



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

УТВЕРЖДАЮ

Директор ИДО

С.И. Качин

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2013 г.

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Методические указания и индивидуальные задания  
для студентов ИДО, обучающихся по направлению  
150700 «Машиностроение»,  
профиль «Оборудование и технология сварочного производства»

*Составители*

*Цукублина К.Н., Анфилофьев А.В.*

Семестр	5
Кредиты	4
Лекции, часов	8
Практические занятия, часов	4
Лабораторные занятия, часов	4
Индивидуальные задания	1
Самостоятельная работа, часов	130
Общий объем, часов	144
Форма контроля	экзамен

Издательство

Томского политехнического университета  
2013





УДК 539.3/.4(075.8)

Сопротивление материалов: метод. указ. и индивид. задания для студентов ИДО, обучающихся по направлению 150700 «Машиностроение»; / сост. К.Н. Цукублина, А.В. Анфилофьев. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2013. – 56 с.

Методические указания и индивидуальные задания рассмотрены и рекомендованы к изданию методическим семинаром кафедры теоретической и прикладной механики 4 мая 2013 года, протокол № \_\_\_\_.

Зав. кафедрой ТПМ,  
доцент

\_\_\_\_\_ Ф.А. Симанкин

### **Аннотация**

Метод. указ. и индивид. задания по дисциплине «Сопротивление материалов» предназначены для студентов ИДО, обучающихся по направлению 150700, «Машиностроение». Данная дисциплина изучается один семестр.

Приведено содержание основных тем дисциплины, указаны темы практических и лабораторных занятий. Приведены варианты индивидуального домашнего задания. Даны методические указания по выполнению индивидуального домашнего задания.





## Оглавление

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ .....	4
2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ .....	5
Тема 1. Основные понятия курса .....	5
Тема 2. Растяжение и сжатие .....	6
Тема 3. Основы теории напряженного и деформированного состояний.....	7
Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений .....	9
Тема 5. Сдвиг (срез), смятие.....	10
Тема 6. Кручение .....	10
Тема 7. Изгиб .....	11
Тема 8. Сложное сопротивление.....	12
Тема 9. Устойчивость равновесия деформируемых систем (продольный изгиб) .	13
Тема 10. Прочность при циклически изменяющихся напряжениях .....	14
Тема 11 Динамическое действие нагрузок .....	15
3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ .....	17
3.1. Тематика практических занятий .....	17
3.2. Перечень лабораторных работ .....	17
4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ.....	19
4.1. Требования к оформлению ИДЗ для студентов классической заочной формы обучения (КЗФ).....	19
4.2. Требования к оформлению ИДЗ для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий (ДОТ) .....	20
4.3. Варианты индивидуального задания и методические указания .....	20
5. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ .....	52
Вопросы для подготовки к экзамену .....	52
Образец экзаменационного билета .....	52
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ .....	54
6.1 Литература обязательная .....	54
6.2 Литература дополнительная .....	54





## **1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОСНОВНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Современный этап научно-технического развития характеризуется быстрым совершенствованием технических параметров изделий, конструкционных материалов, технологических процессов, созданием математических моделей изделий, которые затем служат основой разработки технологий и производства элементов конструкций и конструкций в целом, удовлетворяющих требованиям надежности и экономичности.

Основным содержанием теоретической части курса сопротивления материалов является обобщение инженерного опыта создания машин и сооружений, разработка моделей прочностной надежности.

В экспериментальной части курса формируются реальные представления о сопротивлении материалов в различных условиях деформирования, обретаются навыки обработки и анализа результатов испытаний, а также, ведется проверка теоретических положений курса.

Для освоения курса необходимо иметь соответствующую математическую подготовку в области векторной алгебры, дифференциального и интегрального исчисления; владеть основными представлениями физики твердого тела, теоретической механики, материаловедения.

Пререквизиты: «Математика», «Физика», «Материаловедение». В последующем это послужит базой для освоения ряда дисциплин профессионального цикла.

Кореквизиты: «Теория машин и механизмов», «Детали машин и основы проектирования», «Производство сварных конструкций».



## 2. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

### Тема 1. Основные понятия курса

Прочность, жесткость, устойчивость, выносливость (усталость) – как понятия, определяющие надежность конструкций в их сопротивлении внешним воздействиям. Коэффициент запаса, как количественный показатель надежности и экономичности конструкций.

Расчетные схемы (модели): твердого деформированного тела, геометрических форм элементов конструкций, внешних и внутренних связей между ними, внешних воздействий. Внутренние силы в деформируемых телах и их количественные меры: внутренние силовые факторы и напряжения. Метод сечений и уравнения равновесия для определения внутренних силовых факторов. Понятие «напряженное состояние».

Геометрические искажения стержневых элементов конструкций и их количественные меры: перемещения и деформации. Понятие «деформированное состояние» в точке.

Понятия упругости, пластичности, хрупкости. Линейная упругость (закон Гука в общей словесной формулировке и математическом выражении). Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции). Понятия простого и сложного (комбинированного) сопротивлений.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 1–13].

#### Методические указания

Обратите внимание на смысл понятий «напряжения», «внутренние усилия», «метод сечений», «деформации упругие и пластические», «простейшие виды нагружения». [1, стр. 7–13].

#### Вопросы для самоконтроля

1. Что понимается под «напряжением» и «напряжённым состоянием в точке»? Какие напряжения могут быть в одной точке?
2. Какова размерность напряжений?
3. Каков физический смысл внутренних силовых факторов, которые для краткости называют «внутренние силы», как они определяются в деформируемых стержнях? Какова размерность внутренних силовых факторов?

4. Что понимается под «деформациями» и «деформированным состоянием в точке», какие деформации определяют геометрические искажения материального микрообъёма в окрестности точки?
5. Какова размерность деформаций?
6. Что такое прочность, жёсткость, устойчивость, длительная прочность?
7. Что такое коэффициент запаса и как он определяется в общем случае?
8. Какие факторы следует принимать во внимание при назначении коэффициента запаса?
9. Что означает «материал сплошной»? Для чего необходимо допущение сплошности материала при его очевидном дискретном зернистом и кристаллическом строении?
10. Для чего необходимо допущение однородности материала?
11. Что такое изотропность и анизотропность материалов?

## Тема 2. Растяжение и сжатие

Внутренние силы в поперечных сечениях стержня. Построение диаграмм (эпюр) внутренних сил от действия сосредоточенных сил и распределенных по длине стержня (собственного веса).

Деформации продольные и поперечные, коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона). Напряжения в поперечных сечениях стержня. Связь между напряжениями и деформациями (закон Гука). Модуль упругости как жесткость материала. Определение перемещений поперечных сечений стержня и изменения его длины под действием сосредоточенных сил, собственного веса, температуры. Формулировка условий прочности и жесткости. Разновидности расчетов и их содержание (проектный, проверочный, определение допускаемых нагрузок) на основе условий прочности и жесткости. Статически определимые стержневые системы с узловой нагрузкой. Определение геометрии деформирования. Статически неопределимые системы: особенности расчета, монтажные и температурные напряжения. Механические свойства материалов. Типовые диаграммы деформирования пластичных и хрупких материалов при растяжении и сжатии. Характеристики упругих, прочностных и деформационных свойств материалов. Назначение допускаемых напряжений.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 14–38].

## Методические указания

Изучая этот раздел, обязательно закрепите знания практическими упражнениями по определению внутренних усилий, напряжений и перемещений, самостоятельно сформулируйте принцип расчета статически неопределимых систем (СНС) [1, стр. 14–38].

## Вопросы для самоконтроля

1. Как количественно определить напряжения в поперечных сечениях стержня при растяжении и сжатии?
2. Как определить изменение длины части стержня при растяжении и сжатии от действия сосредоточенных сил? От собственного веса? Одновременно от сил и собственного веса?
3. Что понимается под жёсткостью стержня при растяжении (сжатии)?
4. Как формулируется условие прочности? условие жёсткости?
5. Что характеризует коэффициент Пуассона?
6. Какие системы называются статически определимыми и какие неопределимыми, как установить это?
7. Какие дополнительные уравнения необходимы для расчёта статически неопределимых систем?
8. Что такое предел пропорциональности (предел упругости), предел текучести, временное сопротивление (предел прочности) материала?
9. Какие характеристики определяют способность материала пластически деформироваться и его хрупкость?
10. Из каких соображений назначаются допускаемые напряжения для хрупких и пластичных материалов?
11. Что такое фактический коэффициент запаса и как его определить?

## Тема 3. Основы теории напряженного и деформированного состояний

Напряжения в наклонных сечениях стержня при растяжении и сжатии, закон парности касательных напряжений. Графическое представление напряженного состояния при растяжении и сжатии кругами Мора. Виды напряженных состояний, главные напряжения, главные площадки. Графическое и аналитическое определение главных напряжений и их направлений при плоском напряженном состоянии.

Деформированное состояние при растяжении и сжатии. Связь между модулем нормальной упругости и модулем сдвига для изотропного материала. Связь напряженного и деформированного состояний, обобщенный закон Гука. Объемная деформация. Удельная потенциальная

энергия деформации и ее составные части: энергия изменения объема и энергия изменения формы.

Теории прочности (предельного состояния). Критерии эквивалентности напряженных состояний. Эквивалентное напряжение и его определение по различным критериям. Формулировка условий прочности при произвольном напряженном состоянии для пластичных и хрупких материалов.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 72–89].

### **Методические указания**

Выделите компоненты напряженного состояния, главные напряжения. Изобразите схемы напряженных состояний, сформулируйте критерии эквивалентности напряженных состояний.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как формулируется закон парности касательных напряжений и как его проиллюстрировать?
2. Какие соглашения приняты для обозначения напряжений и их знаков при их изображении на гранях элементарного параллелепипеда?
3. Какие напряжения называются главными, соглашение об их обозначениях?
4. Как определить главные напряжения и их направления при известных напряжениях на гранях элементарного параллелепипеда (плоское напряжённое состояние)?
5. Как определить максимальные касательные напряжения при плоском напряжённом состоянии?
6. Что такое «главные деформации»?
7. Что понимается под обобщённым законом Гука?
8. Как записать обобщённый закон Гука в главных напряжениях?
9. Как определить упругую потенциальную энергию в элементарном объеме?
10. Что такое удельная потенциальная энергия, энергия изменения формы, энергия изменения объёма и как их вычислять?
11. Что такое «эквивалентное напряжение» и какие критерии используют при его определении для пластичных и хрупких материалов?
12. Как сформулировать условие прочности при объёмном напряжённом состоянии?

## Тема 4. Геометрические характеристики плоских сечений

Математические определения геометрических характеристик плоских фигур: статические моменты, осевые моменты инерции и центробежный, полярный момент инерции. Преобразование характеристик при параллельном переносе осей. Центральные оси. Главные оси. Определение положения центра тяжести элементарных сечений и составленного из элементарных фигур. Нахождение геометрических характеристик сечений относительно центральных осей. Преобразование центробежного и осевых моментов инерции при вращении центральных осей. Главные центральные оси. Главные осевые моменты инерции сечения.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 60–66].

### Методические указания

Изучая этот раздел, обратите внимание на определение положения главных осей, определение главных моментов инерции простейших сечений и сечений сложных составных. Познакомьтесь с таблицами сортаментов прокатной стали [4, стр. 829–839; 5, стр. 547–553].

### Вопросы для самоконтроля

1. Как определить положение центра тяжести плоской фигуры (поперечного сечения стержня)?
2. Сколько может быть центральных осей для плоского сечения?
3. Какие оси называются главными и сколько их может быть для одной плоской фигуры?
4. Что является признаком главных центральных осей и сколько их может быть для одной фигуры?
5. Для каких фигур положение главных центральных осей очевидно?
6. Для каких фигур положение одной главной центральной оси очевидно?
7. Сколько может быть главных центральных осей для фигуры с тремя и более осями симметрии?
8. Как определить положение главных центральных осей для фигуры произвольной формы?
9. Чем замечательны осевые моменты инерции и центробежный относительно главных центральных осей?
10. Как определить главные осевые моменты инерции для элементарных фигур и сложных, составленных из элементарных.



11. Какую информацию о характеристиках поперечных сечений прокатной стали можно получить в таблицах её сортамента?

### **Тема 5. Сдвиг (срез), смятие**

Понятие чистого сдвига. Элементы конструкций, работающих в условиях чистого сдвига. Деформации, напряжения. Закон Гука при сдвиге. Условие прочности при сдвиге (срезе). Изображение напряженного состояния кругом Мора. Смятие. Условие отсутствия смятия контактирующих поверхностей.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 39–42].

#### **Вопросы для самоконтроля**

1. Какие напряжения возникают при сдвиге, срезе?
2. Какие деформации характеризуют сдвиг?
3. Как изобразить напряженное состояние при чистом сдвиге на элементарном параллелепипеде?
4. Что характеризует модуль сдвига и как он связан с модулем нормальной упругости?
5. Как рассчитывать сварные швы соединяемых элементов?
6. Как рассчитывать заклёпочные соединения?

### **Тема 6. Кручение**

Крутящие моменты (внутренний силовой фактор) в поперечных сечениях стержня, построение диаграмм (эпюр) крутящих моментов. Кручение стержней круглого поперечного сечения: деформации, напряжения, углы закручивания. Условия прочности, жесткости. Кручение стержней с прямоугольным сечением, тонкостенного профиля. Расчет статически неопределимых систем.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 43–59].

#### **Методические указания**

В темах 5 и 6 освещаются виды нагружений, при которых имеют место касательные напряжения. Основной раздел этих тем кручение. Определение внутренних усилий напряжений и перемещений при кручении аналогично решениям этих же задач при растяжении и сжатии. При решении воспользуйтесь методом сечений и законом Гука при кручении.





### **Вопросы для самоконтроля**

1. Изобразить распределение напряжений в круглом поперечном и в кольцевом сечении стержня.
2. Как определяются геометрические характеристики (полярный момент сопротивления и полярный момент инерции) поперечных сечений стержня: сплошного круга, кольцевого, тонкостенного кольца, прямоугольника?
3. Что понимается под «жёсткостью стержня» при кручении?
4. Как находятся перемещения поперечных сечений (углы поворота) и строится их диаграмма?
5. Почему кольцевые (полые) поперечные сечения стержней являются более оптимальными, чем сплошные?

### **Тема 7. Изгиб**

Плоский поперечный изгиб прямых стержней (брусьев, балок). Определение внутренних усилий (поперечных сил и изгибающих моментов) в произвольном поперечном сечении стержня и построение их диаграмм (эпюр). Дифференциальные зависимости между нагрузкой, поперечными силами, изгибающими моментами, их использование при построении диаграмм и контроля правильности построения.

Чистый изгиб: деформации, нейтральный слой, радиус кривизны, кривизна, распределение линейных деформаций и нормальных напряжений по высоте поперечного сечения стержня. Рациональные формы поперечных сечений стержней из пластичных и хрупких материалов. Прокатные профили и составные. Касательные напряжения при плоском поперечном изгибе балок. Распределение касательных напряжений по высоте поперечных сечений различной формы (формула Журавского). Угловые и линейные перемещения поперечных сечений. Упрощенное дифференциальное уравнение изогнутой оси стержня и его интегрирование. Универсальные уравнения углов поворотов сечений и изогнутой оси.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 94–121].

### **Методические указания**

В основе оценки прочности при изгибе лежит определение внутренних усилий балки. Успешное применение метода сечений для этого требует вернуться к условиям равновесия плоской системы сил из раздела «Статика» дисциплины «Теоретическая механика». Придерживай-



тесь выбранного правила знаков и одностороннего подхода к любому исследуемому сечению балки.

### Вопросы для самоконтроля

1. Какой изгиб называется чистым, плоским, поперечным?
2. Что такое нейтральная ось, нейтральная линия?
3. Что понимается под жёсткостью стержня при изгибе?
4. Какие правила приняты для знаков поперечных сил и изгибающих моментов в поперечных сечениях стержней?
5. Как определить экстремальные значения изгибающих моментов в сечениях, где поперечная сила отсутствует?
6. Какие значения поперечных сил и изгибающих моментов считаются расчётными при формулировке условий прочности?
7. Формулировки условий прочности при изгибе стержней из пластичных и хрупких материалов?
8. Как связана кривизна упругой линии стержня с изгибающими моментами?
9. Как записать дифференциальное уравнение упругой оси стержня с одним силовым участком, двумя и более?
10. Какое уравнение получается после первого интегрирования уравнения кривизны, геометрический смысл постоянной интегрирования и её нахождение?
11. Какое уравнение получается после второго интегрирования, геометрический смысл второй постоянной интегрирования и её нахождение?
12. Что такое «универсальные уравнения углов поворота и прогибов» метода начальных параметров, геометрический смысл их начальных параметров?
13. Где следует брать начало координат при записи универсальных уравнений и как находить начальные параметры?
14. Как использовать универсальные уравнения для расчёта статически неопределимых балок?

### Тема 8. Сложное сопротивление

Основные виды сложного сопротивления. Принцип суперпозиции в анализе сложного сопротивления. Косой изгиб: определение напряжений в произвольной точке поперечного сечения, положения нейтральной линии. Формулировка условия прочности. Определение перемещений поперечных сечений. Изгиб с растяжением (сжатием): определение напряжений в произвольной точке поперечного сечения, положения

нейтральной линии. Формулировка условия прочности для хрупких и пластичных материалов. Внецентренное растяжение (сжатие) стержней, ядро сечения.

Изгиб с кручением стержней круглого поперечного сечения. Формулировка условий прочности. Расчёт валов. Общий случай сложного сопротивления. Формулировка условий прочности. Определение перемещений сечений.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 123–144].

### **Методические указания**

Для успешного освоения этого раздела следует очень четко представлять схему простейших нагружений – растяжения, сжатия, кручения, изгиба. При произвольном приложении внешней нагрузки воспользуйтесь теоремой о параллельном переносе сил к центру тяжести поперечного сечения элемента. Присоединенные при таком переносе моменты, должны быть учтены при оценке условий нагружения рассматриваемого элемента.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. В чём сложность «сложного сопротивления»?
2. Как установить, что рассматриваемый элемент конструкции находится в состоянии сложного сопротивления?
3. Для каких форм поперечных сечений стержня косоугольного изгиба не может быть?
4. Можно ли элемент в состоянии сложного сопротивления рассчитывать отдельно по условиям прочности на растяжение (сжатие), на изгибы, на кручение и сделать на основании этого заключение об его сопротивляемости?
5. Как записывается условие прочности при косоугольном изгибе?
6. Как записывается условие прочности при внецентренном действии нагрузки?
7. Как записывается условие прочности при одновременном действии касательных и нормальных напряжений?

## **Тема 9. Устойчивость равновесия деформируемых систем (продольный изгиб)**

Понятия об устойчивости, потеря устойчивости центрально сжатых стержней. Влияние способов крепления на гибкость стержня. Задача Эйлера по определению критической нагрузки и напряжений.

Зависимость критической нагрузки от условий закрепления стержня. Пределы применимости формулы Эйлера. Инженерный метод расчёта стержней на устойчивость.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 145–157].

### **Методические указания**

При изучении раздела «Продольный изгиб» обратите внимание на ограничение применимости формулы Эйлера по определению критической силы, а так же на способы крепления стоек.

### **Вопросы для самоконтроля**

1. Что означает «потеря устойчивости» для сжатых стержней?
2. Что понимается под «гибкостью стержня»?
3. Что такое «коэффициент приведения длины стержня»?
4. Что определяет коэффициент приведения длины стержня и как установить его значение?
5. Как влияют опорные устройства стержня на критическую нагрузку?
6. Как подобрать размеры поперечных сечений стержней, обеспечив их устойчивость с помощью коэффициентов уменьшения основного допускаемого напряжения на сжатие?

## **Тема10. Прочность при циклически изменяющихся напряжениях**

Стационарный режим, основные характеристики цикла. Явление усталости, экспериментальные кривые усталости. Определение пределов выносливости (усталости) при различных циклах. Диаграмма предельных амплитуд. Определение предела выносливости для реальных деталей. Влияние качества обработки поверхности, наличия концентраторов, масштабного фактора. Коэффициент запаса усталостной прочности при переменных нормальных, при касательных напряжениях, при их совместном действии (изгиб с кручением).

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 158–161].

### **Методические указания**

При изучении этого раздела обратить особое внимание на определение предела выносливости, как характеристику напряжения предельного состояния при симметричном цикле изменения напряжений. Следует обратить внимание на механизм усталостного разрушения и на

связь предела выносливости при различных видах нагружения с напряжениями предельного состояния при работе деталей в стационарных условиях нагружения.

### Вопросы для самоконтроля

1. В чём заключается явление усталости материалов?
2. Что следует понимать под стационарным режимом работы?
3. Что такое базовое число циклов?
4. Как определяется коэффициент асимметрии цикла?
5. Что определяет предел усталости (предел выносливости) материалов?
6. Как можно определить предел усталости при симметричном цикле?
7. Что представляет диаграмма предельных амплитуд?
8. Как определить предел усталости при произвольном коэффициенте асимметрии цикла?
9. Как влияют на сопротивление элементов конструкций при переменных напряжениях концентраторы напряжений, размеры деталей, их поверхностная обработка?

### Тема 11 Динамическое действие нагрузок

Силы инерции. Расчёты элементов конструкций с учётом сил инерции при поступательном движении и равномерном вращении.

Ударное приложение нагрузок. Расчёты конструкций при изгибающем, растягивающем и сжимающем ударах. Скручивающий удар. Коэффициент динамичности при ударе.

**Рекомендуемая литература:** [1, стр. 186–197].

### Методические указания

Расчёты на прочность с учетом сил инерции требуют умения определять ускорения при поступательном и вращательном движении, что предполагает обращение к разделу «Кинематика» дисциплины «Теоретическая механика».

Выполняя расчёты на прочность и жесткость при ударе, нужно уметь определять перемещения при различных видах статического нагружения, так как эти перемещения входят в коэффициент динамичности.



### **Вопросы для самоконтроля**

1. Как определять нагрузки, действующие на элементы конструкций при их линейном (поступательном) ускоренном движении?
2. Как определять нагрузки, действующие на элементы конструкций при их равномерном вращательном движении?
3. Как определять напряжения в элементах конструкции при ударном действии нагрузок?
4. В каких случаях возникают скручивающие удары и как определять напряжения при этом?
5. Как определяется коэффициент динамичности при ударе?
6. Как определяется коэффициент динамичности при равномерном поступательном и вращательном движениях.



### 3. СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОГО РАЗДЕЛА ДИСЦИПЛИНЫ

#### 3.1. Тематика практических занятий

1. Определение реакций опор и связей.
2. Определение внутренних усилий напряжений и перемещений при растяжении, сжатии.
3. Расчет статически неопределимых систем при растяжении, сжатии.
4. Расчеты на прочность и жесткость при кручении.
5. Определение внутренних усилий, напряжений и перемещений при изгибе.
6. Косой изгиб. Расчет на прочность и определение перемещений при косом изгибе.
7. Внецентренное приложение нагрузки. Определение положения нейтральной оси и оценка прочности.
8. Совместное действие изгиба и кручения. Полный расчет на прочность валов.
9. Проверка прочности с учетом сил инерции при поступательном и вращательном движении.
10. Оценка прочности при растягивающем, сжимающем, скручивающем и изгибающем ударе.

При изучении теоретического материала следует обратить внимание на практическое применение полученных знаний в соответствии с предъявленным перечнем тематики практических занятий.

В период сессии планируется 4 часа практических занятий.

**Аудиторные занятия** построены по принципу обзорных по указанной тематике.

1. Определение реакций опор и внутренних усилий при растяжении, сжатии, кручении, изгибе (2 часа).
2. Оценка прочности при простейших видах нагружений. Принцип независимости действия сил и оценка прочности при сложном сопротивлении (2 часа).

#### 3.2. Перечень лабораторных работ

Лабораторный практикум является составной частью учебного процесса по дисциплине «Сопротивление материалов».

Целью лабораторных работ является:



1. Изучение поведения различных материалов в условиях сжатия, растяжения, кручения, изгиба, при ударном действии внешних нагрузок и при действии переменных напряжений.

2. Определение характеристик прочности, пластичности, определение упругих констант материала, а, также, определение допускаемого напряжения при различных видах нагружения.

В учебном плане предусмотрено 4 часа лабораторных занятий.

**Лабораторная работа №1.** Испытание стального образца на растяжение (2 часа).

**Цель работы:** изучение поведения пластичной стали, оценка характеристик прочности и пластичности, установление предельного состояния и определение допускаемого нормального напряжения  $[\sigma]$ .

**Лабораторная работа №2** (2 часа).

а) Испытание стального образца на кручение.

**Цель работы:** изучение поведения материалов при действии касательных напряжений –  $\tau$ . Оценка предельного состояния материала в условиях скручивания, определение допускаемого касательного напряжения  $[\tau]$ .

б) Демонстрационное испытание деревянной балки на изгиб.

**Цель испытания:** визуальная проверка теоретических зависимостей по определению положения нейтральной оси и определению перемещений.

Лабораторные работы №1 и №2 проходят во время сессии и выполняются на специальных испытательных машинах. Для указанных работ имеются в наличии методические указания по их выполнению.



## 4. ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ДОМАШНИЕ ЗАДАНИЯ

Исходные данные для выполнения индивидуального домашнего задания студент должен выбрать в соответствии со своим личным шифром, состоящим из шести цифр.

Первые три цифры шифра соответствуют начальным буквам фамилии, имени, отчества студента. Три последующие цифры шифра соответствуют вторым буквам фамилии, имени, отчества студента.

Например: Цукублина Капитолина Николаевна

Таблица 1

Буква	АБВ	ГДЕ	ЖЗИ	КЛМ	НОП	РСТ	УФХ	ЦЧШ	ЩЭ	ЮЯ
Цифра	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

<u>Ц</u> – 7	<u>У</u> – 6		Шифр студента:						
<u>К</u> – 3	<u>А</u> – 0		7	3	4	6	0	2	
<u>Н</u> – 4	<u>И</u> – 2		а	б	в	г	д	е	

Под каждой цифрой шифра слева направо располагают буквы русского алфавита «а», «б», ... . Буквами алфавита зашифрована строка таблицы исходных данных, цифрами – столбец. Искомая величина находится на пересечении строки и столбца (смотреть таблицу 2).

### 4.1. Требования к оформлению ИДЗ для студентов классической заочной формы обучения (КЗФ)

Индивидуальное домашнее задание следует выполнять в отдельной тетради, которая сдается преподавателю. Чертежи и эскизы выполняются на отдельных листках соответствующего формата и подшиваются к выполненному домашнему заданию.

На обложке тетради указывается: фамилия, имя и отчество, домашний адрес, шифр, номер группы и номер варианта.

Все страницы работы должны иметь сквозную нумерацию.

Помимо заданных, необходимо наличие расчетных схем. Все необходимые схемы и чертежи выполняются с применением специального инструмента (линейка, карандаш, циркуль и т.п.). Возможно выполнение чертежей на персональном компьютере (при использовании программ AutoCAD версии 2000, а так же КОМПАС V13 и выше) с распечаткой результатов на принтере или на плоттере.

**Работа должна быть выполнена аккуратно, разборчивым почерком и с необходимыми пояснениями.**

Обязательно прилагается список использованной литературы.

Студент КЗФ должен быть готов защищать свое индивидуальное задание во время сессии. Защита ИДЗ происходит в индивидуальной беседе с преподавателем по выполненным задачам.

Студент, не получивший положительной аттестации по индивидуальному заданию, не допускается к сдаче экзамена по данной дисциплине.

#### **4.2. Требования к оформлению ИДЗ для студентов, обучающихся с использованием дистанционных образовательных технологий (ДОТ)**

Индивидуальное задание отправляется преподавателю, который курирует студента.

На обложке тетради указывается фамилия, имя и отчество, домашний адрес, шифр, номер группы и номер варианта.

Все страницы работы должны иметь сквозную нумерацию.

Помимо заданных, необходимо наличие расчетных схем. Все необходимые схемы и чертежи выполняются с применением специального инструмента (линейка, карандаш, циркуль и т.п.). Возможно выполнение чертежей на персональном компьютере (при использовании программ AutoCAD версии 2000, а так же КОМПАС V13 и выше) с распечаткой результатов на принтере или на плоттере.

**Работа должна быть выполнена аккуратно, разборчивым почерком и с необходимыми пояснениями.**

**Оформленные работы в отсканированном варианте высылаются преподавателю.**

Обязательно прилагается список использованной литературы.

При несоответствии работы требованиям оформления студент получает отрицательную рецензию. В этом случае работа должна быть исправлена и повторно отправлена на проверку преподавателю в минимально короткий срок.

Студенты, обучающиеся с использованием ДОТ, в обязательном порядке получают рецензию на индивидуальное задание. Правильно выполненные работы студенту не возвращаются.

Студент, не получивший положительной рецензии по индивидуальному заданию, не допускается к сдаче экзамена по данной дисциплине.

#### **4.3. Варианты индивидуального задания и методические указания**

Каждое индивидуальное задание содержит 5 задач.

Задачи № 1 и № 2 требуют освоения материала тем 1 и 2 (введение, растяжение, сжатие) представленных в настоящих методических указаниях.

Для решения задачи № 3 следует изучить темы 4, 5, 6 (геометрические характеристики плоских сечений, сдвиг, кручение).

Задачи № 4, № 5 отражают основные этапы проектировочных и проверочных расчетов при плоском поперечном изгибе – тема 7.

Основные положения тем, которые не отражены в индивидуальном задании, должны быть освоены изучением теоретического материала и ознакомлением с практическими примерами расчетов, приведенными в учебных пособиях, указанных в списке рекомендуемой литературы.

Таблица 2

Сводная таблица исходных данных к задачам № 1, № 2, № 3, № 4, № 5

Цифра шифра Русская буква шифра		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
		«а»	$P_1$ , кН	50	80	100	120	60	90	120	40
«б»	$P_2$ , кН	100	120	60	90	50	80	36	86	64	72
«в»	$P_3$ , кН	94	45	26	30	55	87	100	90	86	68
«г»	$a$ , м	0,2	0,3	0,2	0,4	0,5	0,6	0,4	0,3	0,8	0,5
«д»	$b$ , м	0,4	0,5	0,6	0,3	0,4	0,2	0,5	0,7	0,4	0,8
«е»	$c$ , м	0,3	0,4	0,5	0,4	0,6	0,5	0,7	0,4	0,6	0,3
«б»	$A$ , см <sup>2</sup>	2	4	2	5	6	5	4	6	2	4
«в»	$M_1$ , кНм	50	40	100	60	80	68	75	100	90	70
«г»	$M_2$ , кНм	100	30	80	40	36	100	28	30	44	28
«д»	$M_3$ , кНм	20	80	36	90	50	80	40	80	60	100
«е»	$q$ , кН/м	2	8	10	6	4	10	12	8	6	4
		$[\sigma]_{\text{сталь}} = 160 \text{ МПа}$ , $[\sigma]_{\text{дерево}} = 12 \text{ МПа}$ , $[\tau]_{\text{сталь}} = 80 \text{ МПа}$ , $E_{\text{стали}} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$									

Создавая свою расчетную схему отмасштабировать ее соответственно исходным данным.

В методических указаниях представлено 10 вариантов заданий.

**Номер варианта** задания соответствует последней цифре номера зачетной книжки. Цифра ноль (0) соответствует 10-му варианту.

В расчетной схеме каждой из пяти задач обозначены силовые воздействия, геометрические размеры, характеристики сечений.

Например, задача № 1 (номер задания 2).

$P_1$  – действующая нагрузка;

$a, b$  – геометрические размеры приведенной расчетной схемы;

$A_1 = A_2 = A$ ,  $A_3 = A_4 = 2A$  – площади поперечного сечения стержней.



Исходные данные  $P_1$  находятся в первой горизонтальной строке. Эта строка зашифрована русской буквой «а». В шифре над «а» стоит цифра 7. В пересечении строки «а» и столбца 7 находится искомое значение  $P_1 = 40$  кН.

Геометрический размер  $a$ , указанный на расчетной схеме зашифрован русской буквой «б». Над буквой «б» шифра расположена цифра 3. В пересечении строки «б» и столбца 3 искомое значение  $a = 0,4$  м.

Аналогично выбираются и прочие данные.

Если в расчетной схеме появляется момент  $M_1$  (кНм) это крутящий момент в задаче № 3.

Если Вы рассматриваете задачу № 4 или № 5, то

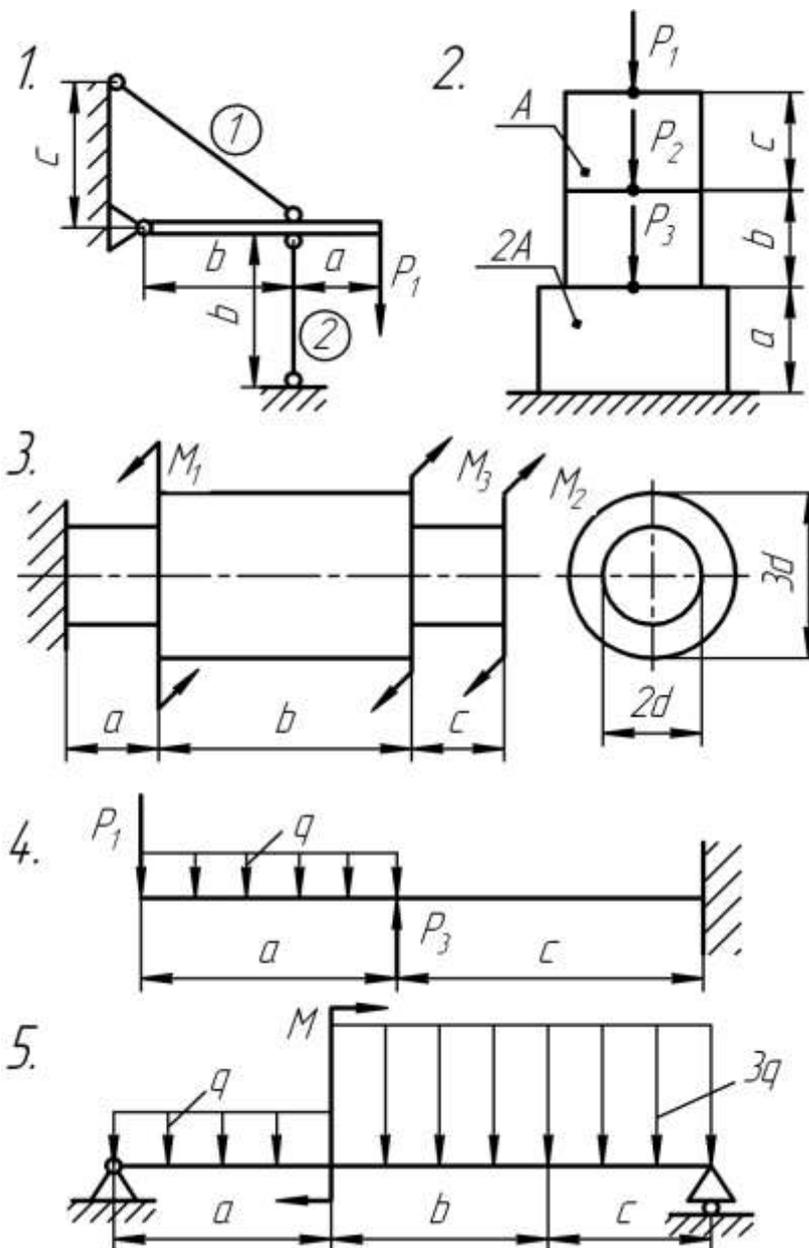
$M_1, M_2$  или  $M_3$  – это изгибающие моменты (кНм);

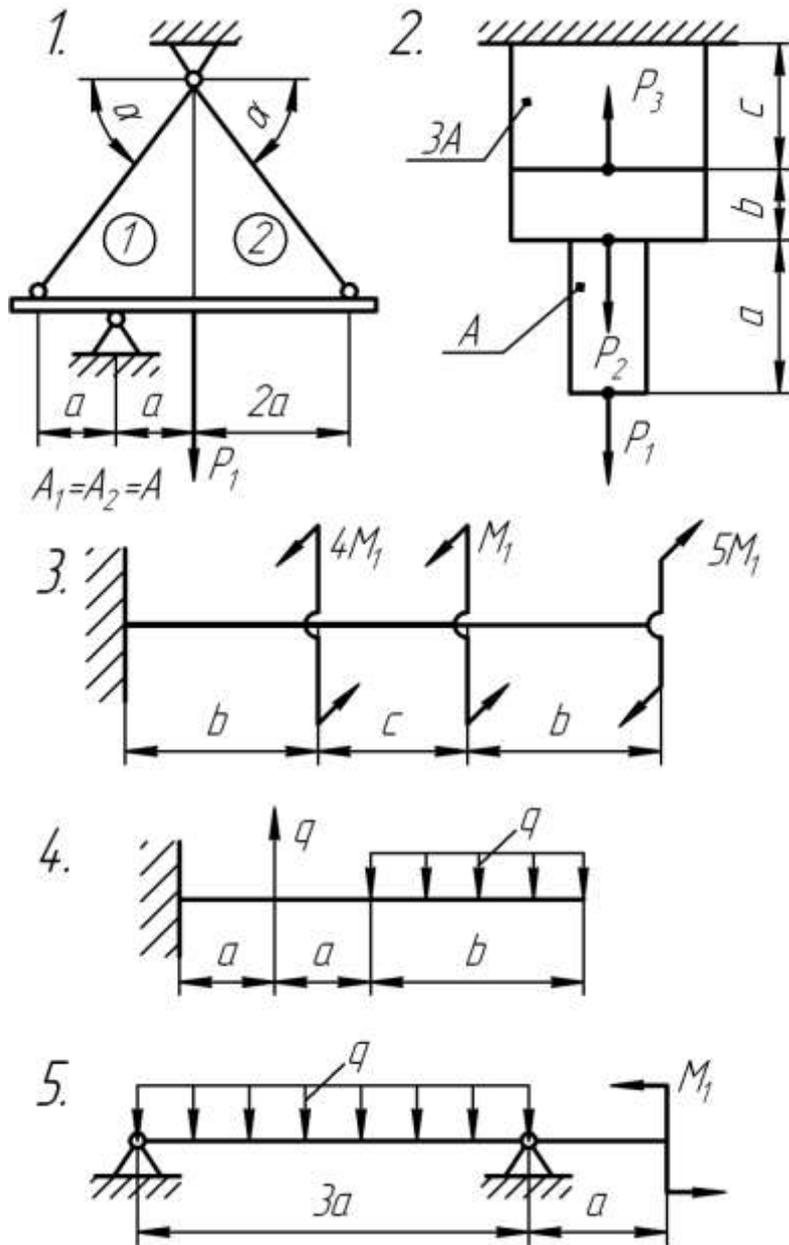
$P_1, P_2$  или  $P_3$  – сосредоточенные изгибающие усилия (кН);

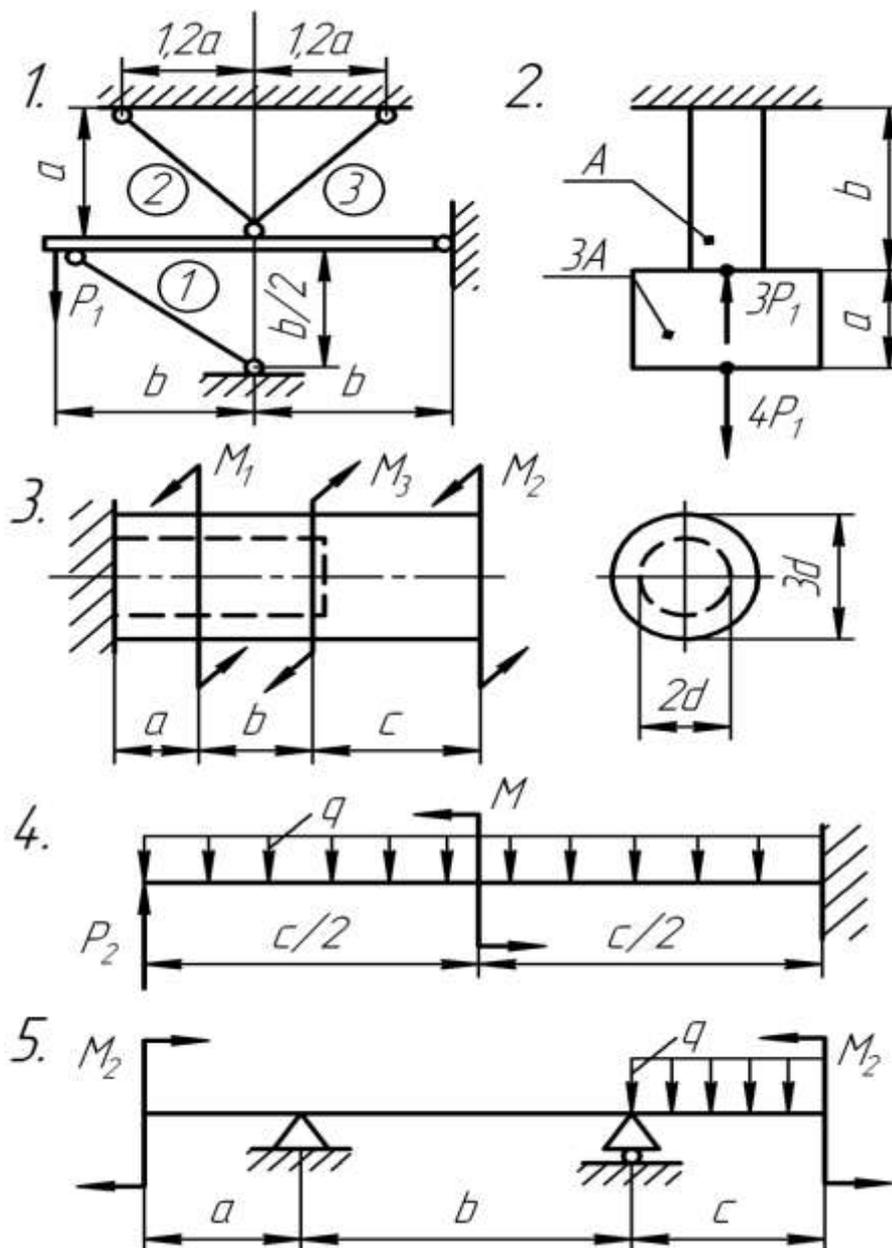
$q$  – интенсивность распределенной изгибающей нагрузки.



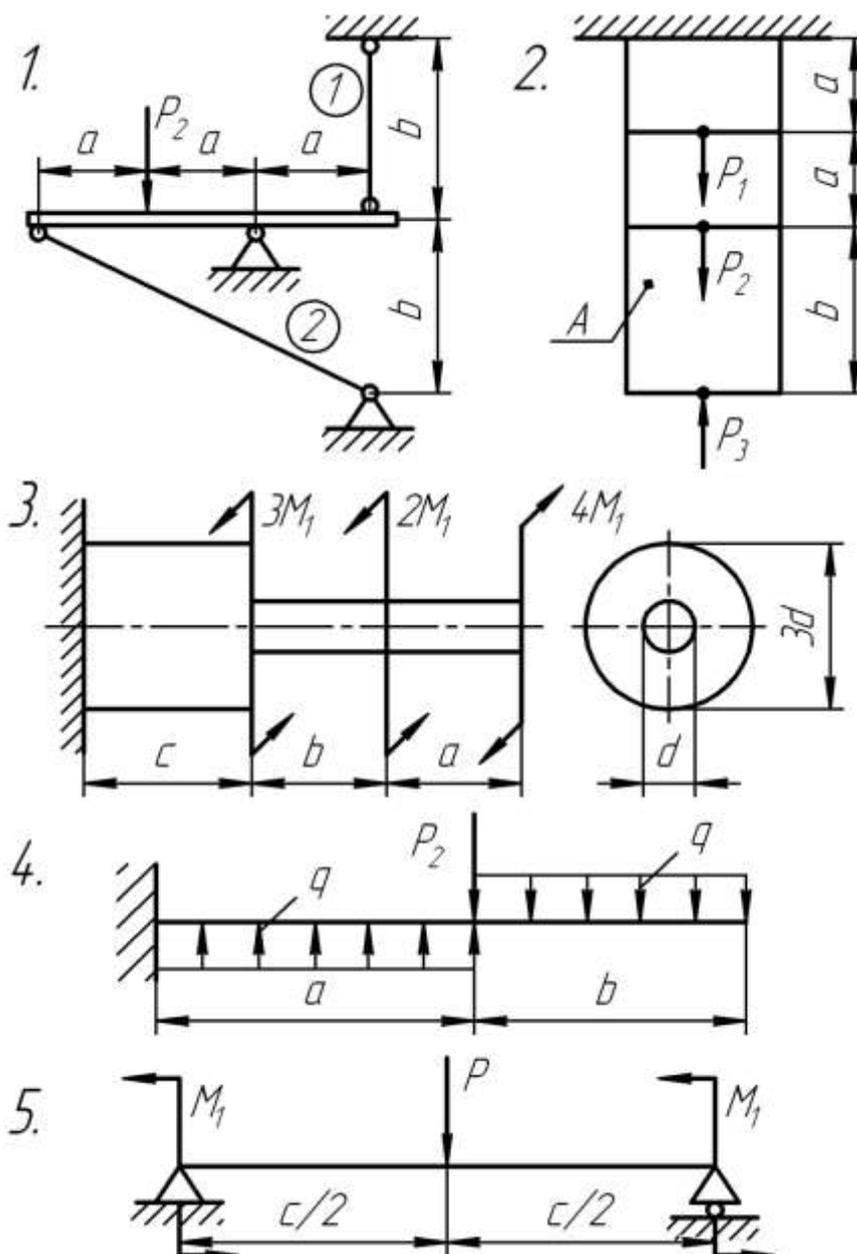
### Вариант 1



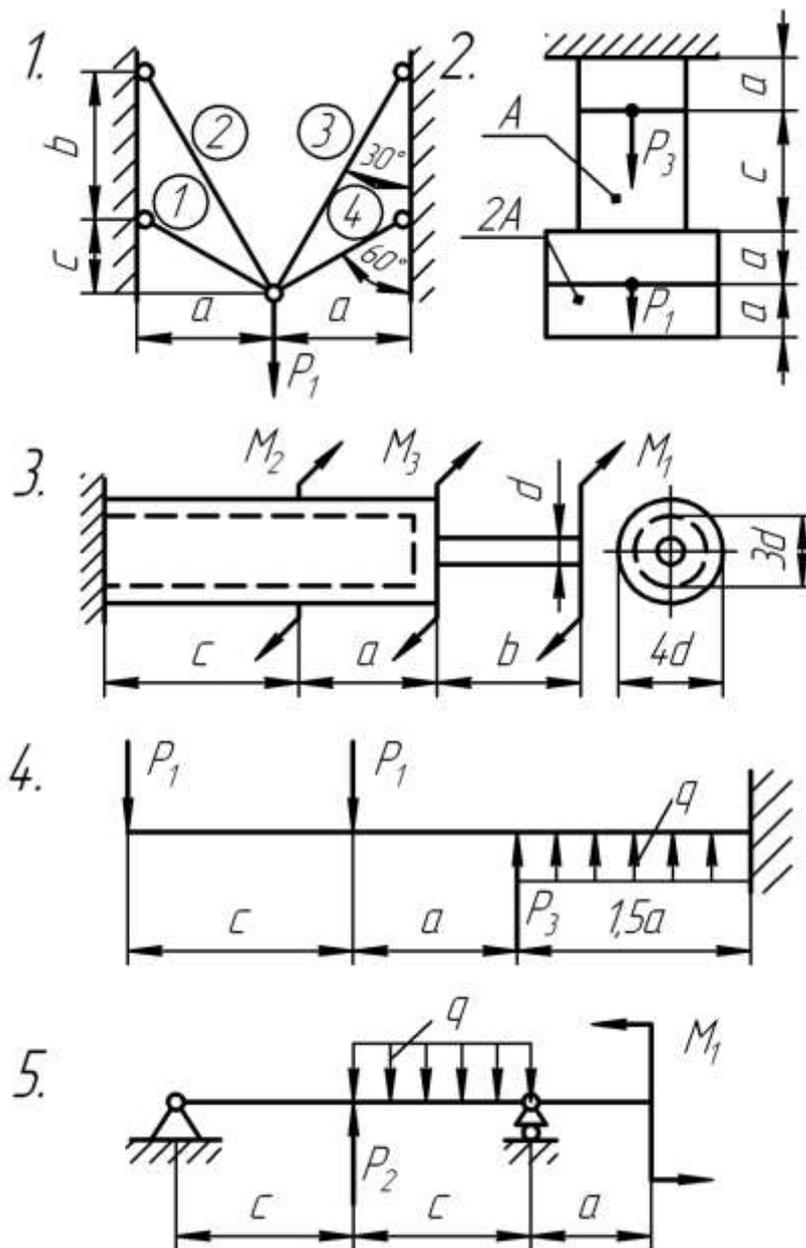
**Вариант 2**

**Вариант 3**

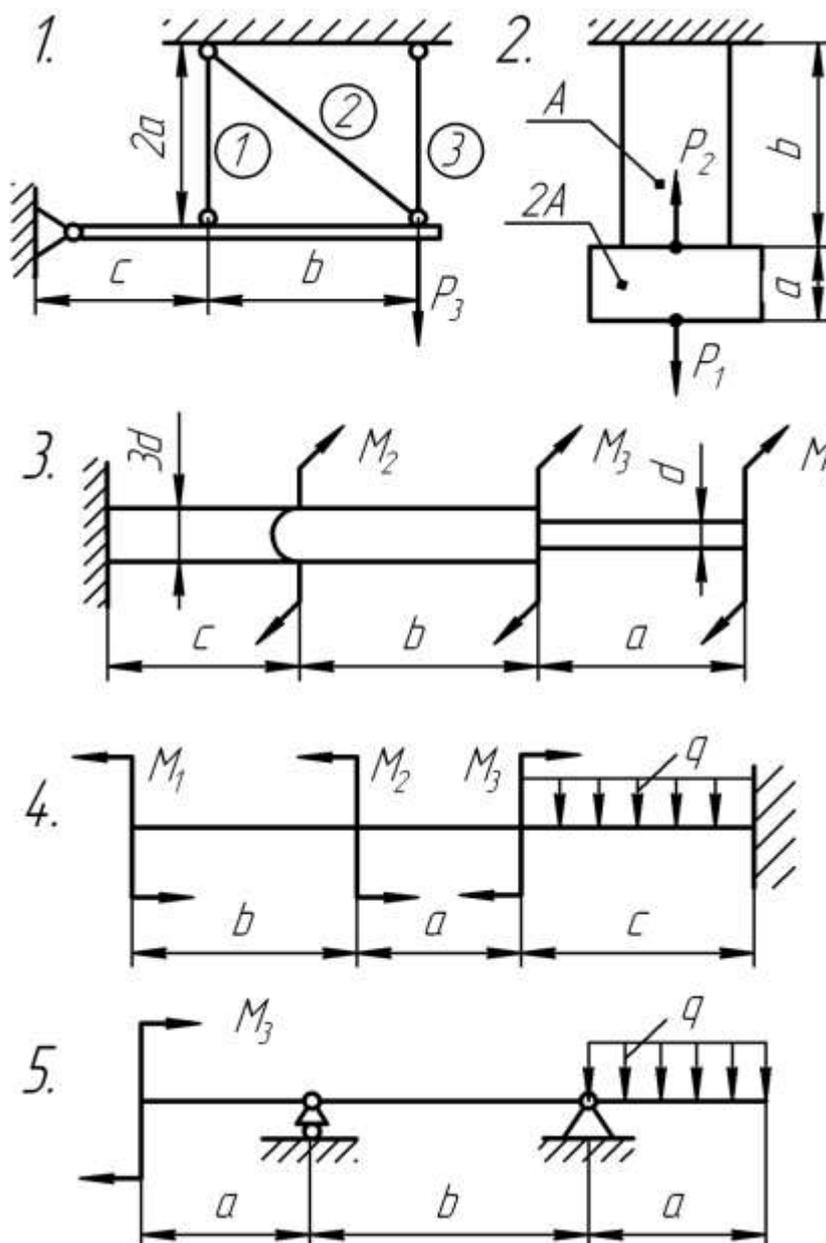
Вариант 4



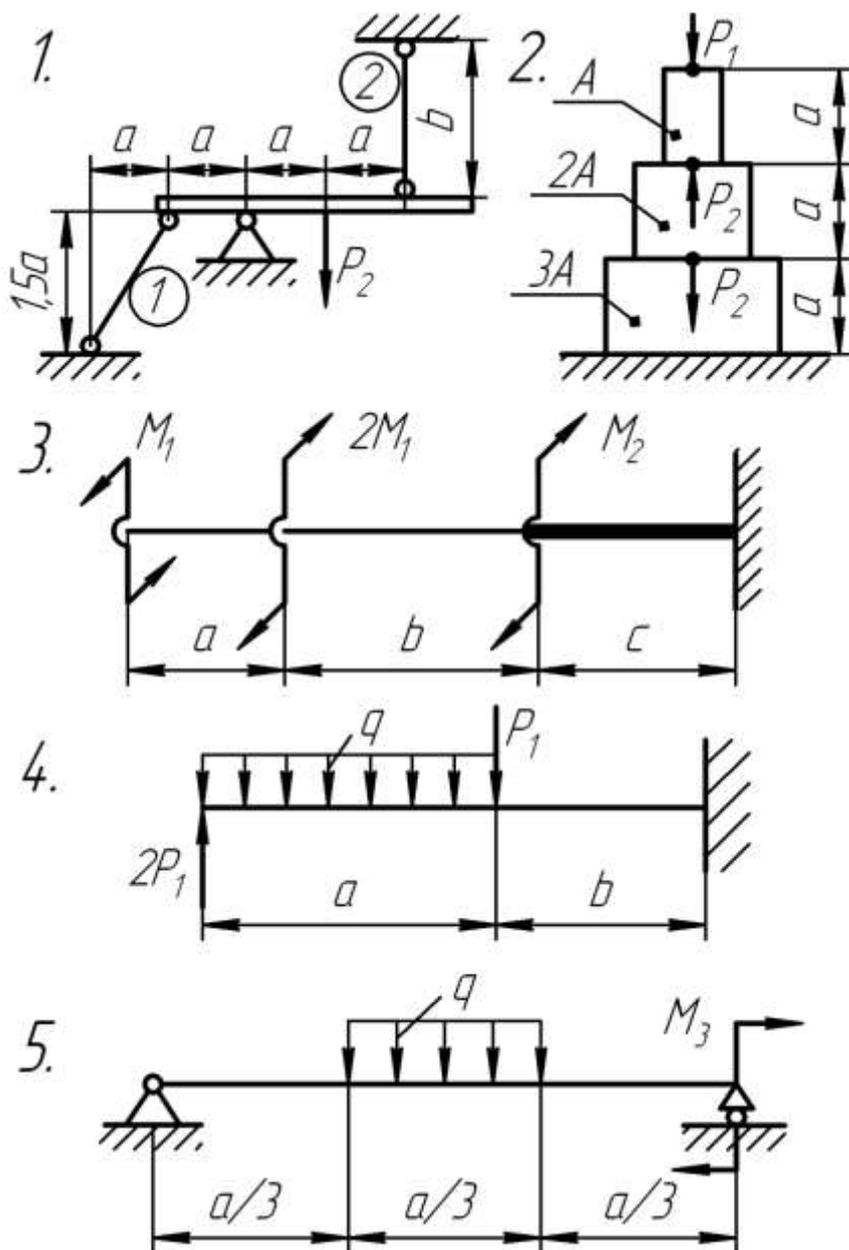
Вариант 5



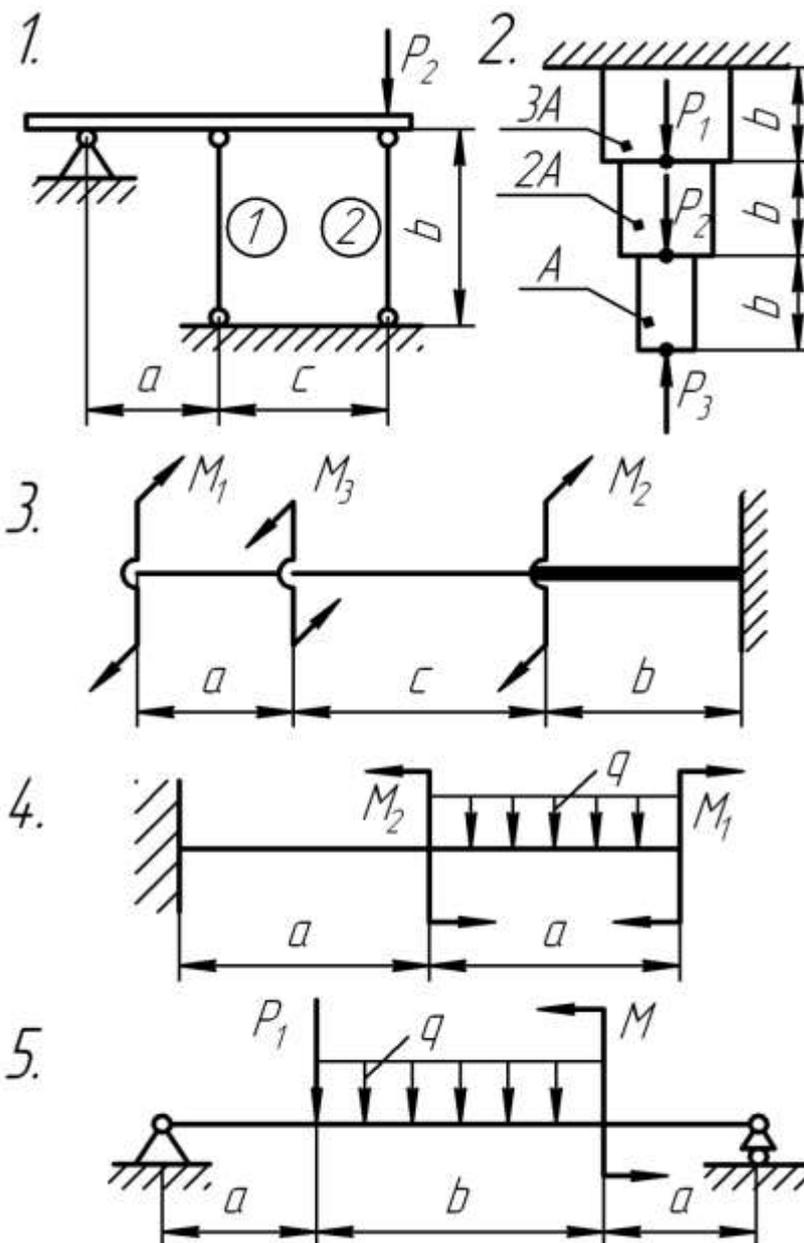
Вариант 6

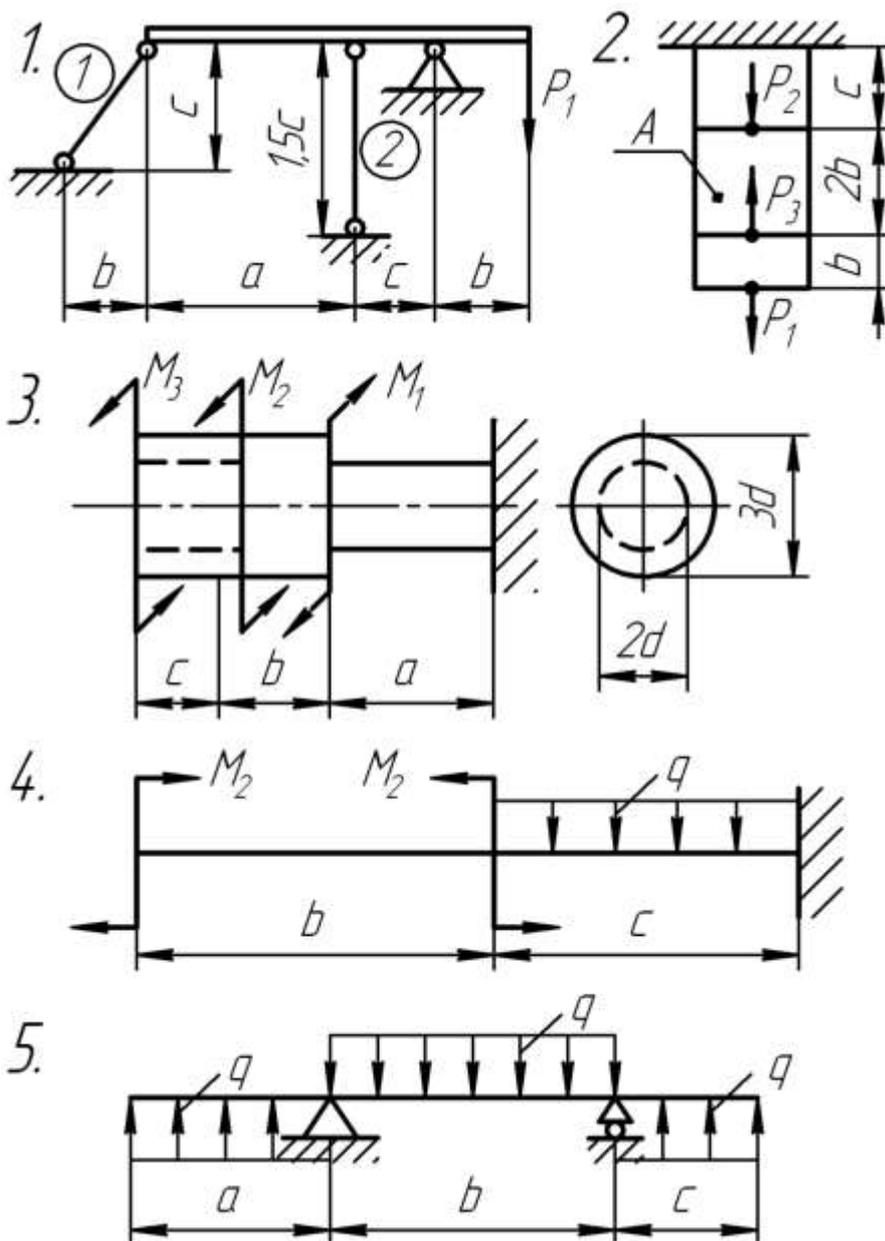


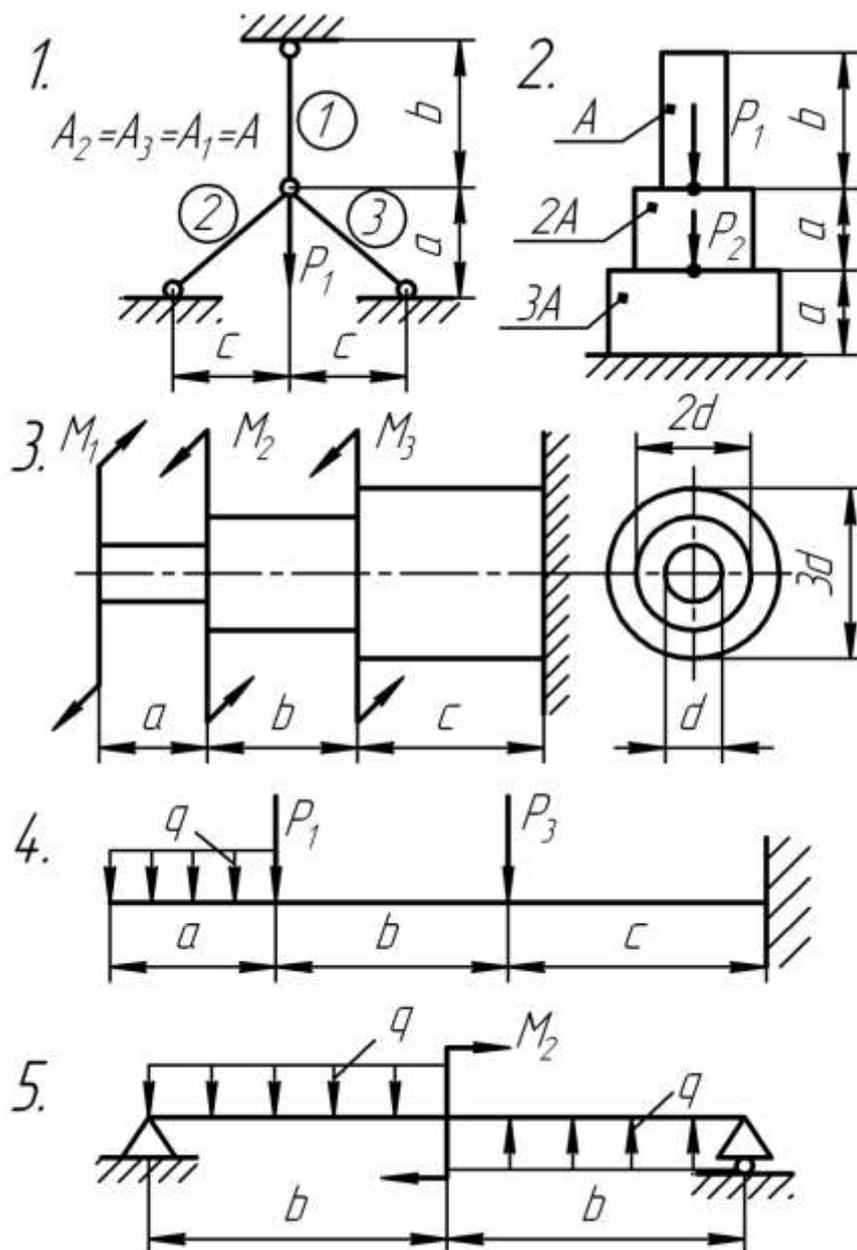
Вариант 7



Вариант 8



**Вариант 9**

**Вариант 10****Задача № 1**

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно-неподвижную опору и удерживается в горизонтальном положении при помощи стержней, шарнирно соединенных с брусом.

Требуется:

1. Определить усилия, действующие в стержнях, выразив их через силу  $P$ .
2. Проверить прочность стержней.

3. Определить допускаемую нагрузку  $[P]$ , приравняв большее из напряжений допускаемому  $[\sigma]$ .

### Задача № 2

Стальной ступенчатый стержень находится под действием продольных сил  $P$ .

Требуется:

1. Построить эпюру внутренних усилий.
2. Построить эпюру действующих напряжений.
3. Построить эпюру перемещений.
4. Проверить прочность и жесткость системы.

### Задача № 3

К стальному валу приложен ряд известных моментов.

Требуется:

1. Построить эпюру крутящих моментов.
2. Определить диаметры поперечного сечения вала на каждом силовом участке. Значения их округлить до ближайшего из ряда 30, 35, 40, 45, 50, ..., 90, 100 (мм).
3. Построить эпюру углов закручивания.
4. Найти наибольший относительный угол закручивания на 1 метре длины.

### Задача № 4, № 5

Для заданных двух схем балок, нагруженных указанными внешними нагрузками, требуется:

1. Построить эпюры внутренних усилий  $Q_x$  и  $M_x$ .
2. Подобрать для схемы (задача № 4) деревянную балку круглого поперечного сечения.
3. Подобрать для схемы (задача № 5) стальную балку двутаврового поперечного сечения (при четном номере задания) или поперечное сечение швеллер (при нечетном номере задания).

## Методические указания по решению задач

### Задача № 1. Расчет статически неопределимых стержневых систем

Абсолютно жесткий брус опирается на шарнирно-неподвижную опору в точке  $A$  и скреплен с двумя стержнями при помощи шарниров  $B$  и  $C$  (Рис. 1.1 а).

Дано:  $a = 2$  м;  $b = 1,5$  м;  $c = 1,2$  м;  $l_1 = a$ ;  $l_2 = 2b$ ;  $\alpha = 45^\circ$ ;  
 $[\sigma] = 100$  МПа;  $A = 16$  см<sup>2</sup>;  $A_1 = A$ ;  $A_2 = 1A$ .

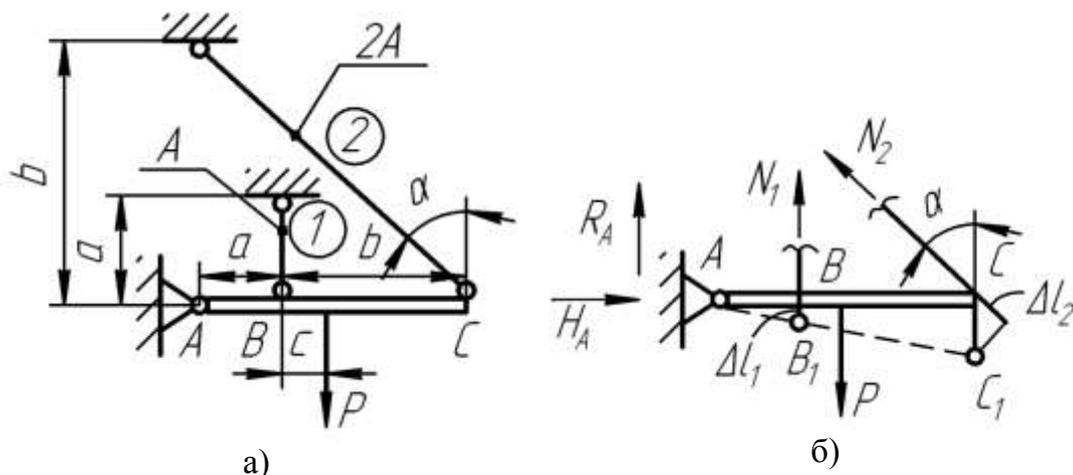


Рис. 1.1.

**Требуется:**

- 1) найти усилия и напряжения в стержнях;
- 2) найти допускаемую нагрузку  $P$ .

**Порядок выполнения  
и методические указания к задаче № 1**

1. Вычертить расчетную схему в масштабе (Рис. 1.1 а).
2. Рассмотреть и изобразить картину возможных перемещений (Рис. 1.1 б).
3. Записывая уравнения статики, найти степень статической неопределимости задачи, т.е. количество неизвестных, превышающих число уравнений равновесия.
4. Составить необходимое число дополнительных уравнений, выражая геометрическую зависимость между деформациями.
5. Решая совместно эти уравнения (после выражения перемещений через искомые усилия по закону Гука) с уравнениями статики, определить усилия в стержнях в долях  $P$ .
6. Выразить напряжения в стержнях и ограничить большее из них допускаемым напряжением. Найти допускаемую нагрузку.

**Пример решения задачи № 1**

Под действием нагрузки  $P$  в стержнях 1, 2 возникают растягивающие усилия  $N_1$ ,  $N_2$ , а в опоре реакции  $R_A$ ,  $H_A$ . Неизвестных – 4. Освободим брус от связей, заменив их усилиями. Записываем условия равновесия системы (уравнения статики) – их 3.

$$\begin{cases} \sum X = H_A - N_2 \cdot \sin \alpha = 0 \\ \sum Y = R_A + N_1 + N_2 \cdot \cos \alpha - P = 0 \\ \sum M_A = N_1 \cdot a + N_2 \cdot (a + b) \cdot \cos \alpha - P \cdot (a + c) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Задача один раз статически неопределима. Дополнительное уравнение получим, рассматривая картину возможных перемещений (рис. 1.1 б). В результате растяжения стержней 1, 2 жесткий брус смещается в положение  $AC_1$ . Пренебрегая горизонтальным смещением узлов  $B$  и  $C$  и считая угол наклона стержня 2 не изменившимся, найдем из подобия треугольников  $ABB_1$  и  $ACC_1$ :

$$\frac{BB_1}{AB} = \frac{CC_1}{AC} \text{ или } \frac{\Delta l_1}{a} = \frac{\Delta l_2 / \cos \alpha}{a + b} \quad (2)$$

По закону Гука:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EA_1} = \frac{N_1 l_1}{EA}, \quad \Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EA_2} = \frac{N_2 l_2}{E2A}$$

Подставляя в (2), получим, учитывая  $l_1 = a$ ,  $l_2 = 2b$ :

$$\frac{N_1 l_1}{EAa} = \frac{N_2 l_2}{E2A \cdot \cos \alpha (a + b)} \text{ или } N_1 = N_2 \frac{b\sqrt{2}}{a + b}. \quad (3)$$

Далее решая совместно систему (1) и (3), получаем:

$$N_1 = 0,92P, \quad N_2 = 1,2P, \quad \sigma_1 = 0,92 \frac{P}{A}, \quad \sigma_2 = 0,6 \frac{P}{A}.$$

Условие прочности проверяем по большему напряжению:

$$\sigma_1 = 0,92 \frac{P}{A} \leq [\sigma], \text{ отсюда } P = [P] \leq \frac{A}{0,92} [\sigma], \quad [P] = 167 \text{ кН}.$$

## **Задача № 2. Определение внутренних усилий, напряжений и перемещений при растяжении–сжатии ступенчатого бруса**

Стальной ступенчатый стержень находится под действием продольных сил  $P$ . (Рис. 2.1.а).

**Дано:**  $a = 0,2 \text{ м}$ ;  $b = 0,4 \text{ м}$ ;  $c = 0,3 \text{ м}$ ;  $P_1 = 40 \text{ кН}$ ;  $P_2 = 120 \text{ кН}$ ;  $A_1 = 10 \text{ см}^2$ ;  $A_2 = 14 \text{ см}^2$ ;  $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$ .

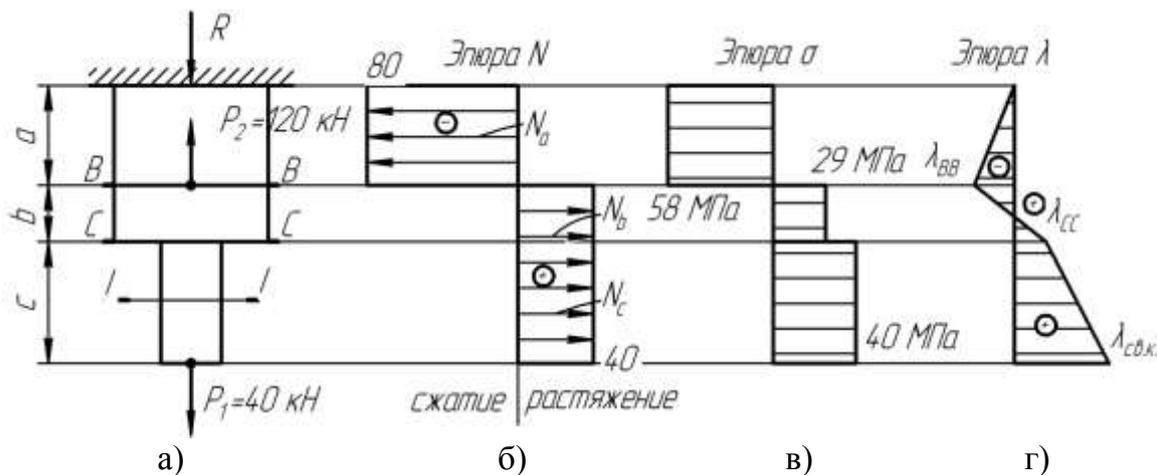


Рис. 2.1.

**Требуется:**

- 1) построить эпюру внутренних усилий;
- 2) построить эпюру действующих напряжений;
- 3) построить эпюру перемещений;
- 4) проверить прочность и жесткость системы.

**Порядок выполнения  
и методические указания к задаче № 2**

1. Определить реакцию опоры, исходя из условия равновесия системы в целом.

2. Установить число силовых участков. Новый силовой участок начинается там, где появляется новая внешняя нагрузка.

3. Пользуясь методом сечений определить внутренние усилия на каждом силовом участке. Внутреннее усилие в рассматриваемом сечении равно сумме всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения.

4. Построение эпюр внутренних усилий следует вести на оси, параллельной оси бруса. Растягивающие усилия отмечать знаком «+», сжимающие «-», откладывая значения их по разные стороны от оси.

5. Определить напряжения, действующие на каждом силовом участке  $\sigma_i = \frac{N_i}{A}$ . Результаты представить в виде графика (эпюры) с указанием растягивающих «+» и сжимающих «-» напряжений. Следует учесть, что при изменении площади поперечного сечения бруса напряжения на едином силовом участке различны.

6. При определении перемещений необходимо отметить ряд сечений на границах силовых участков и при изменении размеров поперечного сечения (BB, CC, ...).

7. Построение эпюры перемещений начинают с опорного сечения. Перемещение в опоре равно нулю. Перемещение любого сечения является следствием деформации участков, расположенных выше рассматриваемого сечения. При определении перемещений удобно использовать эпюру внутренних усилий  $N$ .

Деформация любого участка может быть определена по закону Гука:

$$\Delta l_a = \frac{N_a \cdot a}{E \cdot A_a}, \Delta l_b = \frac{N_b \cdot b}{E \cdot A_b}.$$

Перемещение ( $\lambda$ ) последующего сечения равно сумме перемещения предыдущего сечения и деформации рассматриваемого участка с учетом знаков усилий  $N_i$ .

### Пример решения задачи № 2

В связи с рекомендациями выбрана расчетная схема и исходные данные.

Изображаем расчетную схему в масштабе. Слева от изображения следует оставить свободное место для построения эпюр продольных сил, напряжений и перемещений.

1. Решение начинаем с определения реакции опоры  $R$  в защемленном сечении. Записываем условие равновесия стержня.

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ -R + P_2 - P_1 &= 0 \\ R &= P_2 - P_1. \end{aligned}$$

Знак «+» при определении  $R$  означает, что реакция опоры показана по направлению верно.

2. Разделим стержень на силовые участки, границы которых определяются точками приложения внешних нагрузок. В нашей системе их два.

3. Пользуясь методом сечений, определим продольные силы  $N$  на каждом участке, исходя из условия равновесия отсеченной части. Определение усилий начнем со свободного конца.

Рассматривая часть стержня, отсекаемую сечением I–I, видим

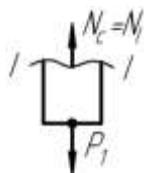


Рис. 2.2.

$$\begin{aligned} \sum F_y &= N_l - P_1 = 0 \\ N_l &= P_1 = N_c \end{aligned}$$

Если сечение I–I выполнено на участке « $b$ », то величина

$$N_l = N_b = N_c, N_b = P_1.$$

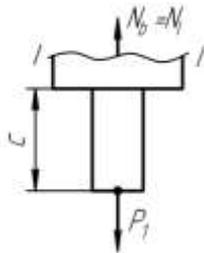


Рис. 2.3.

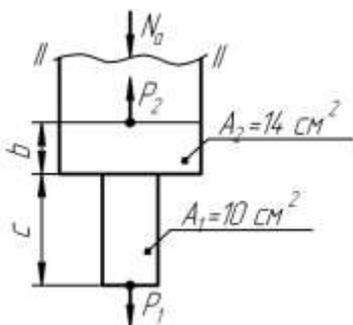
Следовательно на участках «с» и «b» действует постоянное внутреннее усилие.

Усилие  $N_1 = 40$  кН направлено от сечения, следовательно на участках «с» и «b» происходит растяжение.

Распределение внутренних усилий по длине стержня удобно представить в виде диаграммы, называемой эпюрой внутренних усилий.

Рассматриваем второй силовой участок. Выполним сечение II-II за точкой приложения новой силы  $P_2$  на участке «a».

Рассматривая отсеченную часть, записываем условия ее равновесия.



$$N_a = N_{II}$$

$$\sum F_y = P_2 - P_1 - N_{II} = 0,$$

Отсюда

$$N_{II} = P_2 - P_1 = 120 - 40 = 80 \text{ кН.}$$

Рис. 2.4.

Знак «+» в решении показывает, что усилие направлено верно.

Усилие  $N_a$  направлено к сечению, это значит на участке «a» происходит сжатие. Откладываем усилия растяжения и сжатия по разные стороны от оси диаграммы.

Эпюра продольных сил представлена на рис. 2.1 б.

4. Определяем напряжения, действующие в системе.

Напряжение есть внутреннее усилие, приходящееся на единицу поперечного сечения. При растяжении, сжатии напряжение равномерно распределяется по поперечному сечению

$$\sigma = \frac{N}{A}.$$

Здесь  $\sigma$  – напряжение;

$N$  – внутреннее усилие;

$A$  – площадь поперечного сечения стержня.

Размерность напряжения – Па – паскаль ( $\text{Н}/\text{м}^2$ ) или МПа – мегапаскаль.

$$1 \text{ МПа} = 10^6 \text{ Па}$$

Чтобы определить напряжение в поперечных сечениях бруса, нужно разделить числовые значения продольных сил на площади соответствующих сечений.

$$\sigma_c = \frac{N_c}{A_1} = \frac{40 \text{ кН}}{10 \text{ см}^2} = \frac{40000 \text{ Н}}{10 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 4 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 40 \text{ МПа}$$

$$\sigma_b = \frac{N_b}{A_2} = \frac{40 \text{ кН}}{14 \text{ см}^2} = \frac{40000 \text{ Н}}{14 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2} = 2,87 \cdot 10^7 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 28,7 \text{ МПа} \approx 29 \text{ МПа}$$

$$\sigma_a = \frac{N_a}{A_2} = \frac{80 \text{ кН}}{14 \text{ см}^2} = 57,4 \text{ МПа} \approx 58 \text{ МПа}$$

Наибольшее напряжение возникает на участке «а» –  $\sigma_a \approx 58 \text{ МПа}$ .

Сопоставив, это напряжение с допускаемым  $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$  обнаруживаем, что действующее напряжение меньше допускаемого и прочность бруса гарантирована.

5. Для построения эпюры перемещений наметим ряд сечений для определения их перемещений. При этом следует рассматривать сечения на границах силовых участков, а также там, где изменяются размеры поперечного сечения.

Определять перемещения следует относительно опорного сечения  $\lambda_0$  – перемещение опорного сечения отсутствует ( $\lambda_0 = 0$ ).

Перемещение сечения  $BB$  зависит от деформации участка, расположенного между сечением  $BB$  и опорой.

$$\lambda_{BB} = \lambda_0 + \Delta l_a = \frac{-N_a \cdot a}{E \cdot A_2}$$

Деформация  $\Delta l_a$  определяется при помощи закона Гука. Откладываем полученные значения слева от оси (на участке происходит сжатие). Перемещение прямо пропорционально длине деформируемого участка.

Перемещение сечения  $CC$  зависит от перемещения сечения  $BB$  и деформации участка «b».

$$\lambda_{CC} = \lambda_{BB} + \Delta l_b = \frac{-N_a \cdot a}{E \cdot A_2} + \frac{+N_b \cdot b}{E \cdot A_1}$$

Перемещение свободного конца бруса зависит от перемещения предыдущего сечения  $CC$  и деформации участка «с».

$$\lambda_{\text{св.к.}} = \lambda_{CC} + \Delta l_c = \lambda_{CC} + \frac{+N_c \cdot c}{E \cdot A_1}$$

Подсчитывая значения перемещений откладываем их с учетом полученного знака (знак «-» – влево от оси, знак «+» – вправо от оси).

**Задача № 3. Определение внутренних усилий, размеров поперечного сечения и перемещений при кручении**

К стальному валу приложен ряд известных моментов. (Рис. 3.1 а).

Дано:  $a$ ;  $b$ ;  $c$ ;  $M_1 = 40$  кНм;  $M_2 = 120$  кНм;  $D = 3d$ ;  $[\tau] = 70$  МПа.

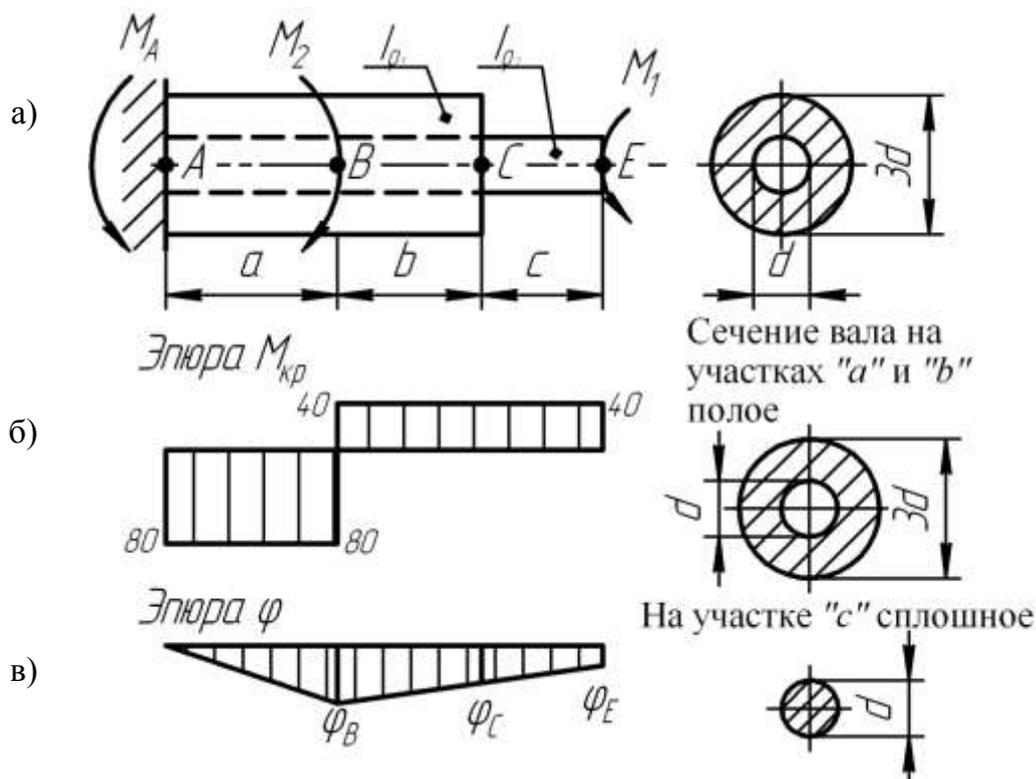


Рис. 3.1.

**Требуется:**

- 1) построить эпюру крутящих моментов;
- 2) определить диаметры поперечного сечения вала на каждом силовом участке. Значения их округлить до ближайшего из ряда 30, 35, 40, 45, 50, ..., 90, 100 (мм);
- 3) построить эпюру углов закручивания;
- 4) найти наибольший относительный угол закручивания на 1 метре длины.

**Порядок выполнения  
и методические указания к задаче № 3**

1. Определить опорный момент, используя условия равновесия системы.
2. Установить число силовых участков и выполнить сечения на каждом из них.

3. Используя метод сечений, определить внутренние усилия на всех силовых участках.

4. Исходя из условия прочности, определить диаметр поперечного сечения вала на каждом силовом участке и округлить полученные значения до чисел предпочтительного ряда размеров.

5. Перемещение при кручении характеризуется углом закручивания, который может быть определен по закону Гука:  $\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot I_{\rho}}$ .

6. Построение эпюры перемещений начинают с опорного сечения. Угол закручивания в опоре равен нулю. Угловое перемещение последующего сечения равно сумме угла поворота предыдущего сечения и угла поворота рассматриваемого сечения относительно предыдущего сечения:

$$\varphi_{ВВ} = \varphi_{АА} + \varphi_{В/А}.$$

Угол поворота сечения ВВ относительно АА  $\varphi_{В/А}$  может быть найден по закону Гука:  $\varphi_{В/А} = \frac{M_{АВ} \cdot l_{АВ}}{G \cdot I_{\rho}}$ .

Деформации и перемещения определяем учитывая знаки внутренних усилий. Угол поворота, совершающийся против часовой стрелки, считается положительным, по часовой стрелке – отрицательным.

### Пример решения задачи № 3

В соответствии с личным шифром выбрана расчетная схема и исходные данные.

Изображаем исходную схему в масштабе. Рассматриваемый вал находится в горизонтальном положении. Для построения эпюр внутренних усилий  $M_{кр}$  и угловых перемещений  $\varphi$  следует оставить свободное место под расчетной схемой.

Выделим силовые участки на рассматриваемой схеме – их два. Границы силовых участков  $B$  и  $E$ . Следует обратить внимание и на сечение  $C$ , где изменяются вид и поперечные сечения вала.

1. Определяем опорный момент  $M_A$  (реакцию опоры). Исходя из условия равновесия системы:

$$\begin{aligned} \sum M &= M_A - M_2 + M_1 = 0 \\ M_A &= M_2 - M_1 = 120 - 40 = 80 \text{ кНм} \end{aligned}$$

Знак «+», полученный при определении  $M_A$ , говорит о том, что мы правильно определили направление его действия.

2. Определяем внутренние усилия, действующие в системе, используя метод сечений.

Подходя со свободного конца, выполняем сечение I–I.

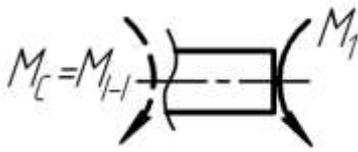


Рис. 3.2.

Отсеченная часть должна находиться в равновесии.

Следовательно,  $M_I = M_1$

$$M_I = M_C = 40 \text{ кНм}$$

Заметим, что если первое сечение будет выполнено на участке «b», внутреннее усилие не изменится.

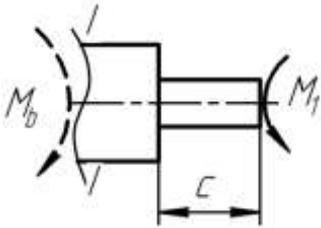


Рис. 3.3.

$$M_b = M_1$$

Выполняем сечение на втором силовом участке.

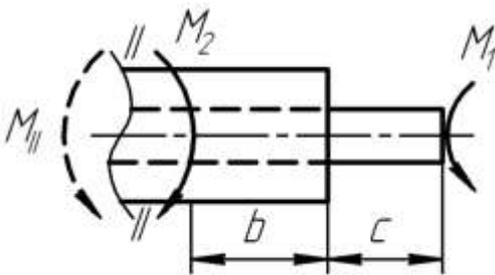


Рис. 3.4.

Неизвестный внутренний момент в сечении II–II равен сумме внешних моментов, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Это следует из условия равновесия отсеченной части.

$$\sum M = M_1 - M_2 + M_{II} = 0$$

$$M_{II} = M_2 - M_1 = 120 - 40 = 80 \text{ кНм}$$

По вычисленным значениям строим эпюру крутящих моментов. При решении получены внутренние моменты  $M_I$  и  $M_{II}$  действующие в разные стороны.

Учитывая это, следует показать  $M_I$  и  $M_{II}$  по разные стороны от оси на эпюре  $M_{кр}$ .

3. Определение размеров поперечного сечения вала  $D$  и  $d$  ведем исходя из условия прочности.

$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_\rho} \leq [\tau]$$

Следовательно, момент сопротивления, обеспечивающий прочность на участке «С» определится из соотношения:

$$W_\rho = \frac{M_{кр}^{расч}}{[\tau]} = \frac{40000 \text{ Нм}}{70 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2} = 5,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 570 \text{ см}^3.$$

Участок «С» круглого поперечного сечения диаметром  $d_c$ . Момент сопротивления сплошного поперечного сечения  $W_\rho = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$ .

Отсюда:

$$\frac{\pi \cdot d^3}{16} = 570 \text{ см}^3.$$
$$d_c = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 570}{3,14}} = \sqrt[3]{\frac{9120}{3,14}} = \sqrt[3]{2904} = 14,26 \text{ см}$$

Округляем полученное значение до ближайшего из ряда рекомендованных  $d_c = 14,4$  см.

Момент сопротивления, обеспечивающий прочность полого вала (участки  $a$  и  $b$ ) определяем исходя из того, что больший внутренний момент действует на участке «а».

$$W_{\rho 1} = \frac{M_{\text{кр}}^{\text{расч}}}{[\tau]} = \frac{80 \text{ кНм}}{70 \text{ МПа}} = \frac{80000 \text{ Нм}}{70 \cdot 10^6 \text{ Н/м}^2} = 11,4 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3 = 1140 \text{ см}^3.$$

Исходя из заданного соотношения внешнего и внутреннего диаметров полого вала, выразим характеристику  $W_{\rho 1}$  через внешний диаметр  $D = 3d$ ,  $d_a = d_c = d$ .

Момент сопротивления полого вала вспомогательная характеристика, зависящая от момента инерции кольцевого сечения:

$$W_\rho = \frac{I_\rho}{\rho_{\text{max}}};$$
$$I_\rho = \left( \frac{\pi D^4}{32} - \frac{\pi d^4}{32} \right).$$

Здесь  $I_\rho$  – момент инерции кольцевого сечения

$\rho_{\text{max}}$  – расстояние от центра вала до точки сечения, наиболее удаленной от центра  $\rho_{\text{max}} = \frac{D}{2}$ .

Подставляя и преобразуя, получаем:

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16} (1 - \alpha^4).$$

Здесь  $\alpha = \frac{d}{D} = \frac{1}{3} = 0,333$ .

$$W_{\rho 1} = 0,196 D^3 (1 - 0,333^4) = 0,1935 D^3.$$

Исходя из полученного расчетного значения, момент сопротивления вала на участке «а» должен быть не менее  $1140 \text{ см}^3$ .

Определяем внешний диаметр полого вала:

$$D = \sqrt[3]{\frac{1140}{0,1935}} = \sqrt[3]{5895} = 18,06 \text{ см}.$$

Внутренний диаметр  $d = \frac{D}{3} = 6$  см. Однако, исходя из конструктивных соотношений внутренний диаметр полого вала  $d_a = d_b$  должен быть равным  $d_c$ .

Прочность участка «с» обеспечена, если  $d_c = 14,4$  см.

Следовательно, нужно взять  $d_a = d_b = d_c = 14,4$  см.

Тогда внешний размер полого вала

$$D = 3d = 3 \cdot 14,4 = 43,2 \text{ см.}$$

Определяем действующие напряжения на всех силовых участках:

$$\tau_c = \frac{M_c}{W_{\rho 2}} = \frac{40000}{\frac{d_c^3}{\pi \cdot 16}} = \frac{40000 \text{ Нм}}{0,1935 \cdot 0,00298 \text{ м}^3} = 69,36 \text{ МПа.}$$

Действующее напряжение на участке «b»:

$$\tau_b = \frac{40000}{W_{\rho 1}} = \frac{40000}{0,1935 \cdot D^3} = \frac{40000 \text{ Нм}}{0,2 \cdot 0,432^3 \text{ м}^3} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 2,5 \text{ МПа.}$$

Действующее напряжение на участке «a»:

$$\tau_a = \frac{80000 \text{ Нм}}{0,2 \cdot 0,432 \text{ м}^3} = \frac{80000 \text{ Нм}}{0,2 \cdot 0,08 \text{ м}^3} = \frac{80000 \text{ Нм}}{0,016 \text{ м}^3} = 5 \cdot 10^6 \text{ Па} = 5 \text{ МПа.}$$

Вывод: конструкция вала с соотношением  $D = 3d$  на полом участке совершенно нерациональна, т.к. материал недогружен более чем в 10 раз  $\sigma_{\text{дейст}} = 5$  МПа, а  $[\sigma] = 70$  МПа.

Разумно предложить выполнить весь вал сплошного круглого сечения. На участке «с» найденный диаметр  $d_c = 14,4$  см. На участках «b» и «a», если конструктивно они должны быть равных диаметров, определяем  $D$  исходя из условия прочности наиболее нагруженного участка «a».

$$D = \sqrt[3]{\frac{16M_{\text{расч}}}{\pi[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 80000}{3,14 \cdot 70 \cdot 10^6}} = \sqrt[3]{\frac{128}{21,98}} 10^3 = 10 \cdot 1,799 = 18 \text{ см.}$$

4. Определение перемещений и построение эпюры углов закручивания.

Всякое перемещение есть следствие деформаций. Деформацию при кручении характеризуют углом закручивания  $\varphi$  и, в зоне упругого деформирования, определяют по закону Гука:

$$\varphi = \frac{M_{\text{кр}} \cdot l}{G \cdot I_{\rho}}$$

Здесь:

$M_{\text{кр}}$  – внутренний момент, действующий на рассматриваемом участке;

$l$  – длина участка;

$G$  – модуль сдвига,  $G = 8 \cdot 10^4$  МПа;

$I_\rho$  – момент инерции поперечного сечения на рассматриваемом участке.

Определяем угол закручивания сечения  $B$ .

Расчет начинаем с опорного сечения  $A$

$$\varphi_A = 0 \text{ (жесткая заделка).}$$

Угол закручивания сечения  $B$  относительно  $A$

$$\varphi_{B/A} = \frac{-M_a \cdot a}{G \cdot I_{\rho 1}}.$$

Откладываем полученное значение на эпюре углов закручивания (Рис. 3.1 в), учитывая знак  $M_a$ , – вниз.

Поворот сечения  $C$  равен сумме деформаций на участках « $a$ » и « $b$ », а следовательно, зависит от перемещения сечения  $B$  и от угла поворота сечения  $C$  относительно  $B$ .

$$\varphi_C = \varphi_B + \varphi_{C/B} = \frac{-M_a \cdot a}{G \cdot I_{\rho 1}} + \frac{M_b \cdot b}{G \cdot I_{\rho 1}}$$

Поворот свободного конца  $E$  определяется аналогично.

$$\varphi_E = \varphi_{\text{св.к}} = \varphi_C + \varphi_{E/C} = \frac{-M_a \cdot a}{G \cdot I_{\rho 1}} + \frac{M_b \cdot b}{G \cdot I_{\rho 2}} + \frac{M_c \cdot c}{G \cdot I_{\rho 1}}$$

Подставляя расчетные значения, откладываем их с учетом знака на эпюре углов закручивания.

#### **Задачи № 4, №5. Изгиб. Определение внутренних усилий и размеров поперечного сечения балок различных профилей**

Схема балки, нагруженная указанными внешними нагрузками, приведена на рис. 4.1 а.

**Дано:**  $a; q; P = qa; M = 2qa^2$ .

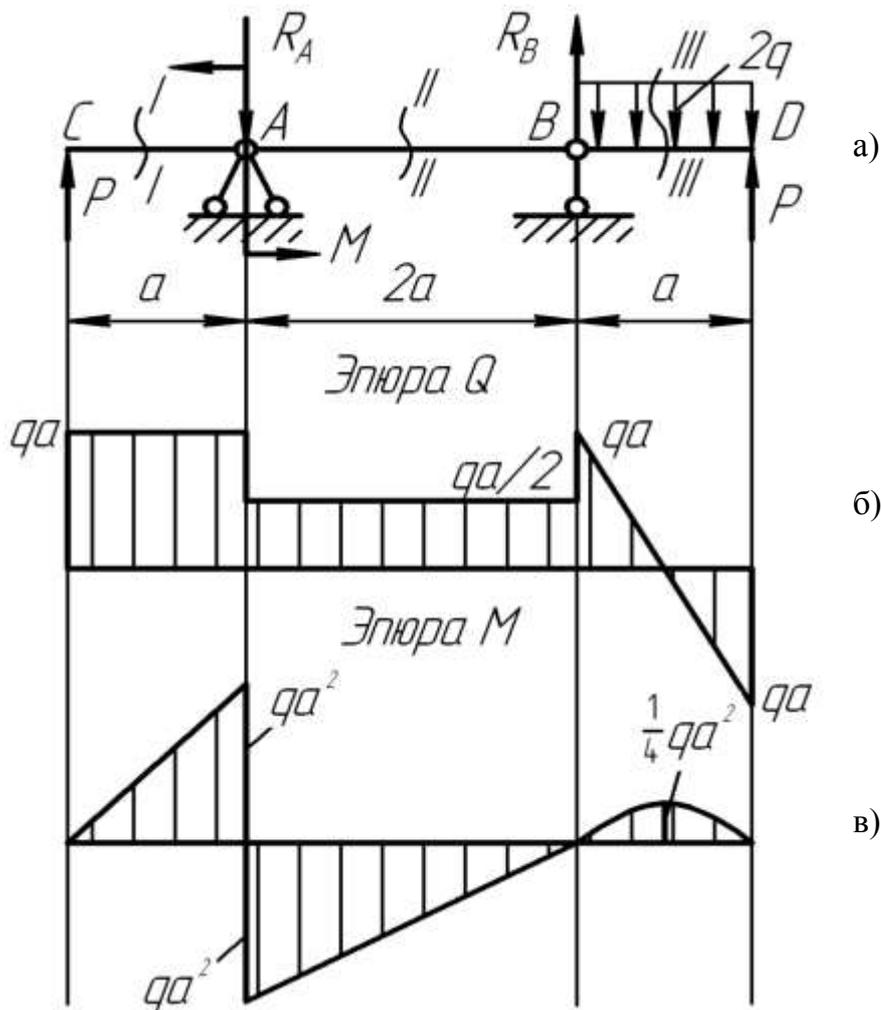


Рис. 4.1.

**Требуется:**

- 1) построить эюры внутренних усилий  $Q_x$  и  $M_x$ .
- 2) подобрать для схемы (задача № 4) деревянную балку круглого поперечного сечения.
- 3) подобрать для схемы (задача № 5) стальную балку двутаврового поперечного сечения (при четном номере задания) или поперечное сечение швеллер (при нечетном номере задания).

**Порядок выполнения  
и методические указания к задачам № 4, № 5**

1. Проставить и определить опорные реакции исходя из условий равновесия.

Для консольной балки (задача № 4) использовать уравнения  $\sum F_y = 0, \sum M = 0$ .

Для двуопорной балки (задача № 5) предпочтительнее записать уравнения моментов относительно двух опорных сечений. Полученные результаты проверить, используя уравнение  $\sum F_y = 0$ .

2. Определить необходимое число сечений. Число сечений зависит от числа силовых участков. Новый силовой участок начинается там, где появляется новое внешнее воздействие, либо меняется закон нагружения (прекращается действие распределенной нагрузки).

3. Используя метод сечений изобразить рассматриваемую отсеченную часть и записать выражения для построения эпюры перерезывающих сил  $Q_x$ . Перерезывающая сила в сечении  $Q_{x_i}$  равна сумме сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения. При записи выражения  $Q_x$  следует придерживаться следующего правила знаков.

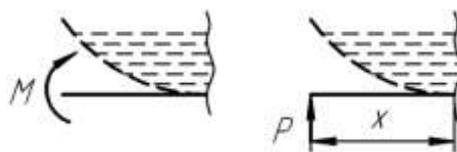
Если рассматривается часть балки, расположена слева от сечения, внешние силы направленные вверх считаются положительными, направленные вниз – отрицательными.

Если рассматривается часть балки, расположена справа от сечения, знаки меняются на противоположные: направленные вверх – отрицательны, направленные вниз – положительны.

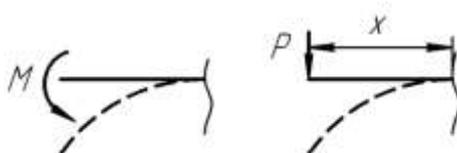
4. Записать выражения для построения эпюры изгибающих моментов  $M_x$ . Изгибающий момент в сечении  $M_{x_i}$  равен сумме моментов всех внешних сил, расположенных по одну сторону от рассматриваемого сечения. Момент внешних сил следует брать относительно точки, расположенной в сечении  $x_i$ .

Записывая выражение  $M_{x_i}$  следует придерживаться «правила дождя».

Момент силы относительно точки в рассматриваемом сечении считается положительным, если он деформирует ось балки так, что вода скапливается.



Момент внешней нагрузки следует принимать отрицательным, если вода стекает.



5. Выстроить эпюры (графики) распределения внутренних усилий по длине балки, очерчивая их на участках огибающими в соответствии с функцией, представляющей  $Q_{x_i}$ ,  $M_{x_i}$ .

6. Записать условие прочности балки в опасном сечении

$$\sigma = \frac{M_{\text{расч}}}{W_z} \leq [\sigma].$$

Опасным сечением является то, в котором действует наибольший по модулю изгибающий момент. Величина его и есть  $M_{\text{расч}}$  и легко выявляется при рассмотрении эпюры  $M_x$ .

7. Определить необходимую для обеспечения прочности характеристику поперечного сечения балки –  $W_z$  – момент сопротивления сечения относительно нейтральной оси.

$$W_z = \frac{M_{\text{расч}}}{[\sigma]}.$$

8. Определить диаметр деревянной балки круглого поперечного сечения выразив  $W_z$  через размеры поперечного сечения

$$W_z = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{M_{\text{расч}}}{[\sigma]},$$
$$d = \sqrt[3]{\frac{32M_{\text{расч}}}{\pi[\sigma]}}.$$

9. Для отыскания нужного прокатного профиля следует обратиться в таблицы прокатных сортаментов и выбрать номер профиля, больший момент сопротивления которого близок к найденному. По этой характеристике выйти на номер профиля.

10. Изобразить поперечное сечение с указанием его номера, геометрических размеров и прочих характеристик.

### Пример решения задач № 4, № 5

1. Определение реакций опор ведем исходя из условий равновесия:

$$\sum Y = P - R_A + R_B - 2qa + P = 0 \quad (1)$$

$$\sum M_A = -P \cdot a + M + R_B \cdot 2a - 2qa \cdot \left(2a + \frac{a}{2}\right) + P \cdot 3a = 0 \quad (2).$$

Решая совместно уравнения (1) и (2) получаем:

$$R_A = \frac{1}{2}qa, = \frac{1}{2}qa.$$

Для проверки решения рассмотрим еще одно условие равновесия:

$$\sum M_B = -P \cdot 3a + M + R_A \cdot 2a - 2qa \frac{a}{2} + P \cdot a = 0.$$

Или:

$$-qa \cdot 3a + 2qa^2 + \frac{1}{2}qa \cdot 2a - 2qa \frac{a}{2} + qaa = 0.$$

Реакции найдены верно.

2. Построение эпюр перерезывающих сил  $Q$  (Рис. 4.1 б) и изгибающих моментов  $M$  (Рис. 4.1 в).

Выделяем три силовых участка:  $CA$ ,  $AB$ ,  $BD$ . В пределах каждого участка назначаем переменные абсциссы  $x_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ).

а) Рассмотрим сечение I–I отстоящее на расстоянии  $x_1$  от тоски  $C$  (Рис. 4.2).

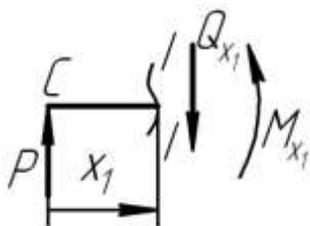


Рис. 4.2.

$$\begin{aligned} Q_{x_1} &= P = q \cdot a \\ M_{x_1} &= P \cdot x_1 = q \cdot a \cdot x_1 \\ 0 &\leq x_1 \leq a \end{aligned}$$

Сила на участке «а» постоянна, момент изменяется по линейному закону.

Полученные аналитические значения поперечной силы и момента следует рассчитать в начальной и конечной точках каждого участка.

$$x_1 = 0: Q_{x_1} = P = q \cdot a, M_{x_1} = 0;$$

$$x_1 = a: Q_{x_1} = P = q \cdot a, M_{x_1} = q \cdot a^2.$$

Строим эпюры  $Q$  и  $M$  на первом участке.

б) Рассмотрим сечение II–II. К сечению подходим слева.

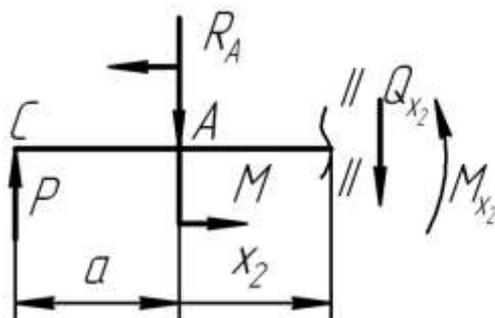


Рис. 4.3.

Определяем внутренние усилия в этом сечении:

$$0 \leq x_2 \leq 2a:$$

$$Q_{x_2} = P - R_A, = P \cdot (a + x_2) - R_A \cdot x_2 - M.$$

При  $x_2 = 0$ :

$$Q_{x_2} = \frac{qa}{2}, M_{x_2} = P \cdot a - M = q \cdot a^2;$$

при  $x_2 = 2 \cdot a$ :

$$Q_{x_2} = \frac{qa}{2}, = P \cdot 3a - R_A \cdot 2a - M = 0.$$

Как видим, поперечная сила на втором участке постоянна, а момент – линейная функция  $x_2$ . Наносим полученные значения  $Q$ ,  $M$  на эпюры для второго участка.

в) Рассматриваем сечение III–III. Удобнее подойти к этому сечению справа. При таком подходе знаки следует изменить на противоположные.

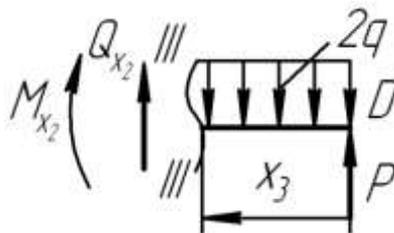


Рис. 4.4.

$$0 \leq x_3 \leq a:$$

$$Q_{x_3} = -P + 2qx_3, M_{x_3} = P \cdot x_3 - 2q \frac{x_3^2}{2}.$$

При  $x_3 = 0$ :

$$Q_{x_3} = -P, M_{x_3} = 0;$$

при  $x_3 = a$ :

$$Q_{x_3} = -P + 2qa = qa, M_{x_3} = P \cdot a - qa^2 = 0.$$

Поперечная сила на третьем участке изменяется по линейному закону, а функция изгибающего момента – параболическая.

Для построения графика  $M_{x_3}$  необходимо провести исследование на экстремум:

$$\frac{dM_{x_3}}{dx_3} = P - 2qx_3^* = 0 \quad x_3^* = \frac{P}{2q} = \frac{a}{2}.$$

Значение момента при  $x_3^* = \frac{a}{2}$  достигает экстремума:

$$M_{x_3}^{\text{экстр}} = P \frac{a}{2} - q \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{qa^2}{4}.$$

Легко заметить, что при  $x_3^* = \frac{a}{2}$  поперечная сила

$$Q_{x_3} = -P + 2q \frac{a}{2} = -qa + qa = 0,$$

обращается в 0, что соответствует второй теореме Журавского, согласно которой  $Q = \frac{dM}{dx}$ .

Далее наносим рассчитанные значения  $Q_{x_3}$  и  $M_{x_3}$  на эпюры  $Q$  и  $M$ .

### 3. Определение момента сопротивления балки.

Исходя из условия прочности при изгибе по нормальным напряжениям:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\text{расч}}}{W_z} \leq [\sigma],$$

получаем необходимый для прочности момент сопротивления сечения

$$W_z \geq \frac{M_{\text{расч}}}{[\sigma]}.$$

Здесь  $M_{\text{расч}}$  равен значению момента в опасном сечении балки. Опасным является сечение, где  $M_{\text{расч}}$  достигает наибольшего значения по модулю. Общие закономерности, которые можно использовать для проверки правильности построения эпюр  $Q$  и  $M$  (значение  $M_{\text{расч}}$  берут над или под осью на эпюре  $M$ ).

а) На эпюре перерезывающих сил  $Q$  в тех сечениях, где на балке приложены сосредоточенные силы, (у нас  $P, R_A, R_B$ ) наблюдается скачок (резкое изменение).

Величина и направление скачка соответствуют приложенной силе.

б) На эпюре изгибающих моментов  $M$  в тех сечениях, где на балке действует сосредоточенный момент, наблюдается скачок на величину этого момента с учетом его знака.

в) В сечении, где перерезывающая сила  $Q_x = 0$  изгибающий момент достигает экстремального на этом участке значения.

г) На участке, где действует распределенная нагрузка, эпюра  $M$  очерчена криволинейно, выпуклостью навстречу стрелкам нагрузки  $q$ .

## 5. ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ

После завершения изучения дисциплины студенты сдают экзамен.

К экзамену допускаются только те студенты, у которых зачтено индивидуальное задание и лабораторные работы.

Вопросы для подготовки к экзамену приведены в п. 5.1.

Образец экзаменационного билета приведен в п. 5.2.

### Вопросы для подготовки к экзамену

Вопросы для самоконтроля, приведенные в теоретическом разделе дисциплины в конце каждой темы, являются вопросами для подготовки к экзамену.

### Образец экзаменационного билета

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

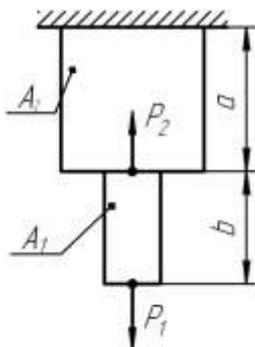


Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
Институт дистанционного образования

#### БИЛЕТ № 13

по дисциплине «Соппротивление материалов»

1. Косой изгиб. В чем заключаются особенности этого вида нагружения и как проводится оценка прочности при косом изгибе.
2. Изложите принцип расчета статически неопределимых стержневых систем, работающих на растяжение, сжатие.
3. Задача



1. Построить эпюры внутренних усилий и напряжений.
2. Определить перемещение свободного конца бруса  $\lambda$ .

$$P_1 = 100 \text{ кН}; \quad A_1 = 10 \text{ см}^2;$$
$$P_2 = 160 \text{ кН}; \quad A_2 = 16 \text{ см}^2;$$
$$a = 0,4 \text{ м}; \quad b = 0,2 \text{ м}.$$

Составил  
доцент кафедры ТПМ  
Зав. кафедрой ТПМ, доцент

Цукублина К.Н.  
Симанкин Ф.А.

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования  
**«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ  
ТОМСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
Институт дистанционного образования

**БИЛЕТ № 1**

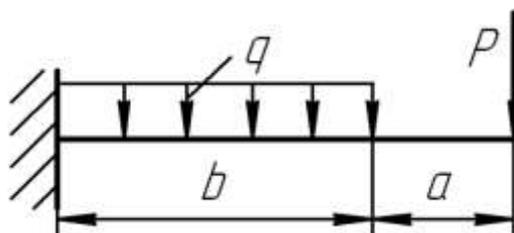
по дисциплине «Сопrotивление материалов»

1. Изобразите схематично известные вам простейшие виды нагружений и пример сложного (комбинированного) нагружения.

2. В чем заключается метод сечений и для чего он используется?

3. Задача

Построить эпюры внутренних усилий, действующих в балке.



$$P = 10 \text{ кН}; q = 4 \text{ кН/м};$$

$$a = 0,4 \text{ м}; b = 1 \text{ м}.$$

Составил

доцент кафедры ТПМ

Зав. кафедрой ТПМ, доцент

Цукублина К.Н.

Симанкин Ф.А.



## **6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **6.1 Литература обязательная**

1. Хохлов В.А., Цукублина К.Н., Куприянов Н.А., Логвинова Н.А. Сопротивление материалов. – Томск: Изд-во ТПУ, 2011. – 228 с.
2. Дарков А.В. Шпиро Г.С. Сопротивление материалов. – М.: Высшая школа, 1989. – 622 с.
3. Писаренко Г.С. и др. Сопротивление материалов. – Киев: «Вища школа», 1974. – 667 с.
4. Беляев Н.М. Сопротивление материалов. – М.: ГИТТЛ, 1979. – 856 с.
5. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986. – 559 с.
6. Буланов Э.А. Решение задач по сопротивлению материалов. – М.: Высшая школа, 1994.

### **6.2 Литература дополнительная**

7. Миролубов М.И. и др. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. – М.: Высшая школа, 1974. – 484 с.
8. Гастев В.А. Краткий курс сопротивления материалов. – М.: Наука, 1977. – 451 с.





Учебное издание

## **СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ**

Методические указания и индивидуальные задания

*Составители*

**ЦУКУБЛИНА Капитолина Николаевна,  
АНФИЛОФЬЕВ Александр Васильевич**

*Рецензент*

*кандидат технических наук,  
доцент кафедры ТПМ ИФВТ  
Н.А Куприянов.*

*Компьютерная верстка М.А. Красильникова*

**Отпечатано в издательстве ТПУ в полном соответствии  
с качеством предоставленного оригинал-макета**

Подписано к печати    Формат 60x84/16. Бумага «Снегурочка».  
Печать XEROX. Усл.печ.л.    Уч.-изд.л.  
Заказ    Тираж    экз.



Национальный исследовательский Томский политехнический университет  
Система менеджмента качества  
Издательства Томского политехнического университета сертифицирована  
NATIONAL QUALITY ASSURANCE по стандарту BS EN ISO 9001:2008



**ИЗДАТЕЛЬСТВО ТПУ**. 634050, г. Томск, пр. Ленина, 30  
Тел./факс: 8(3822)56-35-35, [www.tpu.ru](http://www.tpu.ru)

