

Домашняя контрольная работа, вариант 1 (1ая подгруппа)

Указание: поскольку работа “домашняя” одного лишь выписывания формул недостаточно. Комментируйте словами что, как и почему вы делаете.

1. Случайная величина X имеет плотность вероятности:

$$p(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{2}{(1+x)^3}, & x \geq 0 \end{cases}$$

Найдите функцию распределения $F(x)$ данной случайной величины и нарисуйте её график. Найдите вероятность попадания случайной величины внутрь отрезка $[0, 1]$.

2. Вычислите математическое ожидание случайной величины из предыдущей задачи. Что вы можете сказать о дисперсии этой случайной величины?

3. Реализации случайного процесса $X(t)$ представляют собой гармонические колебания вида:

$$x(t) = a \cos(\omega_0 t) + b \sin(\omega_0 t)$$

с фиксированной частотой ω_0 . При этом амплитуды a и b являются случайными величинами.

Докажите, что процесс $X(t)$ стационарен в том и только в том случае, когда

$$m[a] = m[b] = 0, \quad \sigma^2[a] = \sigma^2[b], \quad m[ab] = 0$$

Найдите функцию корреляции случайного процесса $X(t)$ предполагая эти условия выполненными.