэффициент Стьюдента?
19. Как рассчитывается полная суммарная погрешность прямого измерения?
20. Что называется относительной погрешностью измерения?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

### ИЗУЧЕНИЕ МЕТОДА ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

**Цель работы:** на примере определения объема цилиндра

1) разобраться в устройстве штангенциркуля и микрометра, научиться ими пользоваться;

2) ознакомиться с обработкой результатов косвенных измерений и рассчитать инструментальные погрешности приборов.

**Оборудование:** линейка, штангенциркуль, микрометр, цилиндр

#### Теоретическое введение

Путем прямых измерений могут быть найдены немногие физические величины, чаще всего приходится проводить косвенные измерения. При таких измерениях задача экспериментатора сводится к тому, чтобы на основании прямых измерений вспомогательных величин найти наиболее вероятное значение искомой величины и оценить достоверность полученного результата.

В настоящее время нет универсального способа оценки границ доверительного интервала при заданной надежности для результатов косвенных измерений. Предлагаемые в данной работе рекомендации носят ориентировочный характер, причем их справедливость тем выше, чем больше число измерений и их точность

Иногда указывают, что однократно проведенное измерение «не имеет никакой ценности». Между тем на практике большинство измерений выполнено один раз. И так поступают не только в технике, но и при научных исследованиях. Очевидно, единичным измерением можно ограничиваются, когда ошибка результата задается не случайными ошибками эксперимента, а погрешностью измерительного прибора.

Рассмотренный метод (п. 2.14) используется в данной работе для определения объема прямого круглого цилиндра. Величинами, подлежащими прямым измерениям являются высота  $h$  и диаметр  $d$  цилиндра

В качестве измерительных инструментов применяются линейка, штангенциркуль и микрометр.

#### Штангенциркуль

Штангенциркуль состоит из основной линейки (штанги) с миллиметровыми делениями, на одном из концов которой находится выступ, подвижной рамки с таким же выступом и закрепляющим винтом, нониуса, расположенных на соответствующих пластинах (рис 2.1). Верхние выступы пластин служат для измерения внутренних диаметров труб, размеров отверстий, а нижние – внешних. В подвижной рамке находится **нониус** –

вспомогательная линейка, позволяющая отсчитывать доли наименьшего деления основной шкалы, с нею жестко связан шток, служащий для измерения глубины отверстий. Нониусная шкала содержит 10 делений, каждое из которых равно 1,9 мм, т. е. расстояние между крайними делениями нониуса равно 19 мм.

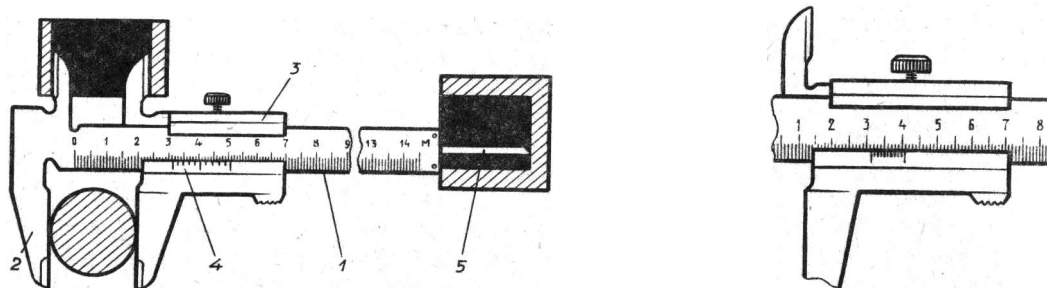


Рис. 2.1 Штангенциркуль

Техника измерений линейных размеров штангенциркулем сводится к следующему: Измеряемое тело слегка зажимают между пластинами («губками») инструмента. По масштабной линейке отсчитывают целое число миллиметров слева от нуля нониусной шкалы. Это соответствует размеру с точностью до миллиметра. Для определения десятых долей миллиметра находят деление нониуса, совпадающее с каким-либо делением основной шкалы. Это деление нониуса соответствует десятым долям миллиметра, прибавляемым к показаниям основной шкалы.

## Микрометр

Микрометр устроен следующим образом: с левой стороны находится упор, справа закреплена цилиндрическая обойма. Внутри которой находится микрогайка с шагом 0,5 мм (1 мм), а на наружной части по образующей – основная шкала (рис 2.2). В микрогайке перемещается микровинт со штоком. С микровинтом связана обойма, на которой нанесена нониусная шкала, состоящая из 50 делений, если шаг микровинта равен 0,5 мм, из 100 делений, если шаг микровинта равен 1 мм. Таким образом, за один оборот микровинта шток перемещается на 0,5 мм (или 1 мм), а за 1/50 оборота на 0,01 мм, что соответствует цене деления нониуса.. Таким образом, микрометр позволяет измерять длину с точностью до 0,01 мм.

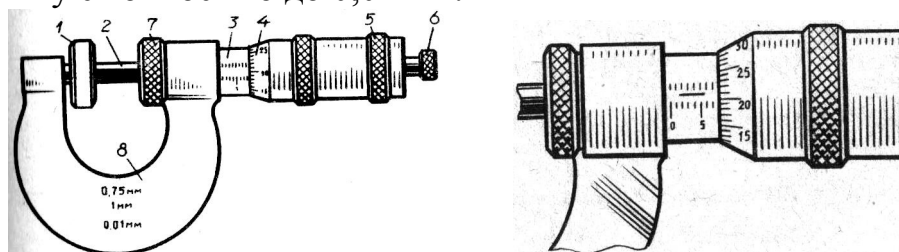


Рис.2.2 Микрометр



## Порядок выполнения работы

1. Записывают в таблицу 2.1 характеристики измерительных приборов.

2. Измеряют объем цилиндра, используя в качестве измерительных инструментов - линейку, штангенциркуль и микрометр.

3. Объем цилиндра рассчитывается по формуле:

$$V = \frac{\pi h d^2}{4},$$

где  $h$  - высота цилиндра,  $d$  - его диаметр.

3. Относительная погрешность измерений объема цилиндра определяется по правилам обработки косвенных измерений:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V}{V} = \sqrt{\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2},$$

где  $\Delta h$  и  $\Delta d$  - абсолютная погрешность измерения высоты и диаметра цилиндра, совпадают с ценой деления шкалы нониуса.

4. Число  $\pi$  берут таким образом, чтобы можно было бы пренебречь величиной  $\varepsilon_\pi$ .

5. Абсолютная погрешность измерения объема цилиндра равна:

$$\Delta V = \varepsilon_v \cdot V$$

6. Результат измерения объема цилиндра представляют в виде

$$V_u = V \pm \Delta V$$

7. Результаты измерений заносят в таблицу 2.2.

8. Формулируют выводы по выполненной лабораторной работе

Таблица 2.1.

Характеристики измерительных инструментов

Инструмент	Предел измерения, мм	Цена деления, мм
Миллиметровая линейка	200	1
Штангенциркуль	200,0	0,1
Микрометр	25,00	0,01

Таблица 2.2

Результаты измерений объема цилиндра

Инструмент	$h$ мм	$d$ мм	$\pi$	$V$ , мм <sup>3</sup>	$\varepsilon_v$	$\varepsilon$ , %	$\Delta V$ мм <sup>3</sup>	$V_u = V \pm \Delta V$
Линейка			3,1					
Штангенциркуль			3,14					
Микрометр			3,142					

### **Контрольные вопросы**

1. Что называется ценой деления прибора.
2. Чему равна цена деления и точность измерения линейки?
3. Для чего предназначен штангенциркуль?
4. Чему равна цена деления нониуса штангенциркуля?
5. Какие пределы измерения имеют штангенциркули?
6. С какой точностью могут быть произведены измерения штангенциркулем?
7. Для чего предназначен микрометр?
8. Какова точность измерения микрометра?
9. Как устроен нониус микрометра?
10. Что такое микрометрическая головка микрометра?
11. Каковы предел измерения микрометра?
12. Какова точность измерения микрометра?
13. Чему равна точность измерений линейки?
14. Из чего складывается погрешность измерения объема цилиндра?
15. Каким образом можно уменьшить погрешность измерения объема цилиндра?
16. Какие измерения называются косвенными?
17. Приведите примеры косвенных измерений?
18. Как оценить относительную погрешность измерения объема цилиндра?
19. Какова цена деления основной шкалы штангенциркуля?
20. Какова цена деления основной шкалы микрометра?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3

### ЭЛЕКТРОИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ И ПРАВИЛА ИХ ПРИМЕНЕНИЯ.

**Цель работы:** Знакомство с принципами классификации, работы и правилами применения приборов основных электроизмерительных систем

**Оборудование:** амперметры и вольтметры

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### Системы электроизмерительных приборов

Электроизмерительные приборы классифицируют по следующим признакам:

роду измеряемой величины – амперметры, вольтметры, ваттметры, частотометры (таблица 1);

роду тока (постоянный, переменный, пульсирующий);

принципу действия;

величине пробивного напряжения изоляции;

рабочему положению (горизонтальному, вертикальному);

влажностному и температурному режимам работы;

степени защиты от электрических и магнитных полей;

классу точности.

Все эти данные или их часть с помощью специальных символов наносится на лицевой стороне шкал приборов.

Таблица 3.1.

Наименование прибора	Условные обозначения
Амперметр	A
Вольтметр	V
Ваттметр	W
Омметр	$\Omega$
Частотомер	Hz

В зависимости от вида получаемой измерительной информации приборы подразделяются на показывающие, регистрирующие, самопишущие, интегрирующие и суммирующие.

Наиболее распространенными являются приборы магнитоэлектрической, электромагнитной и электродинамической систем.

Принцип действия **приборов магнитоэлектрической системы** основан на взаимодействии магнитного поля постоянного магнита с током, протекающим по обмотке легкой подвижной катушки (рамки). Они применяются в качестве амперметров и вольтметров в цепях постоянного тока при технических и

контрольных лабораторных измерениях. Они дают наибольшую точность измерения и являются наиболее экономичными в смысле потребления энергии.

Принцип работы **приборов электромагнитной системы** основан на взаимодействии магнитного поля тока, протекающего по обмотке неподвижной катушки, с подвижным железным сердечником, помещенном в магнитном поле. Применяются в основном для измерения переменного тока, хотя могут применяться и в цепях постоянного тока. Просты по конструкции и недороги. Электромагнитные амперметры и вольтметры используются как щитовые приборы переменного тока, имеют пределы измерения: амперметры – от 6 мА до 200 А; вольтметры от 3 до 600 В.

Принцип действия **приборов электродинамической системы** основан на взаимодействии токов, протекающих по двум рамкам (катушкам), из которых одна подвижная, а другая неподвижная. Электродинамические приборы применяют для измерения постоянного и переменного токов (амперметры, вольтметры и ваттметры. Точность и чувствительность электродинамических приборов для переменного тока высокие.

Принцип действия **приборов тепловой системы** основан на изменении длины проводника при его нагревании. Эти приборы могут измерять постоянный и переменный токи.







Принцип действия **приборов индукционной системы** основан на взаимодействии токов, индуцируемых в подвижной части прибора, с магнитным потоком неподвижного магнитного потока.


Принцип действия **приборов вибрационной систем** основан на резонансе при совпадении частот собственных колебаний подвижной части прибора с частотой переменного тока. Приборы этой системы применяются для измерения частоты тока.

В таблице 3.2 приведены обозначения на шкалах электроизмерительных приборов

Таблица 3.2

Обозначения на шкалах электроизмерительных приборов

Магнитоэлектрический прибор	
Электромагнитный прибор	
Электродинамический прибор	
Электростатический прибор	
Прибор работает в горизонтальном положении	
Прибор работает в вертикальном положении	
Класс точности	1,0
Прибор для измерения постоянного тока (напряжения)	—
Прибор для измерения переменного тока (напряжения)	~

Испытательное напряжение изоляции между электрической цепью и корпусом (в кВ)	
---	---

## Цифровые приборы

В цифровых приборах непрерывно изменяющийся измеряемый параметр преобразуется в дискретный параметр в виде числа, которое отображается на отсчетном устройстве. В этих приборах измеряемый сигнал сравнивается с заданным, то есть для измерения применяется нулевой метод.

Цифровые измерительные приборы имеют следующие достоинства: высокую точность, в том числе и в сложных условиях эксплуатации, возможность запоминать, передавать на расстояние, возможность сопряжения с ПЭВМ, удобство обслуживания (отпадает необходимость каких-либо вычислений при отсчете показаний по шкале).

## Амперметры, вольтметры и гальванометры

**Амперметрами** называются приборы, служащие для измерения силы тока. При измерениях вольтметр включают в цепь последовательно, т.е. так, чтобы весь измеряемый ток проходил через амперметр (рис 1). Поэтому амперметры должны иметь малое сопротивление, чтобы их включение не изменяло заметно величины тока в цепи. Слабые токи измеряются магнитоэлектрическими амперметрами. Такие приборы называют миллиамперметрами (токи до  $10^{-3}$  А) и микроамперметрами (токи до  $10^{-6}$  А).

Вольтметрами называют приборы, служащие для измерения напряжения (рис 1). При измерениях вольтметр включают в цепь параллельно тому участку, на концах которого хотят измерить разность потенциалов, то есть вольтметр соединяют с теми точками цепи, разность потенциалов которых нужно измерить. Для того, чтобы включение вольтметра не изменяло бы режим цепи. Сопротивление вольтметра должно быть очень велико по сравнению с сопротивлением цепи. Погрешность при измерении напряжения тем меньше, чем больше сопротивление вольтметра.

Гальванометрами называют чувствительные приборы, служащие для измерения весьма малых токов. Напряжений и количеств электричества (соответственно меньше  $10^{-6}$  А, В или Кл).

## Многопредельные приборы

Измерительный прибор, электрическую схему которого можно переключать для изменения интервалов измеряемой величины, называют **многопредельным**.

В многопредельные амперметры внутри прибора вмонтированы шунты, а в случае вольтметра – добавочные сопротивления.

**Шунтом** называется сопротивление включаемой в цепь параллельно амперметру, вследствие чего в амперметр ответвляется только часть измеряемого тока.

Для расширения пределов измерений вольтметром применяется добавочное сопротивление, которое включается в цепь последовательно с вольтметром.

### **Шкала, чувствительность и цена деления электроизмерительных приборов**

**Шкалой измерительного прибора** называют совокупность делений, расположенных в диапазоне полного отклонения указателя (стрелки или светового луча). Шкалы приборов чаще бывают плоскими.

Область между крайними делениями шкалы называют **диапазоном показаний**, который следует отличать от **диапазона измерений**. На тех участках шкалы, где диапазон измерений не совпадает с диапазоном показаний, ставят точки у штрихов, соответствующих концам диапазона измерений.

Одноцелевые многопредельные приборы и многопрофильные приборы могут иметь несколько шкал.

Чтобы пользоваться приборами с любой шкалой, нужно определить чувствительность прибора и цену деления шкалы.

Величина, численно равная отношению приращения угла поворота подвижной части прибора к приращению измеряемой величины называется **чувствительностью прибора**. Чувствительность характеризует на сколько делений отклонится указатель, если измеряемый сигнал равен единице измеряемой величины.

Если, например, приращение угла поворота  $d\varphi$  вызвано приращением тока  $dI$ , то чувствительность амперметра равна:

$$S_I = \frac{d\varphi}{dI}$$

Величина  $C = \frac{1}{S_I}$  называется **ценой деления прибора**; Чувствительность  $S$  определяет значение электрической величины, вызывающей отклонение указателя на одно деление.

Например, имеется вольтметр, который измеряет напряжение в пределах от 0 до 250 В. Шкала этого прибора разделена на 50 делений.

Чувствительность этого вольтметра равна:

$$S_U = \frac{d\varphi}{dU} = \frac{50}{250} = 0,2 \text{ дел} / \text{В}$$

Цена деления вольтметра равна:

$$C = \frac{1}{S_U} = \frac{250}{50} = 5 \text{ В} / \text{дел.}$$

## **Класс точности электроизмерительных приборов и оценка погрешности электрических измерений**

Для электроизмерительных приборов **класс точности** – это число равное приведенной погрешности данного прибора. Обозначение классов точности 0,2; 0,5, 1,0; 2,5 и т. д. указывает, что погрешность показаний прибора соответствующего класса в любом месте шкалы не должна превышать 0,2%; 0,5%; 1%; 2,5% .

Если обозначим через  $A'$  максимально возможное показание прибора, а через  $n$  номер класса точности прибора, то получим **абсолютную погрешность** прибора

$$\Delta A = A' \cdot n$$

Например, вольтметр 0,2 класса ( $n=0,002$ ) шкала которого рассчитана на напряжение 50 В, имеет абсолютную погрешность:

$$\Delta U = \pm 0,002 \cdot 50 \text{ В} = \pm 0,1 \text{ В}$$

Амперметр класса 1,5, рассчитанный на максимальное показание силы тока 5 А. имеет абсолютную погрешность:

$$\Delta I = \pm 0,015 \cdot 5 \text{ А} = \pm 0,075 \text{ А}.$$

Так как абсолютная погрешность считается одинаковой по всей шкале электроизмерительного прибора, то относительная погрешность  $\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} 100\%$  будет тем больше, чем меньше измеряемая величина. Если например, при помощи указанного амперметра измерить ток около 4 А, то относительная погрешность составит 1,9%, а при измерении тока около 1 А – 7,5%

## **Упражнение 1. Ознакомление с работой электроизмерительных приборов**

1. По указанию преподавателя дать полную характеристику приборов - амперметра и вольтметра - указать название, систему, класс точности и т.д.

2. Определить абсолютную погрешность прибора по формуле  $\Delta A = A' \cdot n$ , где  $A'$  - максимально возможное показание прибора, а  $n$  - класс точности прибора

3. Вычислить чувствительность прибора (амперметра и вольтметра):

$S_I = \frac{d\varphi}{dI}$   $S_U = \frac{d\varphi}{dU}$ , где  $d\varphi$  - приращение угла поворота подвижной части прибора,  $dI$ ,  $dU$  - приращение измеряемой величины

4. Вычислить цену деления прибора (амперметра, вольтметра):  $C_I = \frac{1}{S_I} = \frac{dI}{d\varphi}$ ;  $C_U = \frac{1}{S_U} = \frac{dU}{d\varphi}$ .

5. Вычислить абсолютную погрешность приборов  $\Delta A = A' \cdot n$

6. Полную характеристику приборов занести в таблицу 3.3

Таблица 3.3

Характеристики амперметра и вольтметра		
Признак классификации	Символ на шкале	
	Амперметр	Вольтметр
Наименование прибора		
Род измеряемой величины		
Заводская марка прибора		
Год изготовления		
В цепях какого тока работает прибор		
Измерительная система прибора		
Условия испытания изоляции		
Рабочее положение прибора		
Допустимые условия работы		
Наличие защиты От магнитных полей От электрических полей		
Класс точности		
Пределы измерения		
Цена деления		
Чувствительность		
Абсолютная погрешность		
Дополнительные сведения		

**Задание 2. Построить по указанию преподавателя кривую ошибок для прибора (амперметра или вольтметра)**

1. Рассчитать относительные погрешности по формуле  $\varepsilon = \frac{\Delta I}{I} 100\%$

для амперметра и по формуле  $\varepsilon = \frac{\Delta U}{U} 100\%$  для вольтметра



2. Данные расчетов относительной погрешности занести в таблицу 3.4.
3. Построить график зависимости относительной погрешности в координатах  $\varepsilon = f(I)$  или  $\varepsilon = f(U)$ .
4. Точки на шкале взять по указанию преподавателя.

Таблица 3.4

Номер точки	1	2	3	4	5
Измеряемая величина (А или В)					
Относительная погрешность %					

### Упражнение 3 Оценка погрешности электрических измерений на примере измерения внутреннего сопротивления источника тока.

**Задание:** Рассчитать погрешность определения внутреннего сопротивления элемента, электродвижущая сила которого равна  $E$ , напряжения на полюсах  $U$  и величина тока  $I$ .

Для измерения применен вольтметр класса  $N_1$  с пределом измерения  $U_N$  и амперметр класса  $N_2$  с пределом измерения  $I_N$ .

Характеристики приборов и результаты измерений приведены в таблице 4 и определяются по вариантам по последней цифре шифра студента.

**Рассчитать:**

- 1) абсолютные погрешности измерения тока и напряжения;
- 2) внутренне сопротивление элемента  $r$ ;
- 3) максимальную относительную погрешность  $\varepsilon$ ;
- 4) абсолютную погрешность определения внутреннего сопротивления  $\Delta r$

Таблица 3.5.

Данные для расчета внутреннего сопротивления элемента

Номер варианта	Класс вольтметра $N_1$	Предел измерения вольтметра $U_N, В$	ЭДС $E, В$	Напряжение $U, В$	Класс амперметра $N_2$	Предел измерения амперметра $I_N, А$	Сила тока $I, А$
0	6	10	9,1	6,3	4	5	2,5
1	4	5	3,8	2,9	2,5	2,5	2,1
2	2,5	2,5	2,4	2,1	1,5	1,5	0,8
3	1,5	1	0,95	0,81	1,0	1,0	0,31
4	1,0	10	0,92	0,68	0,5	5	1,31
5	0,5	5	4,47	3,26	0,2	2,5	1,45
6	0,2	2,5	2,32	1,96	0,1	1,5	0,95

7	0,1	1	0,74	0,67	0,05	1,0	0,58
8	0,05	10	7,84	6,78	0,02	5	3,04
9	0,02	5	4,45	3,74	0,01	2,5	1,78

### Порядок выполнения расчетов

1. Вычислите абсолютную погрешность измерения ЭДС и напряжения:  
 $\Delta E = \Delta U = N_1 \cdot U_N$

2. Абсолютная погрешность измерения силы тока определяется формулой:  $\Delta I = N_2 \cdot I_N$

3. Вычислите внутреннее сопротивление источника тока согласно уравнению:

$$r = \frac{E - U}{I}$$

4. Оцените максимальную относительную погрешность определения внутреннего сопротивления:

$$\varepsilon = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta E + \Delta U}{E - U} + \frac{\Delta I}{I}$$

5. Максимальная относительная погрешность, выраженная в процентах, равна:  
 $\pm \varepsilon \cdot 100$

6. Абсолютная погрешность определения внутреннего сопротивления:

$$\Delta r = \varepsilon \cdot r$$

7. Внутреннее сопротивление источника тока равно:

$$r_i = r \pm \Delta r$$

8. Результаты расчетов занести в таблицу 5.

9. Сформулировать выводы по результатам работы

Таблица 3.6

Результаты расчетов погрешности измерения внутреннего сопротивления

$\Delta E = \Delta U, В$	$\Delta I, В$	$r, Ом$	$\varepsilon, В$	$\pm \varepsilon \cdot 100, \%$	$\Delta r, Ом$	$r_i = r \pm \Delta r, Ом$

## 4 МЕХАНИКА

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

#### ИЗУЧЕНИЕ ГРАВИТАЦИОННОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

**Цель работы:** определение ускорения силы тяжести (напряженности) и потенциала гравитационного поля Земли и гравитационной постоянной из наблюдений колебаний математического маятника

**Приборы и принадлежности:** установка с математическим маятником, масштабная линейка, секундомер

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

##### Сила всемирного тяготения

В начале XVI века польским астрономом **Николаем Коперником** (1473 – 1543) обоснована **гелиоцентрическая система**, согласно которой Земля и все остальные планеты движутся вокруг Солнца, которое является центром нашей планетной системы.

Немецкий астроном **Иоганн Кеплер** (1570 – 1630) на основе обработки и уточнения результатов многолетних наблюдений датского астронома **Тихо Браге** (1546 - 1601) установил три законы движения планет:

1. Планета движется вокруг Солнца по эллипсам, в одном из фокусов которого находится Солнце.
2. Радиус-вектор планеты за равные промежутки времени описывает равные площади
3. Квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы больших полуосей орбит.

Впоследствии английский физик Исаак Ньютон, изучая движение небесных тел, на основании закона И.Кеплера и основных законов механики, открыл **закон всемирного тяготения**. В 1687 году вышел в свет труд И. Ньютона «Математические начала натуральной философии», содержащий три основных закона механики и закон всемирного тяготения, то есть И. Ньютоном введено в науку представление о гравитационном взаимодействии тел.

В классической физике гравитационное взаимодействие описывается законом всемирного тяготения:

Между любыми двумя материальными точками действует сила взаимного протяжения, прямо пропорциональная произведению масс данных точек  $m_1$  и  $m_2$  и обратно пропорциональная квадрату расстояния между ними  $r^2$ :

$$F = G \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad (4.1)$$

Эта сила называется **гравитационной** или **силой всемирного тяготения**. Силы тяготения являются силами притяжения и направленными вдоль прямой, проходящей через взаимодействующие тела. Формула (4.1) является достаточно точной для частиц, имеющих исчезающе малые размеры по сравнению с расстоянием между ними. Однако она строго справедлива и для тел конечного размера, внутри которых вещество распределено строго сферически.

Коэффициент пропорциональности  $G$  называется **гравитационной постоянной**, это одна из фундаментальных констант. Гравитационная постоянная  $G$  численно равна силе, с которой тела единичной массы  $m=1$  взаимодействуют на расстоянии равном единице  $R=1$ .

Впервые экспериментальное доказательство закона всемирного тяготения для земных тел, а также числовое значение гравитационной постоянной  $G$  проведено английским ученым Генри Кавендишем (1731-1810). Наиболее точные измерения, проведенные по усовершенствованной методике, дали следующий результат:  $G = (6,67259 \pm 0,00055) \cdot 10^{-11} \frac{H \cdot m^2}{кг^2}$ .

Закон тяготения Ньютона определяет зависимость силы тяготения от массы взаимодействующих тел и расстояния, но не показывает, как осуществляется взаимодействие. Гравитационное взаимодействие имеет универсальный характер и существует и в вакууме.

Закон всемирного тяготения описывает движение тел в Солнечной системе и является основой баллистики и космонавтики.

В современной физике механизм гравитационного взаимодействия представляется следующим образом. Гравитационное взаимодействие осуществляется с помощью тяготения или гравитационного поля. Гравитационное поле порождается телами и является формой существования материи, оно является самым слабым из всех фундаментальных взаимодействий,

Применительно к таким микрообъектам, как элементарные частицы, гравитационное взаимодействие не играет практически никакой роли, так как оно оказывается сверхслабым, по сравнению с другими видами взаимодействий – сильным, электромагнитным и слабым. В то же время гравитационные силы являются определяющими в движении астрономических объектов – планет, звезд, галактик

Современная релятивистская теория гравитации - общая теория относительности (ОТО) создана в 1916-1917 г. Альбертом Эйнштейном. ОТО - единая теория пространства, времени и тяготения.

Согласно релятивистской теории геометрические свойства пространства – времени зависят от распределения в пространстве тяготеющих масс и их движения. Тела «искривляют» реальное трехмерное пространство и по разному изменяют ход времени в различных его точках. Гравитация – это проявление

кривизны пространства - времени. Поле тяготения искривляет пространство тем больше, чем больше тяготеющая масса. Гравитационное поле, создаваемое массами, связывается с кривизной пространственно - временного континуума. Гравитация вызывает искривление пространства и замедление хода времени, что проявляется в происходящих процессах.

ОТО постулировала существование гравитационного заряда – массы, который является количественной мерой гравитационного взаимодействия. В рамках полевых представлений гравитационный заряд эквивалентен инертной массе вещества, и создаваемое им поле имеет свою частицу – гравитон. С этой точки зрения гравитационные силы являются результатом постоянного обмена между телами гравитонами или гравитационными волнами. Они переносят энергию, обладают пространственно-временными свойствами, импульсом и другими характеристиками, присущими материальным объектам. Однако существование гравитонов пока экспериментально не подтверждено.

В случае слабых гравитационных полей ОТО переходит в теорию тяготения И.Ньютона.

### Гравитационное поле Земли

Характеристиками гравитационного поля являются напряженность и потенциал.

**Напряженность** – это силовая характеристика гравитационного поля, численно равная гравитационной силе, действующей на тело единичной массы, помещенное в данную точку поля:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} \quad (4.2)$$

**Потенциалом гравитационного поля** называется его энергетическая характеристика, численно равная потенциальной энергии тела единичной массы в данной точке поля:

$$\varphi = \frac{W_p}{m} \quad (4.3)$$

Вокруг земного шара сконцентрированы физические поля – гравитационное и магнитное.

**Гравитационное поле Земли** связано с наличием универсального взаимодействия между любыми телами и подчиняется закону всемирного тяготения. Наличие у Земли гравитационного поля является одним из необходимых условий существования жизни на ней: оно удерживает атмосферу и Мировой океан от рассеяния в космосе; оно притягивает все материальные объекты; оно направляет течение рек и создает на поверхности водоемов, выталкивающие силы.

Основное свойство гравитационного поля заключается в том, что на всякое тело массой  $m$ , внесенное в поле, действует сила тяготения

$$\vec{F} = m\vec{g} \quad (4.4),$$

где  $\vec{g}$  – ускорение свободного падения (ускорение силы тяжести).

Если тело находится в гравитационном поле Земли, масса которой  $M = 5,94 \cdot 10^{24}$  кг, то согласно формуле (1) сила тяготения равна

$$F = G \frac{Mm}{R^2} \quad (4.5),$$

где  $R$  – расстояние между телом и центром Земли.

Формула (4.5) является приближенной, так как предполагается, что вся масса Земли сосредоточена в ее центре.

Из формул (4.4) и (4.55) следует, что напряженность гравитационного поля Земли совпадает с ускорением свободного падения и равна

$$g = G \frac{M}{R^2} \quad (4.6)$$

Совместное решение уравнений (4.3) и (4.5) дает выражение потенциала гравитационного поля Земли

$$\varphi = \frac{GM}{R} \quad (4.7)$$

### Математический маятник

В данной работе определение ускорения силы тяжести  $g$ , напряженности, потенциала гравитационного поля Земли и гравитационной постоянной проводится с помощью математического маятника.

**Математическим маятником** называется материальная точка, подвешенная на нерастяжимой нити и совершающая колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести (рис 4.1). Математический маятник представляет собой предельный случай физического маятника, вся масса которого сосредоточена в его центре масс, математического маятника.

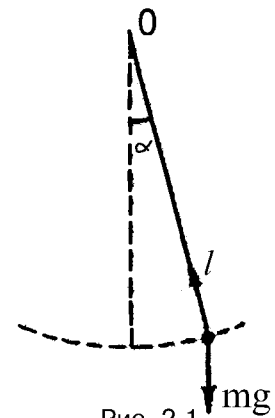


Рис. 2.1

На практике математическим маятником можно считать массивное тело, подвешенное на легкой нити, длина которого превышает линейные размеры тела.

Если отклонить маятник от положения равновесия на некоторый угол, а затем отпустить его, то он начнет совершать колебания в вертикальной плоскости. В любой момент времени на маятник действуют две силы: сила тяжести  $mg$  и сила натяжения нити  $F$ , лежащие в плоскости чертежа (рис 4.1).

Для получения закона зависимости угла отклонения  $\alpha$  от времени воспользуемся **основным законом динамики вращательного движения тела**

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M \quad (4.8)$$

где  $I = ml^2$  – **момент инерции маятника**,  $m$  – масса маятника,  $l$  – длина нити маятника  $\varepsilon = \frac{d^2 \alpha}{dt^2}$  – его угловое ускорение.

Момент действующих сил  $M$  относительно оси вращения  $O$  численно равен

$$M = -mgl \sin \alpha .$$

Знак минус выражает тот факт, что момент силы  $M$  стремится уменьшить угол  $\alpha$ . При малых углах отклонения  $\alpha$  ( $\sim 5-6^\circ$ ) с большой точностью можно считать, что  $\sin \alpha = \alpha$  и тогда

$$M = -mgl\alpha . \quad (4.9)$$

Уравнение (4.8) с учетом (4.9) приведем к виду

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{g}{l}\alpha = 0 \quad (4.10)$$

Если обозначить  $\frac{g}{l} = \omega_0^2$ , то уравнение колебаний математического маятника (4.10) примет вид

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} + \omega_0^2\alpha = 0 . \quad (4.11)$$

Решением линейного однородного дифференциального уравнения (4.11) является выражение

$$\alpha = \alpha_0 \sin(\omega_0 t + \varphi) . \quad (4.12)$$

Из выражения (4.12) следует, что при малых колебаниях математический маятник совершает **гармонические колебания** с циклической частотой

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

**Периодом колебаний маятника** называется промежуток времени, в течение которого маятник совершает одно полное колебание. Период малых колебаний математического маятника

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} . \quad (4.13)$$

Из формулы (4.13) видно, что период колебаний маятника  $T$  зависит от ускорения силы тяжести  $g$  и длины нити  $l$  и не зависит от его массы  $m$ .

Малые колебания математического маятника являются примером **изохронных колебаний**, т. е. колебаний, частоты и периоды колебаний которых не зависят от амплитуды.

В настоящей работе используется массивный шарик радиусом  $r$  на подвесе длиной  $l$  (рис 4.1). Пренебрегая моментом инерции нити, можно записать в соответствии с теоремой Штейнера

$$I = 0,4mr^2 + ml^2. \quad (4.14)$$

Поскольку  $r \ll l$ , можно считать  $I = ml^2$ . Такой маятник приближенно можно считать математическим с периодом колебаний (4.13).

### **Определение ускорения свободного падения (напряженности), потенциала гравитационного поля Земли и гравитационной постоянной**

Используя формулу (4.13), можно определить ускорение свободного падения (напряженность гравитационного поля Земли), и потенциал

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2} \quad (4.15)$$

$$\varphi = g \cdot R \quad (4.16)$$

Преобразуя формулы (4.6) и (4.15), получим формулы для расчета гравитационной постоянной

$$G = \frac{4\pi^2 \cdot l \cdot R^2}{M \cdot T^2} \quad (4.17)$$

$$G = \frac{gR^2}{M} \quad (4.18)$$

Таким образом, измеряя период колебаний математического маятника и его длину, при известных значениях радиуса Земли и ее массы можно определить гравитационную постоянную.

## **ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ**

### **Описание лабораторной установки и метода измерений**

Применяемый в данной работе маятник представляет собой массивный шарик, подвешенный на длинной нити. Маятник укреплен на кронштейне. Длина маятника определяется с помощью линейки.

Если определить периоды колебаний  $T_n$  и  $T_m$  двух маятников с различными длинами  $l_n$  и  $l_m$ , то согласно формуле (1.5), можно написать

$$T_n = 2\pi \sqrt{\frac{l_n}{g}} \quad \text{и} \quad T_m = 2\pi \sqrt{\frac{l_m}{g}}$$



Откуда после простых преобразований получим формулу для расчета ускорения силы тяжести:

$$g = \frac{4\pi(l_m - l_n)}{T_m^2 - T_n^2}. \quad (4.19)$$

Таким образом, для того чтобы определить ускорение силы тяжести достаточно знать периоды колебаний и разность длин двух математических маятников.

Для обработки экспериментальных данных в рассматриваемой работе используется **метод парных точек**. Имеющуюся выборку отсчетов разбивают на две равные (по количеству отсчетов) группы (например, от 1-го отсчета до 6-го, от 6-го до 10-го). Для точек 1 и 6 с экспериментальными данными  $l_1, l_6$  и  $T_1, T_6$  в соответствии с формулой (4.19) имеем

$$g = \frac{4\pi(l_1 - l_6)}{T_1^2 - T_6^2}.$$

Аналогично рассматриваются все пары точек. Этот метод дает удовлетворительные результаты лишь тогда, когда величины  $(l_1 - l_2)$ ,  $(l_6 - l_7)$  и т. д. примерно одинаковы или эквидистантны.

### Порядок выполнения работы

1. Освобождая нить, опускают шарик маятника как можно ниже. Измеряют длину нити  $l$  и значения записывают в таблицу 4.1.

2. Отклоняют маятник на небольшой угол  $\alpha$  ( $\sim 5 - 6^\circ$ ) и отпускают. С помощью секундомера отсчитывают время  $t$ , за которое маятник совершает  $n=10$  полных колебаний. Измерения проводят 3 раза, значения заносятся в таблицу 1.

3. Последовательно уменьшая длину нити маятника каждый раз на 5 см, производят измерения указанные в пунктах 1-2. Опыты проводят 10 раз

4. Результаты заносят в таблицу 2.

### Обработка результатов измерений

1. Находят среднее значение времени колебаний маятника

2.

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$$

2. Вычисляют периоды колебаний маятника

$$T = \frac{\langle t \rangle}{n}$$

3. Рассчитывают значения ускорения силы тяжести по формуле (4.19).

4. Рассчитывают среднее арифметическое значение ускорения силы тяжести

$$\langle g \rangle = \frac{g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5}{5}$$

5. Находят среднее квадратичное отклонение ускорения силы тяжести

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_i - \langle g \rangle)^2}{n-1}}$$

6. По заданному преподавателем коэффициенту надежности  $\alpha$  из табл.1 Введения определяется коэффициент Стьюдента  $t_{an}$

7. Определяется стандартный доверительный интервал

$$S_g = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g_i - \bar{g})^2}{n(n-1)}}$$

8. Рассчитывается случайную погрешность опыта  $\Delta g_c = t_{an} S_g$

9. Вычисляют приборную погрешность опытов по формуле

$$\Delta g_{np} = \langle g \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{\langle t \rangle}\right)^2}$$

где  $\Delta l = 0,5 \cdot 10^{-3}$  м,  $\Delta t = 0,1$  с - приборные погрешности

10. Полная абсолютная погрешность определения ускорения силы тяжести

$$\Delta g = \sqrt{(\Delta g_c)^2 + (\Delta g_{np})^2}$$

11. Абсолютная погрешность определения ускорения свободного падения равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta g}{\langle g \rangle} 100\%$$

12. Для установления достоверности полученных данных рассчитывают расхождение измеренных значения  $g$  со справочными значениями ускорения силы тяжести  $g_0$  в данной местности:

$$\delta_g = \frac{g_0 - g}{g_0} 100\%$$

13. Окончательный результат записывают в виде

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g$$

14. Вычисляют средние значения потенциала гравитационного поля Земли

$$\varphi = g \cdot R$$

В расчетах принимаются табличные значения: масса Земли  $M = 5,96 \cdot 10^{24}$  кг, радиус Земли  $R = 6,37 \cdot 10^6$  м,  $\pi = 3,14$

15. Рассчитывают значение гравитационной постоянной по формуле:

$$G = \frac{gR^2}{M}$$

16. Находят расхождение полученного значения гравитационной постоянной с табличным значением  $G_m = 6,672 \cdot 10^{-11}$  Н·м<sup>2</sup>·кг<sup>-2</sup>:

$$\alpha = \frac{G_T - \langle G \rangle}{G_T}, \%$$

Таблица 4.1.

Характеристики гравитационного поля Земли

Число колебаний маятника  $N = 10$

№	Длина нити маятника $l_i$ , м	Время колебания маятника с	Среднее значение времени колебаний маятника $\langle t \rangle$ , с	Среднее значение периода колебаний маятника $\langle T \rangle$ , с	Напряженность гравитационного поля Земли, g, м/с <sup>2</sup>	Среднее значение напряженности гравитационного поля	Абсолютная погрешность $\Delta g$ , м/с <sup>2</sup>	Относительная ошибка, $\varepsilon_g$ , %	Потенциал гравитационного поля,	Гравитационная постоянная G, Нм <sup>2</sup> ·кг <sup>-2</sup>	Расхождение значений G с литературным %
1											
2											
3											
4											
5											
6											

7											
8											
9											
10											

Ускорение свободного падения (напряженность гравитационного поля Земли):

$$g = \langle g \rangle \pm \Delta g = \quad \text{м/с}^2$$

Потенциал гравитационного поля Земли:  $\varphi = \quad \text{м}^2/\text{с}^2$

Гравитационная постоянная:  $G = \quad \text{Н} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{кг}^{-2}$

Относительная погрешность измерений:  $\varepsilon_g = \quad \%$

9

### Контрольные вопросы:

1. Сформулируйте законы Кеплера.
2. Как рассчитывается сила взаимного притяжения тел, размеры которых сравнимы с расстоянием между ними?
3. В чем заключается сущность эксперимента Кавендиша.
4. Что называется напряженностью гравитационного поля Земли и от чего она зависит? Назовите единицы ее измерения.
5. Что называется потенциалом гравитационного поля, и от чего он зависит? В каких единицах он измеряется?
6. Каково различие представлений о гравитационном взаимодействии в классической физике и в общей теории относительности?
7. В чем проявляется гравитационное взаимодействие в мегамире?
8. Что такое гравитоны?
9. Напишите выражение для силы, действующей на тело массой  $m$  в гравитационном поле Земли.
10. Играет ли гравитационное поле существенную роль в масштабах атомного ядра?
11. Обеспечивает ли высокую точность метод определения гравитационной постоянной с помощью математического маятника?
12. Приведите примеры колебательных процессов
13. Что такое гармоническое колебание?
14. Что называется математическим маятником?
15. От чего зависит период колебаний математического маятника?
16. Напишите формулу Гюйгенса для периода колебаний математического маятника.

17. Объясните, как на основе значений периода колебаний математического маятника рассчитывается напряженность гравитационного поля Земли
18. Почему при выполнении работы необходимо брать малые углы отклонений?
19. В каких точках скорость (ускорение) колеблющегося маятника максимальна?
20. Является ли движение математического маятника к положению равновесия равноускоренным?
21. Почему изменится период колебания математического маятника, если его поднять на высокую гору?
22. Будут ли отличаться периоды колебаний шариков различной массы, подвешенных на нити одинаковой длины?
23. Что произойдет с периодом колебаний математического маятника, если стальной шарик заменить деревянным того же диаметра?
24. Как изменится период колебаний математического, если его перенести из Москвы на полюс?
25. Как изменится период колебаний математического, если его перенести из Москвы на экватор?
26. В момент прохождения положения равновесия математическим маятником обрывается нить. Как будет двигаться маятник?
27. Поясните, как происходит превращение энергии при незатухающих колебаниях математического маятника?
28. Как изменится период колебаний математического маятника, если его перенести с Земли на Луну?
29. Как изменится частота колебаний математического маятника при увеличении его длины в 2 раза?
30. Какие колебания математического маятника называются изохронными?

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 5

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОДУЛЯ ЮНГА МЕТОДОМ ИЗГИБА ПРЯМОУГОЛЬНОГО СТЕРЖНЯ

**Цель работы:** экспериментальное определение модуля Юнга по изгибу исследуемого тела.

**Приборы и принадлежности:** испытуемый стержень, две призмные подставки, миллиметровая линейка, набор грузов известной массы, штангенциркуль, индикатор перемещения (ИП).

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### Деформации

В природе не существует абсолютно твердых тел, так как все реальные тела под действием сил, при нагревании или охлаждении изменяют свои формы и размеры, то есть **деформируются**.

**Деформации, которые полностью исчезают при снятии деформирующих факторов, называются упругими.** При этом частицы твердого тела возвращаются в первоначальные положения равновесия.

**Деформации, которые не исчезают при снятии деформирующих факторов, являются пластичными.** При неупругих деформациях происходит необратимая перестройка кристаллической решетки, и форма тела не восстанавливается. Переход упругой деформации в пластичную может происходить при длительных воздействиях на тело даже малых внешних сил. Обратный переход происходит не может.

Упругость и пластичность тел в основном определяется материалом, из которых они изготовлены. В зависимости от внешних условий (температура, нагрузка) упругое тело может перейти в пластичное состояние и наоборот. Например, сталь при высоких температурах становится пластичной, а резина при сверхнизких температурах приобретает свойства упругого тела.

При деформации твердого тела частицы, расположенные в узлах кристаллической решетки, смещаются относительно друг друга. Этому смещению препятствуют внутренние упругие силы, действующие между частицами твердого тела. Сила упругости, возникающая при деформации тела, уравнивающая внешние силы, вызывающие деформацию, всегда направлена в сторону противоположную деформации.

#### Виды деформации

Упругие деформации, возникающие в телах, весьма разнообразны. Различают **четыре основных вида деформации:**

**растяжение или сжатие (продольное или одностороннее и**

**всестороннее):**

**изгиб (продольный и поперечный);**

**сдвиг;**

**кручение.**

Наиболее часто при эксплуатации различных конструкций приходится рассчитывать упругие деформации растяжения или сжатия.

В дальнейшем, для упрощения картины, будем рассматривать только упругие деформации, а твердое тело при этом будем считать однородным. Основными деформациями считаются: продольное растяжение (сжатие) и сдвиг. Другие виды деформации, как например, кручение, изгиб могут рассматриваться как совокупность некоторых растяжений (сжатий) и сдвигов.

### Закон Гука

Предположим, что один конец прямолинейного однородного стержня с площадью поперечного сечения  $S$  закреплен, а к другому его концу приложена сила  $\vec{F}$ , растягивающая данный стержень в направлении его оси (рис.1). Деформация прекращается при условии  $F = F_{упр}$ , где  $F_{упр}$  - упругая сила.

При этом его длина  $l$  увеличивается на величину  $\Delta l$ , которая называется **абсолютной деформацией (абсолютным удлинением)**, а поперечные размеры уменьшаются.

Следовательно, можно считать, что в поперечных сечениях тела действуют только нормальные напряжения  $\sigma$ , равномерно распределенные по сечению.

Физическая величина, численно равная упругой силе, численно равно силе, приходящейся на единицу площади поперечного сечения стержня, называется **напряжением  $\sigma$**

$$\sigma = \frac{F_{упр}}{S}. \quad (5.1)$$

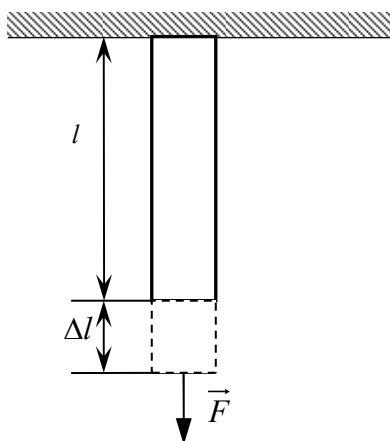


Рис. 5.1

Если сила направлена по нормали к площади, напряжение называется **нормальным**, если она направлена по касательной к площадке – **касательным**.

Мерой деформации служит **относительная деформация (относительное удлинение)**  $\varepsilon$ , равная отношению абсолютной деформации (абсолютного удлинения) к первоначальной длине, т.е.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \quad (5.2)$$

Опыт показывает, что для многих материалов при упругой деформации до определенных пределов между относительной деформацией  $\varepsilon$  и напряжением  $\sigma$  имеется линейная зависимость.

Эта зависимость носит название **закона Гука**. Формулировка закона:

**Напряжение упруго деформированного тела, прямо пропорционально его относительной деформации.**

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l}. \quad (5.3)$$

Коэффициент пропорциональности  $E$  называется **модулем упругости или модулем Юнга**. Она является основной характеристикой упругих свойств твердого тела и имеет размерность давления, в СИ – паскаль (Па) Величина обратная модулю Юнга  $k = \frac{1}{E}$  называется **коэффициентом упругости** или коэффициентом одностороннего растяжения.

**Физический смысл модуля Юнга:** модуль Юнга  $E$  численно равен напряжению  $\sigma$ , при котором линейные размеры тела удваиваются, то есть относительная деформация  $\varepsilon$  равна единице.

Такое определение модуля Юнга имеет отвлеченный характер. Так как в действительности линейная зависимость между деформацией и напряжением наблюдается только при малых деформациях  $\left(\frac{\Delta l}{l} \ll 1\right)$ . Не может быть и речи об удвоении длины образца твердого тела в два раза, так как задолго до достижения такой деформации образец разрушается. Боле того, задолго до разрушения образца деформация перестает линейно меняться с напряжением и, следовательно, само понятие модуля Юнга теряет смысл. В действительности такие нагрузки на практике могут выдержать только резина и пружина.

Таким образом, для большинства реальных тел закон Гука справедлив только при весьма малых деформациях, при которых тела ведут себя как упругие.

При одностороннем растяжении или сжатии изменяется не только длина стержня, но и его поперечные размеры, при сжатии поперечные размеры увеличиваются, при растяжении – уменьшаются.

### Диаграмма растяжений

Зависимость нормального напряжения  $\sigma$  от относительной деформации  $\varepsilon$  при одностороннем растяжении называется **диаграммой растяжения** (рис 5.2)



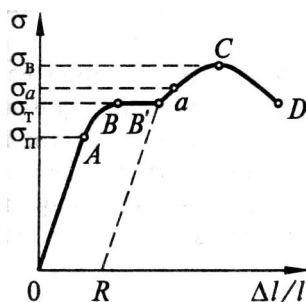


Рис.5.2 Диаграмма растяжений

Участок ОА до предела упругости  $\sigma_y$  соответствует упругой деформации. В начале этой области зависимость  $\sigma = f(\varepsilon)$  линейна до **предела пропорциональности**  $\sigma_n$  то есть справедлив закон Гука: относительная деформация  $\varepsilon$  возрастает прямо пропорционально

При дальнейшем увеличении нагрузки зависимость  $\sigma = f(\varepsilon)$  становится нелинейной, деформация начинает нарастать быстрее. Однако, до **предела упругости**  $\sigma_y$  материал сохраняет свои упругие свойства, т.е. при загрузке образец восстанавливает свою первоначальную форму и размеры. **Пределом упругости (пропорциональности)**  $\sigma_y$  называется значение  $\sigma$ , до которого сохраняется пропорциональность между деформацией и приложенной силой, то есть выполняется закон Гука.

Участок нелинейной зависимости  $\sigma = f(\varepsilon)$  очень мал, и обычно в инженерных расчетах пределы пропорциональности  $\sigma_n$  и упругости  $\sigma_y$  считаются совпадающими. Предел упругости  $\sigma_y$  зависит от материала, например, для стали  $\sigma_y = 500$  МПа, а для меди  $\sigma_y = 120$  МПа.

Участок ABCD соответствует пластичной деформации. За пределом упругости  $\sigma_y$  в теле возникают остаточные деформации. При напряжении  $\sigma_T$ , которому соответствует точка В на диаграмме растяжения, относительное удлинение тела продолжает возрастать без увеличения напряжения. Оно называется **пределом текучести**  $\sigma_T$ .

При дальнейшем растяжении тело вновь оказывает сопротивление деформации, и кривая поднимается. Наибольшее напряжение, соответствующее точке С на диаграмме, называется **пределом прочности**  $\sigma_s$  или временным сопротивлением.

При напряжении, превышающем  $\sigma_s$ , в одном из сечений тела образуется сужение, называемое **шейкой**. В дальнейшем деформация сосредоточивается в этом сечении и возрастает даже при уменьшении растягивающей силы. Это приводит к разрушению материала. Точка D диаграммы соответствует разрыву тела.

Отношение величины конечной разрывающей силы к поперечному сечению шейки называется истинным сопротивлением разрыву  $\sigma_H$ . Ясно, что  $\sigma_H > \sigma_s$ . Однако в технических расчетах за характеристику прочности

принимают  $\sigma_a$ , измеряя его отношением разрывной силы к начальной площади сечения образца.

При медленном снятии нагрузки с тела деформированного до напряжения  $\sigma_a$ . График  $\sigma = f(\varepsilon)$  представляет собой прямую  $aR$ , параллельную прямолинейному участку ОА диаграммы. Отрезок OR определяет **остаточную деформацию** тела, характерную для пластичных деформаций.

Целый ряд способов обработки материалов: ковка, чеканка, прессование, волочение, прокат основаны на использовании деформации этого типа.

### **Упругость, прочность пластичность, хрупкость**

Для расчета различных конструкций необходимо знать прочность материалов. **Прочностью** материала называется его способность выдерживать нагрузки без разрушения.

**Пределом прочности**  $\sigma_e$  называют значение нормального напряжения, которому соответствует наибольшая выдерживаемая телом нагрузка.

**Запасом прочности** называется отношение предела прочности материала, к напряжению при котором материал эксплуатируется:  $k = \frac{\sigma_e}{\sigma}$ . В

технике и строительстве запас прочности материалов  $k =$  в конструкций должен быть порядка 5-10.

Предел прочности многих материалов значительно больше предела упругости. Такие материалы называют **вязкими**. Они обладают и упругой и пластической деформациями. К ним относятся медь, цинк, железо и т.д.

Материалы, у которых отсутствует область упругих деформаций, относятся к **пластическим**, например воск, глина, пластилин.

Способность изделия противостоять разрушению зависит не только от качества материала, но и также и от формы и вида воздействия. Например, стержень легче разрушить односторонним сжатием, чем растяжением.

Кроме прочности в технике материалы различают по **твердости**. Из двух материалов более твердый тот, что царапает другой. Резцы и сверла для резания металлов обладают большой твердостью. Из природных материалов наибольшей твердостью отличается алмаз.

Большое значение на практике имеет свойство твердых тел, называемое **хрупкостью**. Изделие называется **хрупким**, если оно разрушается при небольших деформациях, например: стекло, фарфор. Чугун, мрамор, янтарь обладают повышенной хрупкостью, а сталь, медь, свинец не являются хрупкими. У хрупких материалов предел упругости и предел прочности почти одинаковы. Пластичные свойства хрупких материалов практически не проявляются.

## Описание прибора и метода измерений

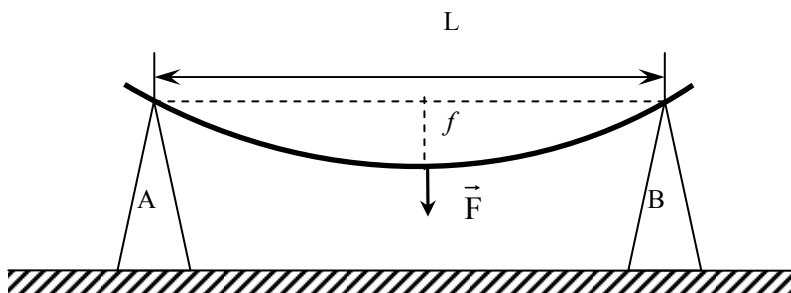


Рис.5.3 Схема установки для определения модуля Юнга из изгиба

Модуль Юнга определяется по изгибу исследуемого стержня.

Схема опыта показана на рис.5.3. Исследуемый стержень шириной  $b$ , и толщиной  $h$ , помещается на призменных подставках A и B, расстояние между которыми  $L$ .

Если на середину стержня положить груз (приложить силу  $\vec{F}$ ), то стержень изогнется. В этом случае имеет место деформация изгиба, при этом верхние слои стержня сжимаются, а нижние растягиваются. Поэтому расчеты по деформации изгиба можно свести к расчетам по деформации сжатия и растяжения.

Расстояние  $f$ , на которое перемещается средняя точка стержня по вертикали, характеризует величину деформации изгиба и называется стрелой изгиба (прогиба). Стрела прогиба  $f$  зависит от приложенной силы  $F = mg$ , от формы и геометрических размеров стержня, а также от его модуля упругости  $E$ .

$$f = \frac{FL^3}{4Ebh^3},$$

откуда формула для расчета модуля упругости имеет вид:

$$E = \frac{FL^3}{f4bh^3}, \quad (5.4)$$

где величина  $L^3/4bh^3$  постоянная для данного стержня, характеризующая его геометрические размеры:  $L$  — длина,  $b$  — ширина,  $h$  — толщина стержня.

### Порядок выполнения работы

1. На призмы A и B (рис.5.3), закрепленные в стойке, помещается испытуемый стержень. Линейкой измеряют расстояние  $L$  между призмами A и B. Штангенциркулем измеряют ширину стержня  $b$  и

- микрометром его толщину  $h$ .
2. Проверяют контакт индикатора (ИП) со стержнем и устанавливают подвижную шкалу индикатора на нуль.
  3. Посередине стержня сверху помещают груз массой  $m_1$ .
  4. Под действием силы  $F_1 = m_1 g$  стержень прогибается. С помощью индикатора перемещения (ИП) фиксируют число делений  $S_1$ , на которые отклонилась стрелка индикатора.
  5. На первый груз помещают второй груз массой  $m_2$ . Определяют общее число делений  $S_2$  отклонения стрелки под действием силы  $F_2 = (m_1 + m_2)g$ .
  6. Опыт повторяют с массами  $m_3, m_4, \dots, m_n$  каждый раз фиксируя количество делений  $S_i$ .
  7. Проводят измерения в обратном порядке, снимая последовательно грузы, начиная с последнего, каждый раз фиксируя число делений  $S_i$ .

### Порядок проведения расчетов

1. Находят средние значения числа делений  $\langle S_i \rangle$  и определяют для каждого измерения стрелу прогиба:

$$f_i = \langle S \rangle \beta = \langle S_i \rangle \cdot 10^{-5} \text{ м}.$$

где  $\beta = 0,01 \text{ мм} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}$  - цена деления шкалы индикатора

2. Вычисляют по формуле (5. 4) модуль Юнга столько раз, сколько провели измерений.

3. Определяют среднее значение модуля Юнга по формуле

$$\langle E \rangle = \frac{E_1 + E_2 + \dots + E_n}{n},$$

где  $n$  - число измерений.

4. Рассчитывают среднее квадратичное отклонение модуля Юнга

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\langle E \rangle - E_1)^2 + (\langle E \rangle - E_2)^2 + \dots + (\langle E \rangle - E_n)^2}{n(n-1)}},$$

12. Определяют приборную погрешность измерений

$$\Delta E_{np} = \langle E \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + 9\left(\frac{\Delta h}{h}\right)^3 + 9\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^3},$$

где

$$\Delta m = 1 \cdot 10^{-4} \text{ кг}, \Delta f = 1 \cdot 10^{-5} \text{ м}, \Delta g = 10^{-2} \text{ м/с}^2, \Delta b = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \Delta h = 1 \cdot 10^{-4} \text{ м}, \Delta L = 10^{-3} \text{ м}$$

5. Вычисляют полную погрешность измерений

$$\Delta E = \sqrt{\sigma^2 + (\Delta E_{np})^2}.$$

6. Определяют относительную погрешность измерений модуля упругости

$$\varepsilon = \frac{\Delta E}{E} 100\%.$$

7. Все данные заносят в таблицу 5.1.

8. Сравнивают полученные значения с табличными и рассчитывают расхождение:

$$\alpha = \frac{E_T - \langle E \rangle}{E_T}$$

9. Результат расчетов модуля Юнга представляют в виде:

$$E = \langle E \rangle \pm \Delta E$$

10. Формулируют и записывают выводы по работе

Таблица 5.1

материал - \_\_\_\_\_; ускорение свободного падения  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ ,  
расстояние между опорами  $L =$  \_\_\_\_\_ м, ширина образца  $b =$  \_\_\_\_\_ м,  
толщина образца  $h =$  \_\_\_\_\_ м

№ п/п	М, кг	$\langle S_i \rangle$ , дел.	$f_i$ , М	$E_i$ , Па	$\langle E \rangle$ Па	$\Delta E_i$ Па	$\sigma$ , Па	$\Delta E_{np}$	$\Delta E$ , Па	$\varepsilon$ , %	$\alpha$ , %
1											
2											
3											
4											

### Контрольные вопросы

1. Дайте определение деформации. Перечислите основные виды деформации.

2. Нарисуйте диаграмму зависимости напряжения растяжения  $\sigma$  от относительной деформации  $\varepsilon$ . Какой участок соответствует пластической деформации?

1. Сформулируйте закон Гука. Запишите формулу, выражающую закон

Гука, в которую бы входил модуль Юнга.

2. Поясните физический смысл модуля Юнга и приведите его размерность в системе СИ.

3. Объясните принцип определения модуля Юнга из деформации растяжения.

4. Чем отличается упругая и пластическая деформации тел?

5. Какая связь между приложенной к телу силой и величиной деформации? Всегда ли эта связь соблюдается? В чём ограничения закона Гука?

6. В чём отличие абсолютной и относительной деформаций?

7. Если один материал более упругий, чем другой то в каком случае модуль Юнга больше?

8. Имеются два образца одинаковой толщины и длинны: стальной провод и резина. Для какого из этих образцов формула (4) справедлива в большей степени?

9. Поясните физическую сущность деформации изгиба. Какая физическая величина характеризует деформацию изгиба?

10. От каких условий зависит стрела прогиба образца при деформации изгиба?

11. Начертите график зависимости стрелы прогиба от величины действующей силы  $F$  (по экспериментальным данным). Какой закон характеризует данная зависимость?

12. Начертите график зависимости стрелы прогиба от величины действующей силы  $F$  (по экспериментальным данным). Что характеризует угол наклона графика?

13. Начертите график зависимости стрелы прогиба от величины действующей силы  $F$  (по экспериментальным данным). Как расположатся графики для других материалов, если  $E < E_{\text{экс.}}$  и  $E > E_{\text{экс.}}$ ?

14. Какие приборные ошибки имеют место в работе по определению модуля Юнга.

15. Какая величина изменится в опытах и в формуле  $E = \frac{FL^3}{4fbh^3}$ , если уменьшить расстояние между опорами  $L$ ?

16. . Какая величина изменится в опытах и в формуле  $E = \frac{FL^3}{4fbh^3}$ , если увеличить толщину образца  $h$ ?

17. . Какая величина изменится в опытах и в формуле  $E = \frac{FL^3}{4fbh^3}$ , если увеличить нагрузку  $F$ ?

18. Какая величина изменится в опытах и в формуле  $E = \frac{FL^3}{4fbh^3}$ , если увеличить ширину образца?

19. От чего зависит величина упругой деформации тел?

20. Чему равно удлинение деформированного каучукового стержня, если при деформации в нем возникло напряжение равное модулю Юнга

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 6

### ИЗУЧЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАЯТНИКА ОБЕРБЕКА

**Цель работы:** 1) проверить выполнение основного закона механики; 2) экспериментально определить момент инерции маятника; 3) установить зависимость момента инерции грузов на стержнях от расстояния от оси вращения

**Приборы и принадлежности:** маховик крестообразный, линейка метровая, штангенциркуль, секундомер.

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### Кинематика вращательного движения

**Вращательным движением** твердого тела называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, расположенным в параллельных плоскостях, центры которых лежат на одной прямой, называемой осью вращения  $OO$ , (рис. 6.1).

Вращательное движение твердого тела характеризуется следующими линейными и угловыми величинами:

средняя угловая скорость:  $\langle \vec{\omega} \rangle = \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t}$ , где  $\Delta \vec{\varphi}$  – вектор угла поворота за время  $\Delta t$ ;

мгновенная угловая скорость:  $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$ ;

линейная скорость:  $\vec{\sigma} = \frac{d\vec{r}}{dt} = [\vec{\omega}, \vec{r}]$ ;

связь линейной скорости с угловой:  $\vec{\sigma} = [\vec{\omega} \times \vec{r}]$

среднее угловое ускорение:  $\langle \vec{\varepsilon} \rangle = \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$ , где  $\Delta \vec{\omega}$  – приращение угловой скорости за время  $\Delta t$ ;

мгновенное угловое ускорение:  $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$ ;

связь тангенциального ускорения с угловым:  $\vec{a}_t = [\vec{\varepsilon} \times \vec{r}]$ ;

нормальное ускорение:  $a_n = \frac{\sigma^2}{r} = \omega^2 r = \sigma \omega$ ;

полное ускорение при вращательном движении:  $\vec{a} = \frac{d\vec{\sigma}}{dt} = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}] + [\vec{\omega}, \vec{\sigma}]$

или  $a = r\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}$ ;

угол поворота за время  $t$ :  $\varphi = \varphi(0) + \int_{t_1}^{t_2} \omega(t) dt$

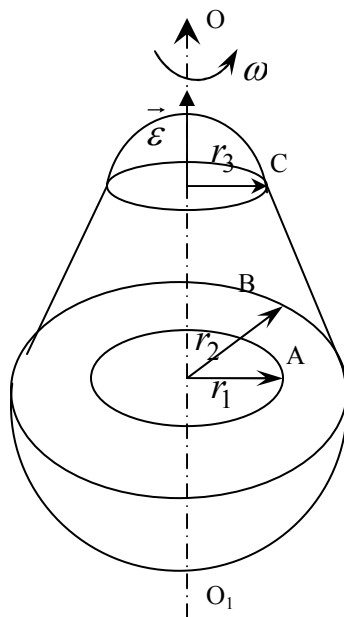


Рис.6.1

При вращении твердого тела угловые скорости и ускорения для всех точек (если тело при вращении не деформируется) одинаковы. Линейная скорость  $\vec{v}$  точек зависит от расстояния  $r$  до оси вращения. Все точки вращаются с разными линейными скоростями и, следовательно, различны их тангенциальные ускорения. Зависимость между линейными и угловыми величинами движения твердого тела определяется скалярно из соотношений:

$$v = \omega \cdot r; \quad a_{\tau} = \varepsilon \cdot r \quad (6.1)$$

## Динамика вращательного движения

### Момент инерции

Для характеристики вращения твердого тела с динамической точки зрения вводятся физические величины - **момента инерции и момента сил**, физический смысл которых раскрыт ниже.

Любое твердое тело можно представить себе состоящим из большого числа элементарных масс  $\Delta m$ , находящихся на различных расстояниях от оси вращения  $r_1, r_2, \dots, r_n$ .

**Момент инерции материальной точки** относительно оси вращения равен произведению массы материальной точки на квадрат расстояния до оси вращения:

$$J = mr^2 \quad (6.2),$$

где  $m$  – масса,  $r$  – расстояние до оси вращения.



**Моментом инерции тела  $I$**  относительно данной оси вращения называется физическая величина равная сумме произведений элементарных масс  $\Delta m$  на квадрат их расстояния  $r$  до оси вращения:

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \quad (6.3)$$

В случае **непрерывного распределения масс** эта сумма сводится к интегралу:

$$J = \int_{(m)} r^2 dm \quad (6.4)$$

**Момент инерции характеризует инертность тела при вращательном движении** подобно тому, как масса характеризует инертность тела при поступательном движении.

**Момент инерции тела  $J$**  зависит относительно какой оси вращается тело и от распределения массы рассматриваемого тела относительно заданной оси, то есть от формы и размеров тела и расположения оси, относительно которой определяется момент инерции.

**Теорема Штейнера:** момент инерции тела массой  $m$  относительно неподвижной оси вращения, не проходящей через центр масс и параллельный дано оси вращения, проходящей через центр масс:

$$J = J_z + mr^2 \quad (6.5),$$

где  $J_z$  – момент инерции тела относительно оси  $z$ , проходящей через центр масс,  $r$  – расстояние между осями.

## Момент силы

**Моментом силы** относительно неподвижной точки  $O$  называется физическая величина, определяемая векторным произведением радиуса вектора  $\vec{r}$ , проведенного из точки в точку приложения силы, на силу  $\vec{F}$  (рис 6.1):

$$\vec{M} = [\vec{r} \times \vec{F}] \quad (6.6)$$

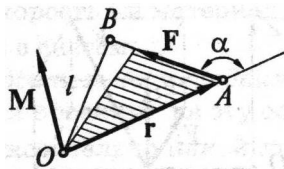


Рис. 6.2. Момент силы относительно неподвижной точки  $O$

Направление  $\vec{M}$  можно найти с помощью правила правого винта.

Модуль момента силы

$$M = Fr \sin \alpha = Fl \quad (6.7),$$

где  $l = r \sin \alpha$  – **плечо силы** (кратчайшее расстояние между линией действия силы и осью вращения)

**Вращающим моментом или моментом силы  $M$**  относительно неподвижной оси вращения называется скалярная величина, равная проекции на эту ось вектора  $\vec{M}$  момента силы, определенного относительно произвольной точки  $O$  данной оси  $z$  (рис 6.3)

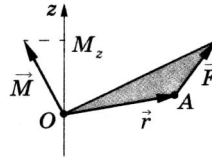


Рис. 6.3 Момент силы относительно неподвижной оси вращения

Если ось  $z$  совпадает с направлением вектора  $\vec{M}$ , то момент силы представляют в виде вектора, совпадающего с осью

$$\vec{M}_z = [r\vec{F}] \quad (6.8)$$

### Основное уравнение динамики вращательного движения

Рассмотрим движение твердого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси. Момент вращающей силы равен сумме моментов элементарных сил, которые сообщают отдельным элементарным массам тангенциальные ускорения.

Применяя **второй закон динамики** в скалярной форме  $F=ma$  для каждой из элементарных масс  $\Delta m_i$ , можно записать, что  $F = \Delta m_i a_i$ .

Выразим тангенциальные ускорения через угловое ускорение, используя выражение  $a_t = \varepsilon \cdot r$ , получим:

$$F_i = \Delta m_i r_i \varepsilon \quad (6.9)$$

где  $r_i$  — расстояние элементарной массы  $\Delta m_i$ , до оси вращения. Умножив правую и левую части равенства на  $r_i$ , получим:

$$F_i r_i = \Delta m_i r_i^2 \varepsilon \quad (6.10)$$

В этом равенстве произведение  $F_i r_i$  обозначает момент силы  $M$ , относительно оси вращения; произведение  $\Delta m_i r_i^2$  — момент инерции элементарной массы  $\Delta m_i$  (относительно заданной оси вращения  $00$ ). Тогда равенство (5) можно представить в виде

$$M_i = j_i \varepsilon \quad (6.11)$$

Если просуммировать левую и правую части равенства (10) по всем точкам тела, получим

$$\sum_i M_i = \varepsilon \sum_i j_i$$

Обозначим  $\sum_i M_i$  через  $M$  и  $\sum_i j_i$  через  $J$ , тогда

$$M = J\varepsilon \quad (6.12)$$

где  $J$  - сумма моментов инерции всех элементарных масс (составляющих данное тело) относительно заданной оси вращения и **называется моментом инерции тела** относительно той же оси.

$M$  - результирующий момент сил, приложенных ко всем элементарным массам.

**Равенство  $M = J\varepsilon$  выражает основной закон динамики для вращательного движения.**

Сравнивая второй закон динамики для вращательного движения с равенством, выражающим второй закон динамики для поступательного движения  $\vec{F} = m\vec{a}$ , замечаем, что при вращательном движении роль силы играет момент силы  $M$ , роль массы  $m$  — момент инерции, а роль линейного ускорения  $\vec{a}$  - угловое ускорение  $\vec{\varepsilon}$ . Угловое ускорение, которое приобретает вращающееся тело, определяется не силами, приложенными к телу, а моментом этих сил.

Одинаковые моменты сил, действующие на разные тела, сообщают им разные угловые ускорения, значения которых зависят не от массы тел, а от их моментов инерции.

Таким образом, момент инерции тела характеризует инертность тела при вращательном движении, подобно тому, как масса характеризует инертность тела при поступательном движении.

### Описание установки:

Маятник Обербека представляет собой крестовину, состоящую из 4 стержней одинаковой длины с делениями, расположенных под углом  $90^\circ$  друг к другу, и прикрепленных к втулке с осью (рис.6.4)

На стержни надеваются одинаковые грузы массой  $m$ , которые могут быть закреплены на различных расстояниях от оси вращения. Два легких шкива с различными радиусами  $r_1$  и  $r_2$  насажены на ось вращения маятника.

На шкив наматывается нить, к свободному концу которой прикрепляется груз массой  $m_0$ . Под действием груза нить разматывается и приводит маятник в равноускоренное вращательное движение. Положение груза  $m_0$  отмечается по шкале с делениями.

Перемещая вдоль стержней цилиндрические грузы массой  $m$ , и закрепляя их на равных расстояниях от оси вращения, можно изменять момент инерции системы.

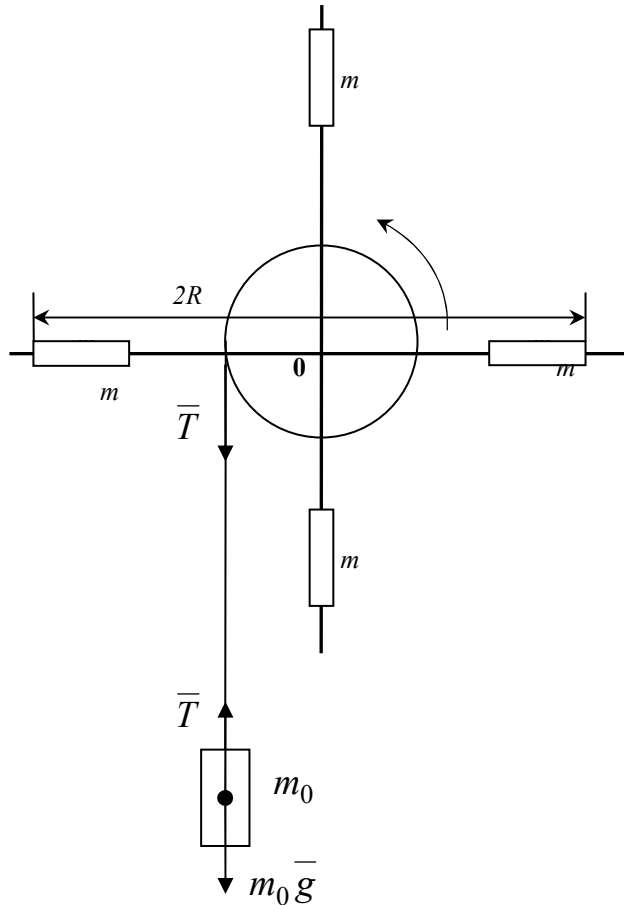


Рис.6.4 Схема маятника Обербека

Момент инерции системы состоит из момента инерции маховика и момента инерции грузов относительно одной и той же оси вращения. Груз массой  $m_0$ , подвешенный к свободному концу нити, движется поступательно с линейным ускорением  $a$ . Линейное ускорение нити равно тангенциальному ускорению точек поверхности шкива.

Момент инерции маятника может быть определен без учета силы трения на основании основного уравнения динамики вращательного движения:  $M = J\varepsilon$ , где  $M = Fr$  - момент силы натяжения нити,  $\varepsilon$  - угловое ускорение

Откуда

$$J = \frac{M}{\varepsilon} = \frac{Fr}{\varepsilon} \quad (6.13) .$$

Применяя для движения груза второй закон динамики, получим:

$$m_0 \vec{a} = m_0 \vec{g} + \vec{T}$$

Данное уравнение в скалярной форме запишется

$$m_0 a = m_0 g - T ,$$

Откуда сила натяжения нити равна

$$T = m_0(g - a). \quad (6.14)$$

Измеряя время  $t$  в течение которого груз  $m_0$ , опускается на расстояние  $H$ , можно найти ускорение

$$a = \frac{2H}{t^2},$$

Оно связано с угловым ускорением простым соотношением  $\varepsilon = \frac{a}{r}$ , где  $r$  - радиус шкива, на который наматывается нить

Следовательно, угловое ускорение равно

$$\varepsilon = \frac{2H}{t^2 r_{\text{ш}}} . \quad (6.15)$$

Подставив в (13) формулы (14) и (15), получим выражение для вычисления момента инерции системы:

$$J = m_0 r^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right) \quad (6.16)$$

**По этой формуле можно рассчитать опытные значения момента инерции маховика  $J_0$  без грузов на его стержнях и момента инерции маховика  $J$  с грузами, закрепленными на стержнях маховика на различных расстояниях от оси вращения  $R_1, R_2, \dots, R_n$ .**

Момент инерции, также как и масса, величина аддитивная, поэтому момент инерции всего маятника равен сумме моментов инерции крестовины  $J_0$  и моментов инерции грузов  $J_{\text{гп}}$ :

$$J = J_0 + J_{\text{гп}}$$

Если из момента инерции маховика с грузами на его стержнях  $J$ , расположенных на расстояниях  $R$  от оси вращения, вычесть момент инерции маховика без грузов  $J_0$ , то искомая разность определяет **опытное значение момента инерции самих грузов** относительно той же оси вращения, а именно:

$$J_{\text{гп}} = J_i - J_0 . \quad (6.17)$$

Теоретическое значение момента инерции самих грузов, считая их за материальные точки, можно, подсчитать по формулам:

$$J_{\text{гп}}^m = 4m R^2 , \quad (6.18)$$

где  $m$  — масса одного из грузов, закрепленного на стержне маховика.

Расхождение измеренных и теоретических значений моментов инерции грузов на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$  от оси вращения, определяют согласно уравнениям:

$$\Delta J_{cp} = |J_{cp} - J_{cp}^t| \quad (6.19)$$

$$\alpha = \frac{\Delta J_{cp}}{J_{cp}} 100\% \quad (6.20)$$

Приборную погрешность измерения момента инерции рассчитывают по формуле

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}, \quad (6.21)$$

где  $\Delta m_0 = 1 \cdot 10^{-3}$  кг,  $\Delta r = 1 \cdot 10^{-4}$  м,  $\Delta g = 0,01$  м/с<sup>2</sup>,  $\Delta t = 0,1$  с,  $\Delta h = 1 \cdot 10^{-3}$  м — абсолютная погрешность измерительных приборов

### Порядок проведения измерений

1. Измеряют штангенциркулем несколько раз диаметр шкива и по среднему арифметическому значению определяют радиус шкива  $r$ .

2. Определяют массу груза  $m_0$ , который подвешивают к свободному концу нити.

3. Снимают грузы со стержней маховика.

4. Вращая маховик, поднимают груз  $m_0$  так, чтобы он был на постоянной высоте  $H$  над уровнем платформы.

5. Отпускают маховик, в момент начала движения груза включают секундомер и останавливают его одновременно с ударом груза о платформу, определяют время  $t$  движения груза с высоты  $H$  до платформы. Измерение времени проводят не менее 3 раз

6. Закрепляют подвижные грузы  $m$  на стержнях на одинаковых расстояниях  $R_1$  от оси вращения (примерно на середине стержней).

7. Измеряют, расстояние от середины одного груза до середины другого, расположенного на противоположном конце, т. е. расстояние равное  $2R_1$  (рис.2). Половина этого расстояния соответствует расстоянию груза до оси вращения  $R_1$

7. Поднимают груз  $m_0$  на высоту  $H$ . Маховик вновь приводят во вращение. Трижды измеряют время движения груза  $m_0$  с заданной высоты  $H$ .

8. Перемещают грузы на расстояние  $R_2$  (на концы стержней), повторяют измерения в п. 5

9. Результаты измерений и расчетов заносят в таблицу 6.1

## Порядок проведения расчетов

1. Вычисляют среднее время движения груза  $m_0$  по формуле

$$\langle t \rangle = \frac{t_1 + t_2 + t_3}{3}$$

2. Вычисляют экспериментальные значения момента инерции маховика  $J_0$  без груза на его стержнях и моменты инерции маховика  $J_1$  и  $J_2$  с грузами на его стержнях, расположенных на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$  от оси вращения по формуле:

$$J = m_0 r^2 \left( \frac{g \langle t \rangle^2}{2h} - 1 \right)$$

3. По формуле (17) определяют опытные значения моментов инерции самих грузов  $J_{1zp}$  и  $J_{2zp}$  на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$  от оси вращения,

4. Вычисляют теоретические значения моментов инерции грузов по формулам:

$$J_{1zp}^m = 4m R_1^2$$

$$J_{2zp}^m = 4m R_2^2$$

5. Для установления достоверности полученных данных рассчитывают расхождение измеренных и теоретических значений моментов инерции грузов на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$  от оси вращения, по формулам:

$$\Delta J_{zp} = |J_{zp} - J_{zp}^t|$$

$$\alpha = \frac{\Delta J_{zp}}{J_{zp}} 100\%$$

1. Вычисляют приборную погрешность измерения момента инерции по формуле:

$$\varepsilon = \frac{\Delta J}{J} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m_0}{m_0}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + 4\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta h}{h}\right)^2}$$

2. Абсолютные погрешности измерений моментов инерции грузов рассчитываются по формуле:

$$\Delta j_{zp}^{np} = \varepsilon J_{zp}$$

- 8 Окончательно, записывают результат измерения моментов инерции грузов в виде

$$J = J_{zp} \pm \Delta J_{zp}^{np}$$

Таблица 6.1

Высота падения груза  $h = \dots$  м; радиус шкива  $r = \dots$  м,  
масса груза на нити  $m_0 = \dots$  кг; масса груза на стержне  $m = \dots$  кг

№	$R_i$ , м	$t$ , с	$\langle t \rangle$ , с	$J$ , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$J_{zp}$ , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$J_{zp}^t$ , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\Delta J_{zp}$ , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$	$\alpha$ , %	$\varepsilon$	$\varepsilon$ , %	$\Delta j_{zp}^{np}$ , $\text{кг} \cdot \text{м}^2$		
1	—					—	—	—					
2													
3													

1													
2													
3													
1													
2													
3													

Примечание:

При расчетах высоту падения во всех опытах можно взять одной и той же.

Возможно повторение опыта с изменением массы подвешенного на нити груза.

### Контрольные вопросы

1. Что называется моментом инерции материальной точки относительно заданной оси вращения и моментом инерции тела относительно заданной оси вращения?
2. Выведите формулы второго закона динамики для вращательного движения.
3. Изменится ли момент инерции маховика при определенном расстоянии грузов от оси вращения, если изменить массу груза, подвешенного к концу нити, навитой на шкив?
4. Как изменится время падения груза с заданной высоты  $H$ , если грузы  $m$  расположить от оси вращения на большем или меньшем расстояниях?
5. Сформулируйте и запишите основной закон динамики для вращательного движения.
6. Дайте определение момента инерции абсолютно твердого тела
7. Сформулируйте теорему Штейнера и поясните ее на примере для шара.
8. Поясните физический смысл момента инерции тела.
9. Выведите выражение для вращающего момента силы натяжения нити.
10. Меняется ли натяжение нити маятника Обербека в зависимости от расположения масс  $m$  грузиков на стержнях маховика?
11. Изменится ли момент инерции маятника Обербека, если изменить высоту падения  $H$  падающего груза.
12. Как изменится время падения падающего груза, если грузы на спицах маховика расположить на расстояниях  $R_2 > R_1$ ?
13. Как изменится время падения падающего груза, если грузы на спицах маховика расположить на расстояниях  $R_2 < R_1$ ?
14. Дайте определение и единицы измерения в системе СИ момента силы и углового ускорения.
15. Запишите второй закон Ньютона для поступательного и вращательного движений и сравните их.
16. Какие физические величины определяют инерциальные свойства тела при его вращении и поступательном движении?



17. Какая физическая величина определяет силовое воздействие при вращательном движении?
18. Тело, имеющее ось вращения, попадает на Луну. Что произойдет с его моментом инерции?
19. От чего зависит момент инерции твердого тела?
20. На крестовине четыре груза одинаковой массы  $m$  расположены на разных расстояниях  $r$  от оси вращения. Написать формулу для подсчета момента инерции такой системы (моментом инерции самой крестовины пренебречь).

## 5 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 7

#### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРА МЕТОДОМ СРАВНЕНИЯ

**Цель работы:** определение емкости нескольких конденсаторов путем сравнения с известным с помощью баллистического гальванометра.

**Приборы и принадлежности:** баллистический гальванометр, источник питания, вольтметр, потенциометр, два ключа, двухполюсный переключатель, эталонный конденсатор, испытуемые конденсаторы, соединительные провода.

#### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

##### Электроёмкость уединенного проводника

Проводник называется **уединенным проводником**, если он находится столь далеко от других проводников и заряженных тел, что влиянием их электрических полей можно пренебречь.

Физическая величина, равная отношению заряда уединенного проводника  $q$  к его потенциалу  $\varphi$  называется **электрической ёмкостью** (электроёмкостью, ёмкостью) этого проводника:

$$\varphi = \frac{q}{C} \quad (7.1)$$

Электроёмкость проводника зависит от его линейных размеров и геометрической формы, но не зависит от материала проводника, его агрегатного состояния и наличия в нем полостей. Геометрически подробные проводники имеют электроёмкости прямо пропорциональные их линейным размерам. Ёмкость проводника прямо пропорциональна диэлектрической проницаемости среды, в которой находится проводник.

Ёмкость уединенного шара (сферы) равна:

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 R \quad (7.1),$$

где  $\epsilon$  - диэлектрическая проницаемость среды,  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\Phi}{\text{м}}$ ,  $R$  - радиус шара (сферы)

В СИ единицей ёмкости является фарад ( $\Phi = \frac{\text{Кл}}{\text{В}}$ ). Эта единица весьма велика. Например, электроёмкость такого проводника, как Земля, всего лишь

порядка  $7 \cdot 10^{-4} \Phi$ . Поэтому для практических целей используют дольные единицы:  $1 \text{ мкФ} = 10^{-6} \Phi$ ;  $1 \text{ нФ} = 10^{-9} \Phi$ ;  $1 \text{ пФ} = 10^{-12} \Phi$ .

### Взаимная электроёмкость

Взаимной электроёмкостью (взаимной ёмкостью) двух проводников называется физическая величина, численно равная заряду  $q$ , который нужно перенести с одного проводника на другой для того, чтобы изменить на единицу разность потенциалов ( $\varphi_1 - \varphi_2$ ) между ними:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} \quad (7.3)$$

Взаимная электроёмкость зависит от геометрической формы и взаимного расположения проводников и не зависит от материала проводников и их агрегатного состояния. Взаимная электроёмкость пропорциональна диэлектрической проницаемости среды, в которой находятся проводники.

### Конденсаторы

Система двух проводников, равномерно заряженных равными по абсолютной величине и противоположными по знаку зарядами, называется **конденсатором**, если форма и расположение проводников таковы, что создаваемое ими электростатическое поле локализовано в ограниченной области пространства. Сами проводники в этом случае называются обкладками конденсатора. Электроёмкость конденсатора представляет собой взаимную ёмкость его обкладок, и следовательно определяется формулой (7.3).

Электроёмкость конденсатора определяется его геометрией и диэлектрическими свойствами среды, заполняющей пространство между обкладками. Конденсаторы служат накопителями энергии электрического поля.

По форме исполнения различают плоские, цилиндрические, сферические и слоистые конденсаторы.

**Плоский конденсатор** представляет собой две параллельные плоские пластины с одинаковой площадью  $S$ , разделенных слоем диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\varepsilon$ , расположенных на малом расстоянии  $d$  одна от другой. Его электроёмкость определяется формулой:

$$C = \frac{\varepsilon \varepsilon_0 S}{d} \quad (7.4)$$

Электроёмкость цилиндрического конденсатора определяется по формуле:

$$C = 2\pi \varepsilon \varepsilon_0 l \cdot \ln \frac{R_1}{R_2} \quad (7.5)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – соответственно радиусы внутреннего и внешнего цилиндров,  $l$  – высота цилиндра

Ёмкость сферического конденсатора определяется выражением:

$$C = \frac{4\pi\epsilon\epsilon_0 R_1 R_2}{R_2 - R_1}, \quad (7.6)$$

где  $R_1$  и  $R_2$  – внутренний и внешний радиусы конденсатора

**Ёмкость плоского конденсатора, имеющего слоистый диэлектрик**, определяется уравнением:

$$C = \frac{\epsilon_0 S}{\sum_{i=1}^n \frac{d_i}{\epsilon_i}}, \quad (7.7)$$

где  $d_i$  – толщина  $i$ -того слоя диэлектрика с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_i$

Конденсаторы характеризуются **пробивным напряжением (напряжением пробоя)** – такой минимальной разностью потенциалов обкладок, при которой происходит электрический разряд через слой диэлектрика в конденсаторе. Величина пробивного напряжения зависит от формы и размеров обкладок и от свойств диэлектрика.

Помимо ёмкости, каждый конденсатор характеризуется предельным напряжением (разность потенциалов между обкладками)  $U_{\max}$ , которое можно прикладывать к обкладкам конденсатора, не опасаясь его пробоя. При превышении этого напряжения между обкладками проскакивает искра, в результате чего разрушается диэлектрик и конденсатор выходит из строя.

### Соединения конденсаторов

Располагая некоторым набором конденсаторов, можно значительно расширить число возможных значений ёмкости и рабочего напряжения, если применить соединение конденсаторов в батареи. Различают два вида соединений: параллельное и последовательное

#### Параллельное соединение конденсаторов

Для получения больших ёмкостей конденсаторы соединяют параллельно. При этом конденсаторы соединяются одноименно заряженными обкладками (рис 7.1), одна из обкладок каждого конденсатора имеет потенциал  $\varphi_1$ , а другая  $\varphi_2$ , т. е. разность потенциалов на всех конденсаторах одинакова:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$$

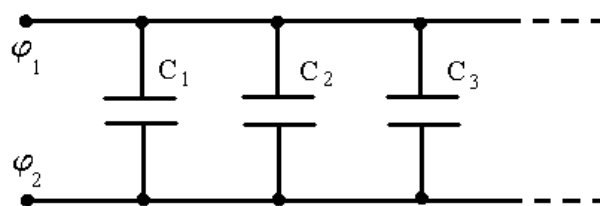


Рис. 1

Рис. 7.1 Параллельное соединение конденсаторов

При таком соединении конденсаторов полный заряд равен сумме зарядов отдельных конденсаторов:

$$q = \sum_{i=1}^n q_k = \sum_{i=1}^n C_i (\varphi_1 - \varphi_2) = (\varphi_1 - \varphi_2) \sum_{i=1}^n C_i$$

Общая электроёмкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме ёмкостей всех конденсаторов, входящих в батарею:

$$C = \sum_{i=1}^n C_i \quad (7.8)$$

### Последовательное соединение

При последовательном соединении конденсаторы соединяются одноименно заряженными обкладками. На рис. 7.2 показано **последовательное соединение** конденсаторов.

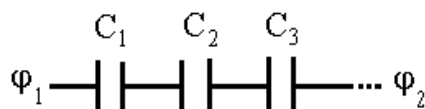


Рис. 2

Рис. 7.2 Последовательное соединение конденсаторов

При последовательном соединении заряды на обкладках всех конденсаторов одинаковы:

$$q = const$$

Поэтому разность потенциалов на батарее равна сумме разности потенциалов на каждом из конденсаторов:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \sum_{i=1}^n U_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i} = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

Откуда получается,

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

Общая ёмкость батареи последовательно соединенных конденсаторов равна:

$$C = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}} \quad (7.9)$$

При последовательном соединении уменьшается возможность пробы конденсатора. так как на каждый конденсатор приходится лишь часть разности потенциалов между клеммами всей батареи

В работе требуется определить емкость конденсатора и емкости при последовательном и параллельном соединениях конденсаторов, исследуя разряд конденсатора с помощью баллистического гальванометра.

## ОПИСАНИЕ ПРИБОРОВ И МЕТОДИКИ ИЗМЕРЕНИЯ ЁМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ

### Баллистический гальванометр

**Баллистический гальванометр** предназначен для измерения количества электричества, протекающего через рамку за время, значительно меньшее периода ее собственных колебаний. Баллистический гальванометр отличается от обычного гальванометра магнитоэлектрической системы тем, что подвижная часть его делается более массивной и обладает большим моментом инерции  $J$ .

Максимальный поворот рамки баллистического гальванометра  $\alpha_m$  пропорционален величине заряда  $q$ , прошедшего через его рамку:

$$\alpha_m = \frac{q}{k}$$

где  $k$  – **постоянная баллистического гальванометра**, определяет количество электричества, при протекании которого через рамку гальванометра последняя повернется так, что отброс луча «зайчика» по шкале гальванометра равен одному делению,  $k$  характеризует цену деления гальванометра в Кл/дел.

При повороте зеркальца на угол  $\alpha_m$  луч света переместится по шкале от  $n_0$  до деления  $n$ , и тогда **величина заряда**, протекающего по рамке и вызывающего отброс луча равна

$$q = kn, \quad (7.10)$$

Так как величина заряда  $q = CU$ , то, следовательно,

$$q = kn = CU.$$

## Схема опытов и методика измерения

На схеме (рис 7.3) показана электрическая схема для определения ёмкости конденсатора методом сравнения: здесь  $G$  – баллистический гальванометр;  $C$  – исследуемый конденсатор,  $\Pi$  – потенциометр;  $V$  – вольтметр.

Когда переключатель  $K$  установлен в левое положение (1- 2), ключ  $K_1$  замкнут, происходит заряд конденсатора от батареи  $B$  и одновременно гальванометр “закорачивают” ключом  $K_2$ . Подвижная часть гальванометра при этом устанавливается в положении равновесия.

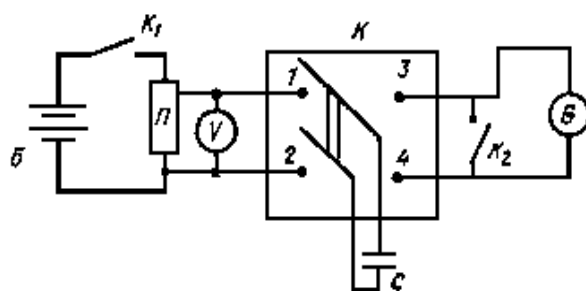


Рис. 5

Рис. 7.3 Схема опытов для определения ёмкости

Когда переключатель  $K$  установлен в правое положение (3–4), а ключ  $K_2$ , разомкнут, конденсатор разряжается через гальванометр. Ключом  $K_2$  “закорачивают” гальванометр в момент прохождения «зайчиком» нулевого положения (для уменьшения ненужных колебаний рамки гальванометра возбуждают магнитное поле индукционного тока, противодействующего основному магнитному полю).

Для того, чтобы измерить емкость конденсатора  $C_x$  (неизвестная емкость), достаточно определить разность потенциалов  $U$  на обкладках конденсатора с помощью вольтметра  $V$ , заряд одной из пластин  $q = kn$  ( $n$  – отброс «зайчика» по шкале) и воспользоваться формулой  $C = q/U$ . Баллистическая постоянная гальванометра  $k$  определяется из аналогичных измерений с эталонной (известной) емкостью  $C_0$  по формуле:

$$k = \frac{C_0 U}{n_0} \quad (7.11)$$

где  $n_0$  – число делений (отброс «зайчика») по шкале гальванометра при измерениях с эталонным конденсатором.

Далее конденсаторы  $C_x$  и  $C_0$  соединяют последовательно, затем параллельно, и тем же методом измеряют емкость таких систем конденсаторов.

Результаты измерения сравнивают с теоретическими значениями емкости, определенными по известным формулам для последовательного и параллельного соединения конденсаторов.

## Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

### Упражнение 1. Определение баллистической постоянной

#### Порядок выполнения работы

1. Собирают схему (рис. 7.3).
2. Включают эталонный конденсатор  $C_0$ .
3. Затем замыкают ключ  $K_1$  (ключ  $K_2$  замкнут) и при помощи потенциометра  $\Pi$  подбирают напряжение  $U_0$ .
4. Перебрасывают переключатель из положения 1,2 в положение 3,4
5. При одновременном размыкании ключа  $K_2$  фиксируют первый (максимальный) отброс «зайчика» по шкале гальванометра  $n_0$ .
6. Измерения повторяют четыре раза при постоянном значении напряжения  $U_0$ , результаты заносят в табл. 7.1.

Таблица 7.1

Баллистическая постоянная гальванометра

$C_0 = \underline{\hspace{2cm}} \Phi$

№	$C_0$	$U_0$	$n_{0i}$	$k_i$	$\langle k \rangle$	$\sigma$	$\Delta_{np}$	$\Delta$	$\varepsilon$	$k = \langle k \rangle \pm \Delta k$
	$\Phi$	В	дел.	$\frac{Kл}{дел.}$	$\frac{Kл}{дел.}$	$\frac{Kл}{дел.}$	$\frac{Kл}{дел.}$	$\frac{Kл}{дел.}$	%	$\frac{Kл}{дел.}$
1										
2										
3										
4										

#### Порядок выполнения расчетов

1. Рассчитывают баллистическую постоянную по формуле (7.10)

$$k = \frac{C_0 U}{n_0}$$

2. Среднее значение баллистической постоянной определяют по формуле:

$$\langle k \rangle = \frac{\sum_{i=1}^n k_i}{n}$$

3. Среднеквадратичное отклонение баллистической постоянной находят по формуле:



$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (k_i - \langle k \rangle)^2}{n-1}}$$

4. Рассчитывают приборную погрешность измерения баллистической постоянной по формуле:

$$\Delta k_{np} = \langle k \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta C_0}{C_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n}{n}\right)^2},$$

где  $\Delta n = 0,5$  дел.;  $\Delta C$  – определяется классом точности эталонного конденсатора;  $\Delta U$  – определяется классом точности вольтметра,

Если, например, класс точности вольтметра 0,2 (0,2%), то  $\Delta U = U_0 0,002$

5. Полную погрешность определения баллистической постоянной равна :

$$\Delta k = \sqrt{\sigma^2 + (\Delta k_{np})^2}.$$

6. Относительная погрешность измерений равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta k}{\langle k \rangle} 100\%$$

7. Окончательный результат измерения записывают в виде:

$$k = \langle k \rangle \pm \Delta k$$

## Упражнение 2. Определение ёмкости конденсаторов

### Порядок выполнения измерений

1. . Вместо эталонного конденсатора включают первый конденсатор неизвестной ёмкостью  $C_x$ .

2. Трижды производят измерения числа делений  $n$  по шкале баллистического гальванометра при постоянном значении напряжения  $U$  аналогично замерам в упражнении 1

3. Результаты измерений заносят в таблицу 7.2

4. Затем согласно п. 1-3 повторяют измерения для последовательного и параллельного соединения конденсаторов  $C_0$  и  $C_x$  и результаты заносят в таблицу 7.2.

### Порядок выполнения расчетов

1. Вычисляют среднее значение числа делений по шкале баллистического гальванометра по формуле:

$$\langle n \rangle = \frac{n_1 + n_2 + n_3}{3}$$

2. Вычисляют среднее значение ёмкости неизвестного конденсатора:

$$\langle C \rangle = \frac{\langle k \rangle}{U} \cdot \langle n \rangle \quad (7.11)$$

3. Проводят расчет ёмкости для последовательного и параллельного соединения конденсаторов  $\langle C_{noc} \rangle$  и  $\langle C_{пар} \rangle$  по формуле (7.11)

4. Вычисляют теоретические значения ёмкости для последовательного и параллельного соединений конденсаторов по формулам:

$$C_{noc}^T = C_0 + C_x$$

$$C_{пар}^T = \frac{C_0 C_x}{C_0 + C_x}$$

5. Рассчитывают расхождение теоретических и опытных значений ёмкости для последовательного и параллельного соединения проводников по формулам:

$$\alpha_{noc} = \frac{C_{noc}^T - \langle C_{noc} \rangle}{C_{noc}^T} 100\%$$

$$\alpha_{пар} = \frac{C_{пар}^T - \langle C_{пар} \rangle}{C_{пар}^T} 100\%$$

6. Результаты расчетов заносят в таблицу 7.2

Таблица 7.2

№	U, В		n	< n >	< C, > мкФ	C <sup>T</sup> мкФ	α, %
1		C <sub>x</sub>				—	—
2							
3							
1		C <sub>noc</sub>					
2							
3							
1		C <sub>пар</sub>					
2							
3							

### Контрольные вопросы.

1. Что такое электрическая емкость? От чего она зависит? В каких единицах она измеряется?

2. Как вычислить емкость плоского, цилиндрического, сферического конденсаторов?

3. Как можно измерить величину заряда конденсатора?

4. В чем состоит принцип действия гальванометра?

5. Какой гальванометр называется баллистическим?

6. Как можно определить баллистическую постоянную гальванометра

экспериментально?

7. На чем основан метод определения емкости конденсатора с помощью баллистического гальванометра?

8. Как вычислить теоретическое значение емкости при параллельном и последовательном включении конденсаторов?

9. Как оценить ошибку определения баллистической постоянной?

10. Как оценить ошибку измерения емкости? Согласуются ли экспериментальные и теоретические значения емкости при последовательном и параллельном соединении конденсаторов?

11. Что такое электрическая емкость? В каких единицах она измеряется?

12. Как вычислить емкость плоского конденсатора? От чего она зависит?

13. Как можно измерить величину заряда конденсатора?

14. В чем состоит принцип действия баллистического гальванометра?

15. Какой гальванометр называется баллистическим?

16. Как определяется баллистическая постоянная гальванометра?

17. На чем основан метод определения емкости конденсатора с помощью баллистического гальванометра?

18. Как теоретически рассчитать последовательное соединение двух конденсаторов?

19. Как теоретически рассчитать параллельное соединение двух конденсаторов?

20. Вопрос по электрической схеме: для чего служит ключ  $K$ ?

21. Вопрос по электрической схеме: поясните назначение ключей  $K_1$  и  $K_2$ .

22. Вопрос по электрической схеме: когда ключ  $K_2$  должен быть разомкнут? замкнут?

23. Вопрос по электрической схеме: когда ключ  $K_1$  должен быть разомкнут? Замкнут?

24. Поясните назначение эталонного конденсатора, используемого в работе.

25. Имеются три конденсатора одинаковой емкости  $C$ . Как их надо соединить, чтобы получить результирующую емкость, равную  $1,5 C$ ?

26. Имеются три конденсатора одинаковой емкости  $C$ . Как их надо соединить, чтобы получить результирующую емкость, равную  $2/3 C$ ?

27. Имеются три конденсатора одинаковой емкости  $C$ . Как их можно соединить, чтобы общая емкость была меньше  $C$ ?

28. Имеются три конденсатора одинаковой емкости  $C$ . Как их можно соединить, чтобы общая емкость была больше  $C$  и меньше  $3C$ ?

29. Назовите основные виды конденсаторов в зависимости от формы их пластин. Их применение.

30. Назовите основные виды конденсаторов в зависимости от материала диэлектрика. Их применение.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 8

### ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПРОВОДНИКОВ С ПОМОЩЬЮ МОСТА УИТСТОНА

**Цель работы:** определить сопротивления проводников

**Оборудование:** реохорд (калиброванная проволока, натянутая вдоль миллиметрового масштаба), гальванометр, магазин сопротивлений, источник постоянного тока, микротумблер, измеряемые сопротивления

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ВВЕДЕНИЕ

#### Понятие об электрическом токе

**Электрическим током** называется упорядоченное движение электрических зарядов.

Электрический ток, возникающий в проводящих средах в результате упорядоченного движения свободных зарядов под действием электрического поля, создаваемого в этих средах, называется **током проводимости**. Токами проводимости являются: электрический ток в металлах, созданный движением свободных электронов; ток в электролитах, осуществляемый упорядоченным движением ионов; ток в газах, где упорядоченно движутся ионы и электроны.

**Конвекционным током** называется механическое движение в пространстве заряженных макроскопических тел.

**Условия, необходимые для появления и существования электрического тока проводимости** в среде:

- наличие в данной среде **носителей тока** – заряженных частиц, которые могли бы в ней упорядоченно перемещаться;
- существование в данной среде **внешнего электрического поля**, энергия которого должна расходоваться на упорядоченное перемещение электрических зарядов;

**Направлением электрического поля** считается направление упорядоченного движения положительных электрических зарядов.

#### Сила и плотность тока.

**Силой тока** называется скалярная физическая величина, равная отношению заряда  $dq$ , переносимого сквозь рассматриваемую поверхность за малый промежуток времени, к величине этого промежутка  $dt$ :

$$I = \frac{dq}{dt}$$

Единица силы тока в СИ – ампер (А).

**Постоянным** называется электрический ток, сила и направление которого сохраняются с течением времени неизменными. Для постоянного тока

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = const$$

Сила постоянного тока в металлическом проводнике с площадью поперечного сечения  $S$  равна:

$$I = ne \langle \vec{v} \rangle S,$$

где  $n$  и  $e$  – концентрация и заряд носителей тока,  $\langle v \rangle$  – средняя арифметическая скорость упорядоченного движения электронов

**Вектор плотности тока**  $\vec{j}$  направлен противоположно направлению движения электронов – носителей тока в металлах. и модуль его численно равен отношению силы тока  $dI$  сквозь малый элемент поверхности, нормальный к направлению движения заряженных частиц. К величине  $dS_{\perp}$  площади этого элемента:

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}} = \frac{dq}{dt \cdot dS_{\perp}}$$

Единица плотности тока в СИ - А/м<sup>2</sup>

Плотность тока проводимости в металлах равна:

$$\vec{j} = ne \langle \vec{v} \rangle$$

Для того, чтобы в цепи существовал постоянный ток проводимости, необходимо выполнение следующих условий:

А) напряженность электрического поля в проводнике должна быть отлична от нуля и не должна изменяться с течением времени;

Б) цепь постоянного тока проводимости должна быть замкнута;

В) на свободные электрические заряды помимо кулоновских сил должны действовать неэлектростатические силы, называемые **сторонними силами**. Сторонние силы могут создаваться источниками тока (гальваническими элементами, аккумуляторами, электрическими генераторами).

### Электродвижущая сила. Напряжение

**Электродвижущей силой (ЭДС)**, действующей на участке цепи 1 - 2, называется физическая величина, численно равная работе  $A_{1-2}^{CT}$ , которую совершают сторонние силы при перемещении на участке 1 – 2 единичного положительного заряда:

$$\mathcal{E}_{2-1} = \frac{A_{1-2}^{CT}}{q},$$

**Напряжением (падением напряжения)**  $U_{1-2}$  на участке 1-2 называется физическая величина численно равная полной работе. Которая совершается кулоновскими и сторонними силами при перемещении вдоль участка цепи положительного заряда из точки 1 в точку 2:

$$U_{2-1} = \varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{2-1}$$

Напряжение на концах участка цепи 1- 2 равно разности потенциалов в точках 1 и 2 только в том случае, если на этом участке не приложены ЭДС:

$$U_{2-1} = \varphi_1 - \varphi_2 \text{ при } \varepsilon_{2-1} = 0$$

Такой участок цепи называется однородным или пассивным.

### **Электрическое сопротивление и электропроводность металлов.**

**Электрическим сопротивлением (сопротивлением)** участка цепи принято считать одну из характеристик электрических свойств данного участка цепи, определяющую упорядоченное перемещение носителей тока на этом участке.

Единица измерения сопротивления называется Ом  $=V/A$ . Ом – сопротивление проводника, по которому при напряжении 1 В течет ток 1 А.

Сопротивление металлического проводника на участке неразветвленной цепи зависит от материала проводника. Его геометрической формы и размеров, а также от температуры. Для однородного цилиндрического проводника длиной  $l$  и площадью поперечного сечения  $S$  сопротивление равно

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

где  $\rho$  - **удельное электрическое сопротивление** - сопротивление однородного проводника, имеющего форму куба, с длиной ребра, равном единице. Единица удельного сопротивления - Ом·м.

Величина обратная сопротивлению называется электрической проводимостью:

$$G = \frac{1}{R}$$

Единица электрической проводимости сименс (См), т.е. 1 См = 1 Ом<sup>-1</sup>.

Величина обратная удельному сопротивлению называется удельной проводимостью проводника:

$$\gamma = \frac{1}{\rho}$$

Единица удельной электропроводимости – См/м

Зависимость удельного электрического сопротивления от температуры выражается формулой:

$$\rho = \rho_0 (1 + \alpha t),$$

где  $\rho_0$  - удельное сопротивление при 0° С;  $\alpha$  - температурный коэффициент сопротивления. Характеризующий относительное изменение сопротивления проводника при его нагревании на 1° С или 1 К:

$$\alpha = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0 t}$$

Зависимость сопротивления проводника от температуры можно записать:

$$R = R_0 (1 + \alpha \cdot t),$$

где  $R_0 = \rho_0 \frac{l}{S}$  - сопротивление проводника при  $0^\circ \text{C}$ .

Зависимость удельного сопротивления чистых металлов от температуры не может быть удовлетворительно объяснена в рамках классической электронной теории электропроводности. В современной квантовой теории электропроводности металлов доказывается, что при всех температурах кроме абсолютного нуля, свободные электроны испытывают такие взаимодействия с узлами кристаллической решетки металла. Среднее время свободного пробега электронов в области средних температур прямо пропорционально абсолютной температуре  $T$  металла и удельно сопротивление  $\rho$  прямо пропорционально абсолютной температуре:  $\rho \sim T$

### Закон Ома

**Закон Ома для произвольного участка цепи:** Сила тока прямо пропорциональна напряжению на участке цепи и обратно пропорциональна сопротивлению участка

$$I = \frac{U}{R},$$

Иначе: Сила тока прямо пропорциональна суммарности потенциалов на концах участка и приложенных к нему ЭДС и обратно пропорциональна сопротивлению участка:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon_{2-1}}{R}$$

**Закон Ома для однородного участка цепи:** Сила тока прямо пропорциональна разности потенциалов на концах участка и обратно пропорциональна сопротивлению этого участка:

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$$

**Закон Ома для полной (замкнутой) электрической цепи,** состоящей из источника тока с ЭДС  $\varepsilon$  и внутренним сопротивлением  $r$  и внешним сопротивлением  $R$ : Сила тока в цепи прямо пропорциональна ЭДС, действующей в цепи, и обратно пропорциональна сумме внешнего и внутреннего сопротивлений:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

Напряжение на внешней цепи равно :

$$U = IR = \varepsilon - Ir$$

Ток короткого замыкания:

$$I_{кз} = \frac{\varepsilon}{r}$$

**Закон Ома в дифференциальной форме:** Плотность постоянного электрического тока равна произведению удельной проводимости на напряженность электрического поля в данной точке внутри металлического проводника с током.

$$j = \gamma E, \vec{j} = \gamma \vec{E}$$

### Последовательное и параллельное соединение проводников

При составлении электрической цепи проводники могут соединяться последовательно и параллельно

**Последовательным соединением проводников** называется соединение, при котором конц предыдущего проводника соединяется с началом последующего.

**Параллельным соединением проводников** называется соединение, при котором начала проводников соединены в один общий узел, а концы в другой.

Законы последовательно и параллельного соединения проводников представлены ниже:

Последовательное соединение	Параллельное соединение
Сила тока во всех участках цепи одинакова: $I = const$	Сила тока в общей части цепи равна сумме сил токов в ветвях: $I = \sum_{i=1}^n I_i$
Падение напряжения в цепи равно сумме падений напряжения на отдельных участках $U = \sum_{i=1}^n U_i$	Напряжение на всех участках цепи одинаково: $U = const$
Падение напряжения на проводниках прямо пропорционально их сопротивлениям: $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_2}{R_1}$	Силы токов в ветвях обратно пропорциональных их сопротивлениям: $\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}$
Общее сопротивление цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников: $R = \sum_{i=1}^n R_i$	Электропроводность цепи равна сумме электропроводностей всех проводников $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$



	$G = \sum_{i=1}^n G_i$
Сопротивление двух проводников: $R = R_1 + R_2$	Сопротивление двух проводников $R = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$

### Разветвление токов. Правила Кирхгофа.

Электрическая цепь представляет собой совокупность проводников и источников тока. В общем случае электрическая цепь является **разветвленной** и содержит узлы (рис 8.1)

Расчет разветвленной цепи состоит в том, чтобы по заданным сопротивлениям участков цепи и приложенным к ним ЭДС найти силы токов в каждом участке цепи.

**Узлом разветвленной цепи**  $A$  называется точка, в которой сходится не менее трех проводников

**Первое правило Кирхгофа (правило узлов):**

Алгебраическая сумма  $n$  токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0 \quad (8.1)$$

Первое правило Кирхгофа является следствием закона сохранения электрических зарядов.

**Второе правило Кирхгофа (правило контуров):**

В любом замкнутом контуре, произвольно выбранном в разветвленной электрической цепи, алгебраическая сумма падений напряжения равна алгебраической сумме имеющихся в контуре ЭДС

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{i=1}^n \mathcal{E}_i \quad (8.2)$$

Если токи совпадают с выбранным направлением обхода контура (АВСД), то они считаются положительными. ЭДС считаются положительными, если они создают токи, направленные в сторону обхода контура

Второе правило Кирхгофа является следствием обобщенного закона Ома.

### Мост Уитстона

Мост Уитстона представляет собой схему, применяемую для сравнения некоторого неизвестного сопротивления  $R_X$  с известным сопротивлением  $R_0$ . Схема моста приведена на рис. 8.1.

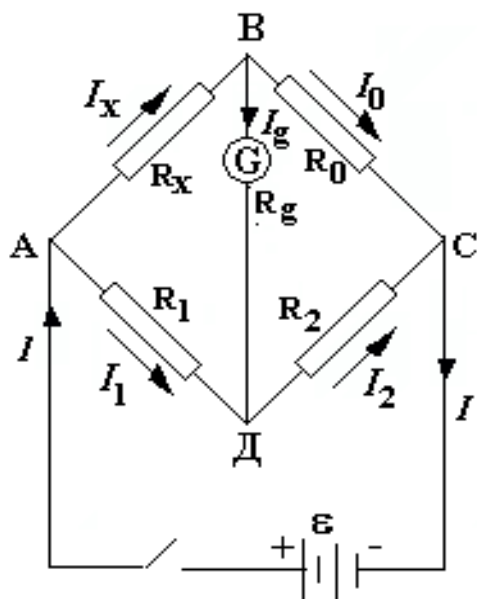


Рис. 8.1 Мост Уитстона

Четыре плеча моста Уитстона АВ, ВС, АД и ДС представляют собой сопротивления  $R_X$ ,  $R_0$ ,  $R_1$  и  $R_2$  соответственно. В диагональ ВД включается гальванометр, а в диагональ АС подсоединяется источник питания. В общем случае ток от источника  $\varepsilon$  будет протекать по всем участкам цепи, в том числе и через гальванометр  $G$ .

Однако, если соответствующим образом подобрать величины переменных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ , то можно добиться равенства потенциалов точек В и Д:  $\varphi_B = \varphi_D$ . В этом случае ток через гальванометр не пойдет, то есть  $I_g = 0$ . При этих условиях мост будет сбалансирован, и можно приступить к расчету неизвестного сопротивления  $R_X$ .

Для этого воспользуемся правилами Кирхгофа для разветвленных цепей.

Применим первое правило Кирхгофа (8.1) к узлам В и Д (рис. 8.1).

Токи, входящие в узел, будем считать положительными, а выходящие из него – отрицательными. Тогда для узла В можно записать:

$$I_X - I_g - I_0 = 0, \quad (8.3)$$

а для узла Д

$$I_1 + I_g - I_2 = 0. \quad (8.4)$$

Учитывая, что для сбалансированного моста ток через гальванометр отсутствует, равенства (2) и (3) примут вид:

$$\begin{aligned} I_X &= I_0 & (\text{узел В}) \\ I_1 &= I_2 & (\text{узел Д}). \end{aligned} \quad (8.5)$$

Второе правило Кирхгофа (8.2) применим последовательно к контурам АВД и ВСД.

Для контуров, не содержащих ЭДС:

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = 0 \quad 0.$$

Выберем за направление обхода контура направление по часовой стрелке. Токи, не совпадающие с этим направлением, берутся со знаком (-).

Учитывая вышеизложенное, для контура АВД запишем:

$$I_X R_X + I_g R_g - I_l R_l = 0. \quad (8.6)$$

Соответственно для контура ВСД:

$$I_0 R_0 - I_2 R_2 - I_g R_g = 0. \quad (8.7)$$

Так как при сбалансированном мосте  $I_g = 0$ , то

$$I_X R_X = I_l R_l \quad (8.8)$$

$$I_0 R_0 = I_2 R_2$$

Поделив почленно равенства (8.8) и учитывая полученные нами соотношения (8.5), получим:

$$R_x = \frac{R_0 \cdot R_1}{R_2} \quad (8.9)$$

### Описание схемы опытов

В лабораторной работе в качестве известного сопротивления  $R_0$  используется многодекадный магазин сопротивлений. Сопротивления  $R_1$  и  $R_2$  могут быть выполнены в виде однодекадных магазинов, либо в качестве проводника АС можно взять натянутую вдоль миллиметровой шкалы калиброванную проволоку одинакового сечения по всей длине, сделанную из металла с большим удельным сопротивлением (реохорд).

Вдоль реохорда может скользить контактный движок D (см. рис.8.2), который позволяет менять сопротивления  $r_1$  и  $r_2$ . Учитывая формулу зависимости сопротивления от длины проводника выражение (8.9) примет вид:

$$R_x = R_0 \frac{l_1}{l_2} \quad (8.10')$$

где  $l_1$  - длина участка реохорда AD;  $l_2$  - длина участка реохорда DC.

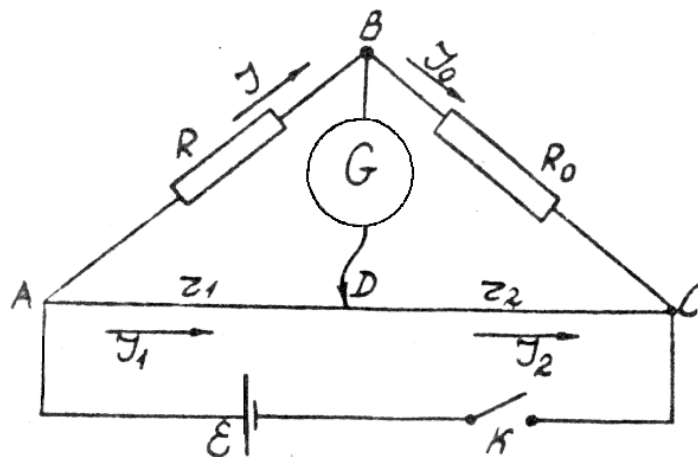


Рис.8.2 Схема опытов

Точность в определении  $R_x$  указанным методом в большой степени зависит от выбора сопротивлений  $r_1$  и  $r_2$ . Наибольшая точность достигается при  $r_1 \approx r_2$ .

В настоящей работе требуется:

- 1) определить величину двух неизвестных сопротивлений  $R_1$  и  $R_2$ ;
- 2) предельно величину сопротивления при последовательном и параллельном соединении этих проводников;
3. сравнить измеренные значения сопротивлений при последовательном и параллельном соединении проводников с теоретическими значениями

Соединить измеренные сопротивления сперва последовательно, а затем сопротивления при последовательном и параллельном соединении параллельно и определить величину сопротивления  $r$ .

### Порядок проведения измерений

1. Собрать цепь согласно рис.8.2, включив в плечо АВ одно из неизвестных сопротивлений  $R_x$ .

2. Контактный движок установить точно на середине реохорда. Из магазина сопротивлений ввести сопротивление  $R_0$ , заведомо меньшее, чем измеряемое сопротивление; можно, например, взять  $R_0 = 0$ .

3. Кратковременно (на 1-2 с) замкнуть ключ  $K$  и отметить направление, в котором отклонилась стрелка гальванометра.

Отклонение стрелки в этом направлении указывает на то, что сопротивление магазина сопротивлений меньше измеряемого, отклонение стрелки гальванометра в противоположную сторону означает, что сопротивление  $R_0$  больше измеряемого сопротивления  $R_x$ .

Следует помнить, что во всех случаях замыкать ключ  $K$  надо **кратковременно**, так как длительное пропускание тока ведет к некоторому нагреванию проводников а ,следовательно, к изменению их сопротивления.

4. Постепенно увеличивая сопротивление  $R_0$ , когда оно меньше измеряемого сопротивления, или уменьшая, если оно больше него, и

замечая при замыкании ключа направление отклонения стрелки гальванометра, добиваются того, чтобы при положении контактного движка точно на середине реохорда стрелка гальванометра практически не отклонялась от нуля.

5. Затем, незначительно смещая контактный движок в ту или иную сторону от середины шкалы, ставят его в такое положение, при котором после замыкания ключа наблюдается отсутствие тока в цепи гальванометра.

6. Определяют по шкале длины частей реохорда  $l_1$  и  $l_2$  и заносят в таблицу 8.1.

7. Затем смещают ползунок реохорда сначала вправо, затем влево, в пределах 5-10 мм, и по указанной выше методике вновь дважды повторяют опыт по определению сопротивления  $R_1$ .

9. Аналогично производят трижды измерения сопротивления  $R_2$  второго проводника.

10. Таким же способом определяют сопротивление двух данных проводников, соединенных последовательно  $R_{\text{посл}}$  и параллельно  $R_{\text{парал}}$ .

11. Результаты измерений заносят в таблицу 8.2.

### Порядок проведения расчетов

1. Вычисляют величины сопротивления первого проводника по формуле:

$$R_{1i} = R_0 \frac{l_1}{l_2}$$

2. Затем вычисляется среднее значение сопротивления первого проводника

$$\langle R_1 \rangle = \sum_{i=1}^3 \frac{R_{1i}}{3}$$

3. Вычисляют среднеквадратичное отклонение полученного среднего значения сопротивления по формуле:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^3 (\langle R_1 \rangle - R_{1i})^2}{3(3-1)}}$$

4. Вычисляют приборную погрешность измерений сопротивления по формуле:

$$\Delta R_{1np} = \langle R_1 \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta R_0}{R_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_1}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l_2}{l_2}\right)^2}$$

где  $\Delta l_1 = \Delta l_2 = 1 \cdot 10^{-3}$  м – абсолютная погрешность измерения длины плеч реохорда,  $\Delta R = 0,1$  Ом погрешность определения  $R_0$

5. Полная абсолютная погрешность определения сопротивления  $R_1$  равна:

$$\Delta R_1 = \sqrt{\Delta R_{1np}^2 + \sigma^2}$$

6. Относительная погрешность определения сопротивления  $R_1$  равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta R_1}{< R_1 >} 100\%$$

7. Аналогично п. 1- 6 рассчитывают значения сопротивления и погрешности для второго проводника.

8. Аналогично п. 1-2 вычисляют сопротивления проводников при последовательном  $R_{\text{посл}}$  и параллельном соединении  $R_{\text{парал}}$

9. Вычисляют теоретические значения сопротивления проводников при последовательном и параллельном соединении по формулам:

$$R_{\text{посл}}^T = < R_1 > + < R_2 > \quad R_{\text{парал}}^T = \frac{< R_1 > \cdot < R_2 >}{< R_1 > + < R_2 >}$$

10. Определяют расхождение опытных и теоретических значений сопротивлений проводников при последовательном и параллельном соединении по формулам:

$$\alpha_{\text{посл}} = \frac{R_{\text{посл}}^T - < R_{\text{посл}} >}{R_{\text{посл}}^T} 100\% \quad \alpha_{\text{парал}} = \frac{R_{\text{парал}}^T - < R_{\text{парал}} >}{R_{\text{парал}}^T} 100\%$$

Таблица 8.1.

Сопротивления проводников  $R_1$  и  $R_2$

Сопротивления	$R_0$ , Ом	$l_{li}$ , м	$l_{21}$ , м	$R_i$ , Ом	$< R >$ , Ом	$\sigma$ , Ом	$\Delta R_{np}$ , Ом	$\Delta R$ , Ом	$\varepsilon$ , %
$R_1$									
$R_2$									

Таблица 8.2

Сопротивление проводников при последовательном и параллельном соединении

Сопротивления	$R_0$ , Ом	$l_{li}$ , м	$l_{21}$ , м	$R_i$ , Ом	$< R >$ , Ом	$R^T$ , Ом	$\alpha$ , %
$R_{\text{посл}}$							
$R_{\text{парал}}$							

## Контрольные вопросы

1. В чем состоит принцип измерения мостовым методом?
2. Какое свойство металлических проводников используется в реохорде?
3. Что называется узлом и контуром электрической цепи?
4. Сформулируйте первое правило Кирхгофа.
5. Сформулируйте второе правило Кирхгофа.
6. Начертите схему моста Уитстона. Запишите условие баланса моста.
7. Какими двумя способами можно сбалансировать мост Уитстона?
8. Что называется электрическим напряжением, разностью потенциалов, ЭДС?
9. Следствием какого физического закона является первое правило Кирхгофа? Почему?
10. Из какого закона получается второе правило Кирхгофа? Ответ пояснить.
11. Что такое магазин сопротивлений и как его можно использовать в схеме моста Уитстона?
12. Сформулируйте и запишите закон Ома для участка цепи в интегральной форме.
13. Что называется разностью потенциалов напряжением?
14. Почему при определении баланса моста ключ в цепи замыкается на очень короткое время?
15. Как рассчитать общее сопротивление внешней цепи при балансе моста.
16. Рассчитайте во сколько раз  $r_1 > r_2$  (или  $r_1 < r_2$ ) для любого измерения.
17. При каком условии сопротивления плеч реохорда равны. Докажите.
18. Исходя из рисунка электрической схемы запишите первое правило Кирхгофа для любого узла А (при балансе моста).
19. Запишите второе правило Кирхгофа для контура АВСКЕА (используйте электрическую схему опыта).
20. Объясните, почему стрелка гальванометра отклоняется в разные стороны, когда мы изменяем сопротивления  $R_0$  (эталонное).

## Лабораторная работа № 9

### ИЗУЧЕНИЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ ЗЕМЛИ

**Цель работы:** определение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли.

**Приборы и принадлежности:** тангенс-гальванометр, амперметр, реостат, источник постоянного тока, переключатель

#### Теоретическое введение

#### Магнитное поле и его характеристики

В пространстве, окружающем движущиеся заряды, токи и постоянные магниты возникает силовое поле, называемое **магнитным**. Наличие магнитного поля обнаруживается по силовому действию на внесенные в него проводники с током или постоянные магниты.

**Магнитное поле действует только на движущиеся в этом поле электрические заряды.** Характер воздействия магнитного поля на ток различен и зависит от формы проводника, по которому течет ток, от расположения проводника и от направления тока.

Характеристика магнитного поля называется магнитной индукцией. **Магнитная индукция в данной точке магнитного поля определяется максимальным вращающим моментом, действующим на рамку с магнитным моментом, равным единице, когда нормаль к рамке перпендикулярна направлению поля (рис. 9.1):**

$$B = \frac{M_{\max}}{p_m} \quad (9.1),$$

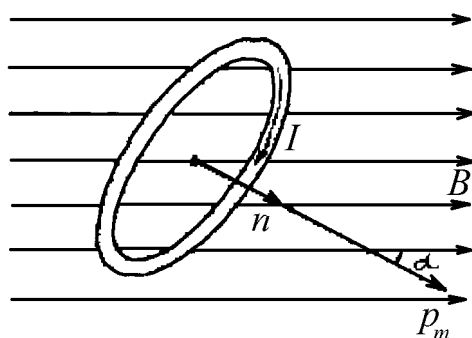


Рис. 3.3

где  $M_{\max}$  – максимальный вращающий момент,  $p_m = IS\vec{n}$  – вектор магнитного момента рамки с током,  $S$  – площадь поверхности контура (рамки),  $\vec{n}$  – единичный вектор нормали к поверхности.

Магнитное поле изображают с помощью **линий магнитной индукции** – линий, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора  $\vec{B}$ . Их направление задается с помощью правила правого винта: головка винта, ввинчиваемого по направлению тока, вращается в направлении линий магнитной индукции.

Магнитное поле постоянных токов различной формы изучалось французскими учеными Ж. Био (1774 – 1862) и Ф. Саваром (1791 – 1841). Результаты этих опытов были обобщены выдающимся французским математиком и физиком Лапласом.



**Закон Био - Савара – Лапласа:** модуль индукции магнитного поля  $dB$ , создаваемый элементом  $dl$  проводника с током  $I$ , в некоторой точке поля  $A$  (рис. 9.2), равен

$$dB = \frac{\mu_0 I \cdot dl \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2} \quad (9.2),$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $dl$  и  $\vec{r}$ ,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$  – магнитная постоянная.

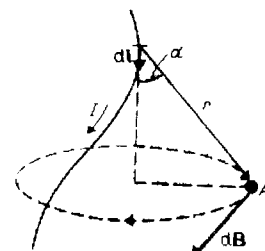


Рис. 3.4

Для магнитного поля справедлив **принцип суперпозиции:** магнитная индукция результирующего поля, создаваемого несколькими токами или движущимися зарядами равна векторной сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждым током или движущимся зарядом в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \quad (9.3)$$

Расчет индукции магнитного поля  $B$  по приведенным формулам (9.2) и (9.3) в общем случае довольно сложен. Однако, если распределение токов имеет определенную симметрию, то применение закона Био – Савара – Лапласа совместно с принципом суперпозиции позволяет рассчитать конкретные поля.

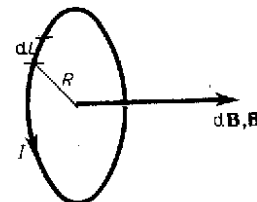


Рис. 3.5

На основе закона Био – Савара – Лапласа можно рассчитать индукцию магнитного поля в центре кругового проводника с током радиуса  $R$  (рис. 3.3):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad (9.4)$$

Согласно предположению французского физика А. Ампера (1775 – 1836), в любом теле существуют микроскопические токи, обусловленные движением электронов в атомах и молекулах. Эти микроскопические молекулярные токи создают свое магнитное поле и могут поворачиваться в магнитных полях макротоков.

Вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  характеризует результирующее магнитное поле, создаваемое всеми **микро - и макротоками**, то есть при одном и том же токе и прочих равных условиях вектор  $\vec{B}$  в различных средах имеет различные значения.

Магнитное поле макротоков описывается **вектором напряженности  $\vec{H}$** . Для однородной изотропной среды вектор магнитной индукции  $\vec{B}$  связан с вектором напряженности  $\vec{H}$  следующим соотношением:

$$\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H} \quad (9.5),$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды, показывающая во сколько раз магнитное поле макротоков  $H$  усиливается за счет микротоков среды.

Геоэлектромеханика – наука об электромеханике планеты Земля. Согласно ее представлениям электромеханическая система планеты состоит из МГД-генератора и униполярного двигателя, совмещенных в одной сферической электромеханической машине (рис 10.4)

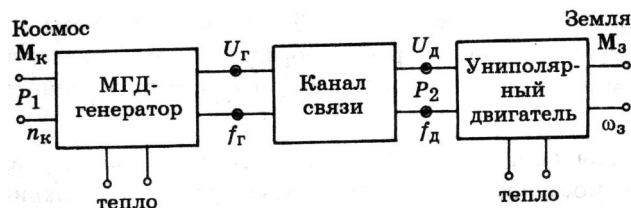


Рис.9.4 Электромеханическая система планеты

Магнитное поле Земли создается токами ядра Земли  $I_{я}$ , токами радиационных поясов  $I_{р}$  и поперечными токами  $I_{п.}$  (рис 9.5).

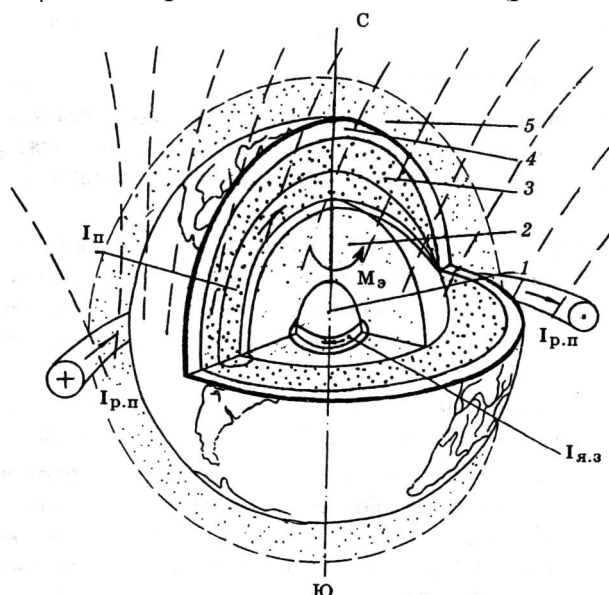


Рис.9.5 электрическая машина – планета Земля

Магнитное поле имеет сложный, изменяющихся со временем характер и является единым для МГД -генератора и МГД - двигателя (насоса) планеты. Поперечный ток  $I_{п.}$ , взаимодействуя с токами  $I_{я}$ , и  $I_{р.}$ , смещает ось магнитного поля относительно оси вращения земли на  $10 - 11^0$ . точно так же, как это имеет место в обычных электрических машинах.

Токи радиационных поясов, протекающих на границе стратосферы Земли и Космоса, представляют собой токи поперечной реакции якоря МГД - генератора. Токи Земли – это, в основном, постоянные токи, имеющие небольшие пульсации, так как генератор и двигатель совмещены, постоянные токи протекают в одних и тех же контурах, а переменные составляющие, имеющие важное значение для жизни планеты, передаются электромагнитным путем через канал связи (рис 9.4). Можно представить, что Земля опирается на Космос – источник бесконечной мощности.

Поперечный ток, без которого нельзя представить работу электрической машины планеты, имеет важное значение для объяснения глобальных процессов, происходящих на Земле.

Проекция поперечного тока на плоское изображение Земли – синусоида, положение которой соответствует современному смещению оси магнитного поля (рис 10.6).

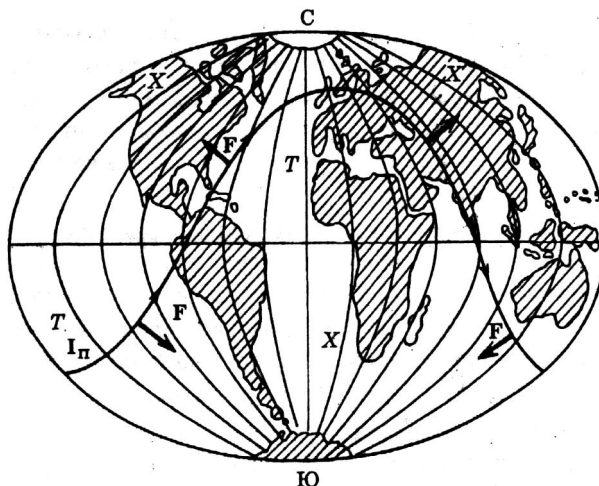


Рис. 9.6 Круговой поперечный ток на плоском изображении Земли

Гипотеза существования поперечного тока дает возможность объяснить сложные перемещения материковых плит. Усилия (силы Ампера), действующие на материковые плиты, определяется вектором индукции магнитного поля  $\vec{B}$  и поперечным током  $I_{\text{п}}$ . Силы Ампера при обходе синусоиды тока (в проекции на плоскость) изменяются по гармоническому закону. При этом материковые плиты за миллионы лет совершают сложнейшие перемещения, стремясь повернуться относительно экваториальной плоскости.

Синусоида (рис 9.5) близко совпадает с направлениями океанических течений – Гольфстримом и Великими Тихоокеаническими течениями. На путях поперечного тока есть выходы магмы на поверхность дна океана и часть тока  $I_{\text{п}}$  протекающего параллельно токам в коре, замыкается в соленой океанической воде океана. Протекая тысячи лет, эти токи увлекают в движение огромные массы воды, образуя основные течения, которые в свою очередь определяют вторичные потоки водных и воздушных масс и вместе с вращением Земли, перепадами температур и солености и другими факторами формируют сложную структуру морских течений планеты.

Поперечный ток в двух точках пересекает экватор. В этих местах продольный ток  $I_{\text{я}}$  находится на ближайшем расстоянии от поперечного  $I_{\text{п}}$ . Это энергетически активные зоны планеты, в которых образуются тайфуны, они отстоят друг от друга на  $180^\circ$  и находятся в восточной части Тихого океана и на Филиппинах. Энергия тайфуна равна примерно энергии трех-четырех атомных бомб. С точки зрения электромеханике, энергия тайфунов выделяется при динамических процессах в электрической машине планеты. При ничтожных изменениях скорости вращения планеты, токов и деформации контуров токов выделяется огромное количество энергии, которая находит

выход в виде тайфунов, циклонов и смерчей. Их образованию предшествуют электромагнитные процессы в зоне между ядром Земли и радиационными поясами. Тайфуны являются предохранительными клапанами, регулирующими энергетические процессы в электрической машине планеты.

Токи электрической машины планеты имеют постоянную переменную составляющую. Переменные составляющие в токах Земли появляются благодаря изменению моментов инерции планеты по трем осям координат. Что обусловлено, в основном, влиянием Луны. Луна движется вокруг Земли по эллиптической орбите и изменение расстояния до Луны приводит к изменению момента инерции система Земля - Луна, что является одной из причины, вызывающих изменение токов Земли.

### Магнитное поле Земли

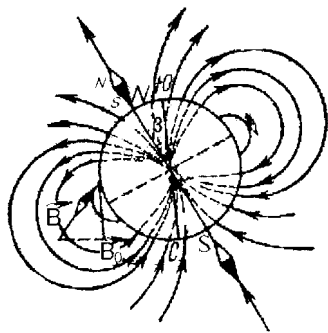


Рис. 3.1

Земля представляет собой шаровой магнит (рис. 9.7). По сравнению с гравитационным полем **магнитное поле** является достаточно слабым: его средняя величина всего 0,5 эрстеда. **Геомагнитное поле** является дипольным. **Магнитные полюса не совпадают с географическими полюсами.** Северный магнитный полюс расположен на полуострове Бутия в канадском архипелаге примерно в 1000 км от географического полюса, а южный магнитный полюс находится в Антарктиде в 800 км от географического. Магнитная ось нашей планеты наклонена к оси вращения на  $11,5^\circ$  и не проходит через центр Земли. Величина геомагнитного поля на полюсах примерно в 2 раза больше, чем на экваторе. В Северном полушарии южный конец магнитной стрелки компаса наклонен к поверхности Земли и стрелка составляет с горизонтом угол наклона (на магнитном экваторе угол наклона равен нулю, на магнитных полюсах наклонение равно  $90^\circ$ ). На широте Лондона угол наклона равен  $71^\circ$ . Вертикальная плоскость, в которой расположена стрелка, называется плоскостью магнитного меридиана. Так как магнитные полюса не совпадают с географическими полюсами, то стрелка отклоняется от географического меридиана. Угол  $\beta$  между плоскостями магнитного и географического меридианов называется **магнитным склонением**. Эти характеристики изменяются со временем, из года в год меняется и положение магнитных полюсов

Различают два источника геомагнитного поля: внутренние, создающие достаточно постоянное магнитное поле, имеющие вековые вариации, и внешние – гораздо более слабые, создающие переменные магнитные поля. Земной магнетизм не может создаваться за счет стационарной намагниченности ядра или какой-то его части. Предполагается, что магнитное поле создается процессом, названным эффектом динамомашины с самовозбуждением. Роль ротора (подвижного элемента) динамо играет масса жидкого металлического ядра, перемещающаяся при вращении Земли вокруг своей оси, а система

возбуждения образуется токами, создающими замкнутые петли вокруг сферы ядра.

Большинство вариаций геомагнитного поля связано с солнечной деятельностью. Магнитные возмущения, охватывающие Землю, называются **магнитными бурями**. Они сопровождаются усилением интенсивности полярных сияний, изменением высот и плотности ионизированных слоев, они часто начинаются через сутки - двое после вспышек на Солнце. Области локализации геомагнитного поля, обтекаемого солнечным ветром (поток заряженных частиц), называется магнитосферой Земли, она имеет внутреннюю и внешнюю области (рис. 9.8).

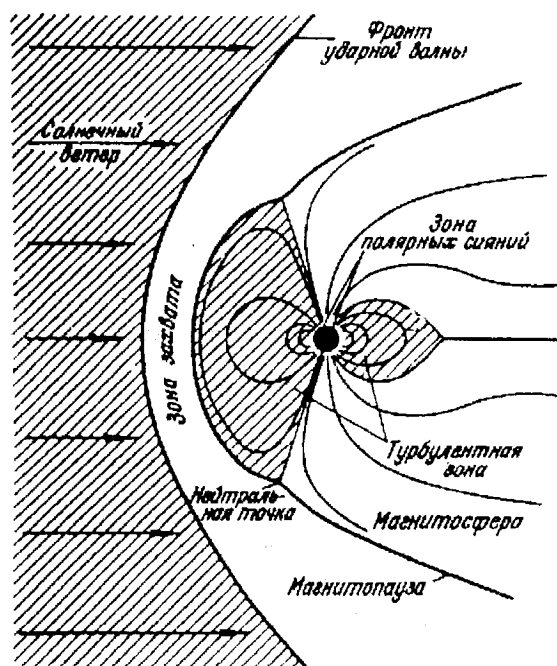


Рис. 3.2

**Магнитосфера** — самая верхняя оболочка Земли, простирающаяся от поверхности Земли до 90 км в высоту, представляет собой часть космического пространства, заполненную магнитным полем Земли. Строение и свойства магнитосферы существенны для жизни на Земле. Внутренняя часть магнитосферы удерживает заряженные частицы окосолнечной плазмы в ограниченном объеме и называется магнитной **ловушкой**. Области геомагнитной ловушки, заполненные заряженными частицами, называются **радиационными поясами Земли**. Внешняя часть магнитосферы состоит из магнитных силовых линий, зажимаемых солнечным ветром с дневной стороны на ночную, и образует на ночной стороне **магнитный шлейф**. Магнитосфера задерживает частицы высоких энергий с большой скоростью летящие из космоса, она является **“щитом” Земли**, защищающим все живое от жесткого космического излучения.

Палеомагнитные исследования показали, что в истории Земли неоднократно происходили обращения магнитного поля — инверсии, когда полюса менялись местами: северный становился южным и наоборот. Причем в некоторых геологических периодах было несколько инверсий. Последняя инверсия отмечена 500- 800 тысяч лет назад. Предполагается, что в период инверсий геомагнитное поле ослабевает. Биологи полагают, что перемагничивание влияет на живые организмы, уничтожая некоторые их виды и порождая новые. В период инверсий все живое становится беззащитным перед потоком космических частиц, способных привести к мутациям и гибели некоторых видов животных. Ряд исследователей считает, что и процесс появления гомо сапиенс — человека разумного, по скорости эволюции сравнимый только со взрывом, связан по времени со сменой полярности полюсов.

## Теория метода

В настоящей лабораторной работе горизонтальная составляющая магнитной индукции поля Земли определяется с помощью **тангенс-буссоли**.

Тангенс-буссоль состоит из вертикальной плоской катушки кольцевой формы с витками проволоки. В центре катушки в горизонтальной плоскости расположен компас. Магнитная стрелка компаса при отсутствии тока в катушке расположена по магнитному меридиану Земли. При пропускании постоянного электрического тока через витки катушки в ее центре создается магнитное поле, которое действует на магнитную стрелку, поэтому стрелка повернется на некоторый угол. Объясняется это тем, что на магнитную стрелку будет действовать два поля: 1-ое – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли  $H_0$  и 2-ое – созданное током  $H_T$  (рис. 9.9). Напряженность поля кругового витка тока равна:

$$H = \frac{NI}{2R} \quad (9.6)$$

где  $I$  – сила тока в витке,  $N$  – число витков,  $R$  – радиус витков.

В результате магнитная стрелка устанавливается вдоль вектора магнитной индукции  $H$ , равного сумме двух взаимно перпендикулярных векторов  $H_0$  и  $H_T$ , где  $H_0$  – горизонтальная составляющая магнитного поля Земли, а  $H_T$  – вектор напряженности магнитного поля тока тангенс-буссоли. Если магнитная стрелка ориентирована под углом  $\alpha$  к горизонтальной составляющей  $H_0$ , совпадающей с плоскостью витком, то

$$H_0 = \frac{H_T}{\tan \alpha} \quad (9.7)$$

Из выражений (9.6) и (9.7) следует, что горизонтальная составляющая магнитной поля Земли

$$H_0 = \frac{N \cdot I}{2R \cdot \tan \alpha} \quad (9.8)$$

Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли равна

$$B_0 = \mu_0 H_0$$

Принципиальная схема установки для определения горизонтальной составляющей магнитной индукции поля Земли показана на рис. 9.10. Установка состоит из тангенс-буссоли, источника постоянного тока  $\mathcal{E}$ , потенциометра  $R$  для регулирования силы тока, двух переключателей для изменения направления тока в витках тангенс-буссоли и числа витков.

Величина радиуса катушки и число витков указаны на тангенс-буссоли.

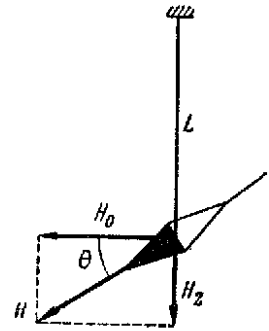


Рис. 3.6

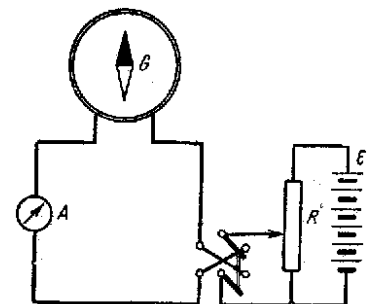


Рис. 3.7

## Порядок выполнения работы

Поворотом катушки вокруг вертикальной оси совмещают ось плоскости катушки с плоскостью магнитного меридиана так, чтобы один конец стрелки компаса совпал с  $0^0$

Включают постоянный ток и измеряют величину силы тока  $I$  по амперметру, установив число витков катушки  $N_1$

Как только стрелка компаса придет в равновесие, отсчитывают по круговой шкале компаса угол отклонения  $\alpha_1$ .

Не меняя величины тока  $I$ , изменяют переключателем его направление и измеряют величину отклонения стрелки угол  $\alpha_2$ . Результаты измерений заносят в табл. 10.1

Затем тумблером  $K$  устанавливают токи  $I_1$  и  $I_2$ , каждый раз производя измерения согласно п. 1 - 4.

Таблица 9.1

Результаты измерений горизонтальной составляющей магнитного поля Земли

№	Сила тока, $I$	Число витков катушки, $N$	Угол отклонения стрелки $\alpha_1$ , град	Угол отклонения стрелки $\alpha_2$ , град	Среднее значение угла отклонения $\langle \alpha \rangle$ , град	Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли $H$ , А/м,	Среднее значение горизонтальной составляющей магнитного поля Земли $\langle H \rangle$ , А/м	Относительная погрешность измерений, %
1								
2								
3								
<p>Горизонтальная составляющая магнитного поля Земли:</p> $H = \langle H \rangle \pm \Delta H = \quad , \text{ А/м}$ <p>Среднеквадратичное отклонение:</p> $\Delta H_{\text{ср}} = \quad \text{ А/м}$ <p>Приборная погрешность</p> $\Delta H_{\text{пр}} = \quad \text{ А/м}$ <p>Абсолютная погрешность определения горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли:</p> $\Delta H = \quad \text{ А/м}$ <p>Относительная погрешность:</p> $\varepsilon = \quad \%$ <p>Горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли:</p> $B_0 = \mu_0 H_0, \quad \text{ Тл}$								

## Обработка результатов измерений

Среднее значение угла поворота магнитной стрелки находят по формуле:

$$\langle \alpha \rangle = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

Рассчитывают значение горизонтальной составляющей напряженности магнитного поля Земли  $H_0$  по формуле:

$$H_0 = \frac{N \cdot I}{2R \cdot \operatorname{tg} \langle \alpha \rangle}$$

Вычисляют среднее значение напряженности магнитного поля Земли

$$\langle H \rangle = \frac{H_1 + H_2 + H_3}{3}$$

4. Рассчитывают среднеквадратичное отклонение

$$\Delta H_c = \sqrt{\frac{(\langle H \rangle - H_{01})^2 + (\langle H \rangle - H_{02})^2 + (\langle H \rangle - H_{03})^2}{3(3-1)}}$$

5. Вычисляют приборную погрешность по формуле

$$\Delta H_{np} = \langle H \rangle \sqrt{\left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \alpha}{\alpha}\right)^2},$$

где  $\Delta I$ ,  $\Delta R$ ,  $\Delta \alpha$  - соответственно погрешности измерения силы тока, радиуса витка и угла поворота стрелки (берутся равными половине цены деления)

6. Полная абсолютная погрешность определения напряженности горизонтальной составляющей магнитного поля Земли равна

$$\Delta H = \sqrt{(\Delta H_c)^2 + (\Delta H_{np})^2}$$

Относительная погрешность измерений равна

$$\varepsilon = \frac{\Delta H}{\langle H \rangle} 100\%$$

Окончательный результат представляют в стандартном виде:

$$H = \langle H \rangle \pm \Delta H, \text{ А/м}$$

Вычисляют горизонтальную составляющую индукции магнитного поля Земли по формуле:

$$B_0 = \mu_0 H_0$$

Формулируют выводы по полученным результатам.

## Контрольные вопросы

Чем отличается магнитное поле от электростатического?

Назовите основные характеристики магнитного поля.

Чему равен и как направлен магнитный момент рамки с током?

Что называется индукцией магнитного поля? Как определяют направление вектора индукции магнитного поля?

Как ориентированы линии магнитной индукции проводника с током?

В чем отличие линий напряженности магнитного и электростатического полей?



Как связаны между собой индукция и напряженность магнитного поля?  
Что показывает магнитная проницаемость среды? На какие группы делятся среды по магнитным свойствам?  
Записав закон Био - Савара – Лапласа, объясните его физический смысл.  
Сформулируйте принцип суперпозиции магнитного поля  
Чему равна индукция магнитного поля в центре кругового витка с током?  
По какому правилу определяется направление силы Ампера?  
Назовите основные характеристики земного магнетизма.  
Какова физическая природа магнитного поля Земли?  
Что является причиной магнитных бурь на Земле и околоземной пространстве?  
Что представляет магнитосфера Земли, каковы ее особенности?  
Как определяется горизонтальная составляющая индукции магнитного поля Земли?  
Объясните устройство тангенс-буссоли?  
Почему перед измерениями следует ориентировать плоскость катушки тангенс-буссоли в направлении магнитного меридиана?  
Назовите основной источник ошибок при определении горизонтальной составляющей магнитного поля Земли  $H_0$ .

## ОГЛАВЛЕНИЕ:

Содержание	стр
<b>1 ФИЗИЧЕСКИЙ ПРАКТИКУМ</b>	
1.2 Введение	
1.2 Назначение лабораторного практикума	
1.3 Порядок проведения лабораторного практикума	
1.4 Рекомендованная литература	
<b>2 ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ОБРАБОТКИ ФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ</b>	
2.1 Физические величины	
2.2 Классификация физических измерений	
2.3 Классификация погрешностей измерений	
2.4 Класс точности средств измерений	
2.5 Методы вероятностного описания погрешностей и средств результатов измерений	
2.6 Закон нормального распределения	
2.7 Случайная погрешность, надежность и доверительный интервал	
2.8 Распределение Стьюдента. Коэффициент Стьюдента, случайная погрешность	
2.9 Действия над приближенными числами	
2.10. Округление погрешности измерения и среднего арифметического измеряемой величины	
2.11 Погрешности табличных и постоянных физических величин	
2.12 Схема обработки результатов прямых измерений	
2.13 Погрешности при косвенных измерениях	
2.14 Схема обработки результатов косвенных измерений	
2.15 Графическая обработка результатов косвенных измерений	
<b>3 ВВОДНЫЙ ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ</b>	
Лабораторная работа № 1. Изучение статистических закономерностей, возникающих при прямых измерениях	
Лабораторная работа № 2. Изучение методов обработки результатов косвенных измерений	
Лабораторная работа №3 Электроизмерительные приборы. Основные виды и правила их применения	
<b>4 МЕХАНИКА</b>	
Лабораторная работа № 4 Изучение гравитационного поля Земли	
Лабораторная работа № 5 Определение модуля Юнга методом изгиба прямоугольного стержня	
Лабораторная работа № 6 Изучение вращательного движения методом маятника Обербека	
<b>5 ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ</b>	
Лабораторная работа № 7 Определение емкости конденсатора с помощью баллистического маятника	

Лабораторная работа № 8 Измерение электрического сопротивления проводников с помощью моста Уитстона	
Лабораторная работа № 9 Изучение магнитного поля Земли	