

Образец заполнения титульного листа

Министерство образования и науки Российской Федерации

Уральский федеральный университет

имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Кафедра высшей математики

РАСЧЕТНАЯ РАБОТА 2

ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Студент

Группа

Преподаватель

Вариант

Дата

Екатеринбург

РАСЧЕТНАЯ РАБОТА 2 ЛИНЕЙНАЯ РЕГРЕССИЯ

Задание к лабораторной работе

Для каждого из трех приведенных в таблице наборов данных (X, Y_1) , (X, Y_2) , (X, Y_3)

№ п/п	X	Y ₁	Y ₂	Y ₃
1	2,170	20,260	17,040	89,740
2	3,170	27,670	17,020	70,700
3	4,070	31,860	30,520	42,450
4	5,170	27,790	14,790	16,870
5	6,040	36,640	26,890	16,570
6	7,100	50,690	31,770	17,920
7	8,180	44,580	28,520	25,890
8	9,040	62,530	46,570	46,650
9	10,120	52,140	51,910	59,550
10	11,170	52,570	20,690	92,480

проделайте следующие действия.

1. Найдите числовые характеристики выборок.
2. Напишите уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y .
3. Постройте диаграммы рассеяния, проведите прямые линейной регрессии.

Образец выполнения работы

1. Найти числовые характеристики выборок.

$$\text{Средние: } \bar{X} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} x_i, \bar{Y}_j = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} y_{j,i}, j = 1, 2, 3.$$

$$\text{Дисперсии: } DX = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{X})^2, DY_j = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (y_{j,i} - \bar{Y}_j)^2.$$

$$\text{СКО: } \sigma_X = \sqrt{DX}, \sigma_j = \sqrt{DY_j}.$$

$$\text{Ковариации: } K_{XY_j} = \frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{X})(y_{j,i} - \bar{Y}_j).$$

$$\text{Коэффициенты корреляции } r_{XY_j} = \frac{K_{XY_j}}{\sqrt{DX \cdot DY_j}},$$

Выборочная линейная регрессия Y на X по выборке (x_i, y_i) , $i = 1, 2, \dots, n$, определяется уравнением

$$y = \beta_0 + \beta_1 x = \bar{Y} + r_{XY} \sqrt{\frac{DY}{DX}} (x - \bar{X}),$$

где выборочные коэффициенты регрессии $\beta_1 = \frac{K_{XY}}{DX}$, $\beta_0 = \bar{Y} - \beta_1 \bar{X}$.

Аналогично определяется выборочная линейная регрессия X на Y :

$$x = \beta'_0 + \beta'_1 y = \bar{X} + r_{XY} \sqrt{\frac{DX}{DY}} (y - \bar{Y}),$$

где выборочные коэффициенты регрессии $\beta'_1 = \frac{K_{XY}}{DY}$, $\beta'_0 = \bar{X} - \beta'_1 \bar{Y}$.

Ниже в таблице приведены результаты расчетов.

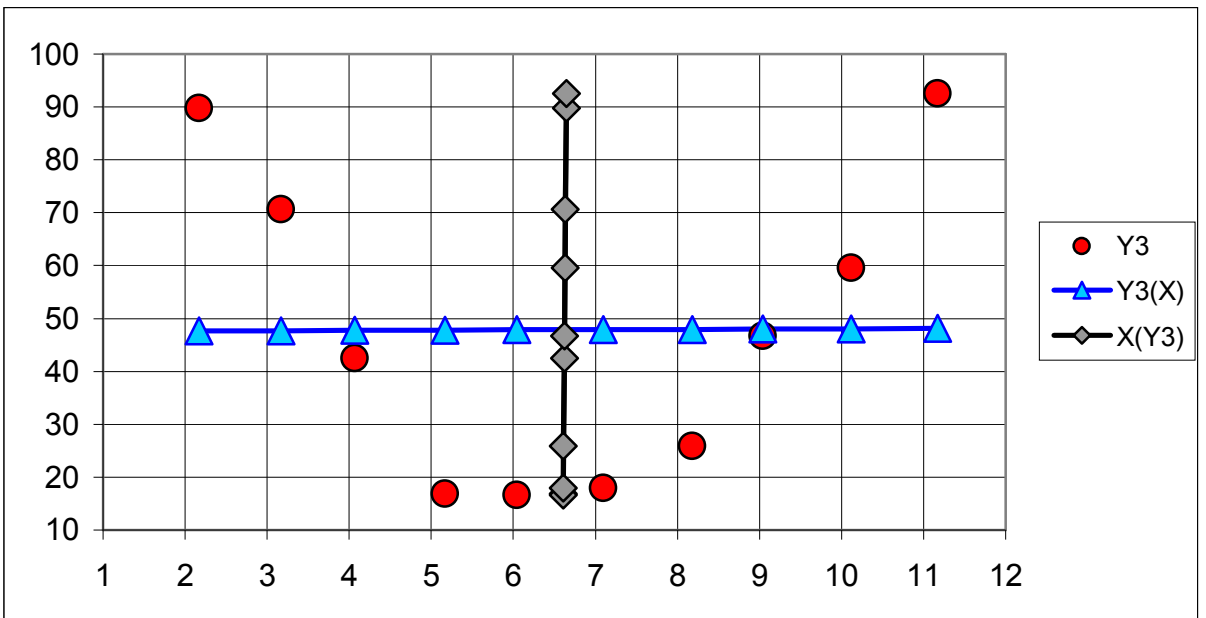
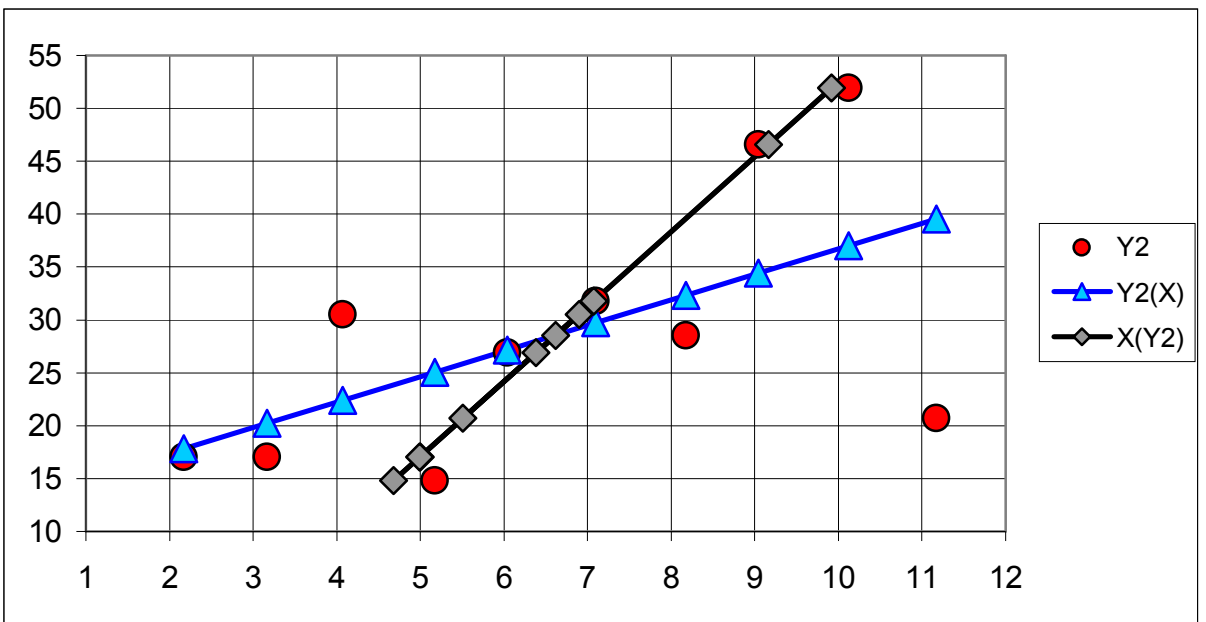
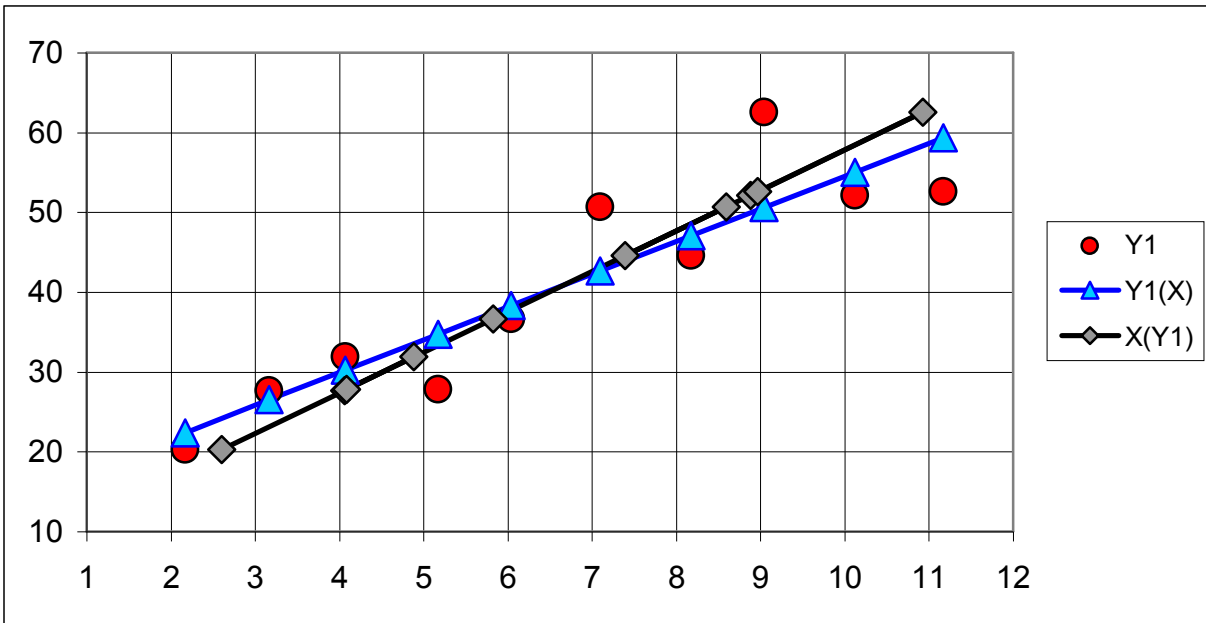
	X	Y_1	$Y_1(X)$	$X(Y_1)$	Y_2	$Y_2(X)$	$X(Y_2)$	Y_3	$Y_3(X)$	$X(Y_3)$
Средние	6,623	40,673			28,572			47,882		
Дисперсии	8,212	171,204			140,395			775,246		
СКО	2,866	13,084			11,849			27,843		
K_{XY}		33,725			19,799			0,408		
r_{XY}		0,899			0,583			0,005		
β_0			13,473			12,604			47,553	
β_1			4,107			2,411			0,050	
β'_0				-1,389			2,594			6,598
β'_1				0,197			0,141			0,001

На диаграммах ниже приведены для трех распределений поля рассеяния и прямые среднеквадратических регрессий Y на X и X на Y .

Как видно из диаграмм, для первой пары (X, Y_1) прямые регрессии Y на X и X на Y отличаются мало, что связано с высоким значением коэффициента корреляции $r_{XY_1} = 0,899$; у второй пары (X, Y_2) коэффициент корреляции ниже, $r_{XY_2} = 0,583$ и прямые регрессии Y на X и X на Y значительно отличаются.

Третья пара случайных величин, (X, Y_3) характеризуется крайне низким значением коэффициента корреляции, $r_{XY_3} = 0,005$, однако утверждение о том, что пара (X, Y_3) нескоррелирована, опровергается анализом поля рассеяния.

Поле рассеяния показывает, что корреляция есть, но характер ее далек от линейной. Более адекватной корреляционной моделью, видимо, будет зависимость вида $y = a + b(x - \bar{X})^2$.



Варианты данных для самостоятельной работы

Вариант 1

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,08	16,78	16,05	73,01
2	3,06	30,91	29,28	64,51
3	4,08	27,78	21,91	35,70
4	5,01	39,15	28,96	28,97
5	6,02	42,32	32,00	20,91
6	7,09	35,74	28,05	13,55
7	8,02	45,84	32,73	26,42
8	9,03	48,82	31,41	38,08
9	10,07	45,68	45,86	53,03
10	11,10	55,12	29,08	89,82

Вариант 4

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,09	19,43	18,00	75,84
2	3,08	19,13	12,93	46,95
3	4,09	19,34	19,47	25,97
4	5,09	32,39	22,44	21,32
5	6,04	35,48	34,96	12,96
6	7,04	31,27	24,60	5,59
7	8,08	44,36	37,51	21,48
8	9,08	45,35	26,78	35,68
9	10,06	48,70	31,24	56,47
10	11,08	46,98	38,23	79,23

Вариант 2

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,03	21,07	17,98	79,02
2	3,07	18,86	18,44	49,77
3	4,02	26,50	29,42	34,16
4	5,08	29,10	17,92	18,34
5	6,06	29,62	28,37	11,56
6	7,08	36,17	21,52	11,12
7	8,04	43,42	41,87	21,57
8	9,01	40,09	28,81	30,07
9	10,10	54,44	29,12	64,25
10	11,02	47,81	54,98	75,38

Вариант 5

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,19	15,52	11,07	75,12
2	3,07	15,09	12,73	47,26
3	4,19	26,51	24,45	33,77
4	5,12	24,26	27,69	15,84
5	6,19	31,58	17,56	7,78
6	7,13	38,61	35,04	11,44
7	8,17	39,91	24,61	20,23
8	9,15	43,57	22,86	33,00
9	10,10	43,07	29,55	49,15
10	11,10	45,28	39,25	75,45

Вариант 3

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,09	14,19	14,69	79,80
2	3,09	21,08	20,76	53,26
3	4,06	23,63	15,07	31,00
4	5,10	32,84	20,91	22,64
5	6,02	29,88	16,47	10,38
6	7,06	29,07	16,28	8,49
7	8,08	34,40	18,90	15,67
8	9,09	41,08	46,76	32,65
9	10,08	46,20	26,45	54,33
10	11,09	42,21	26,56	72,04

Вариант 6

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,18	18,00	14,86	79,07
2	3,06	17,28	16,74	51,54
3	4,02	22,82	13,85	33,27
4	5,12	33,21	28,84	21,76
5	6,18	29,50	17,90	5,67
6	7,11	33,21	21,26	11,80
7	8,15	38,34	41,56	17,95
8	9,04	49,72	23,52	37,26
9	10,04	40,90	26,29	46,43
10	11,20	48,48	51,41	78,84

Вариант 7

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,16	21,10	17,10	84,92
2	3,05	19,42	15,39	55,58
3	4,04	26,96	18,56	36,12
4	5,10	31,18	24,35	20,23
5	6,07	34,41	22,48	12,88
6	7,16	35,14	29,11	7,83
7	8,08	34,88	24,64	16,89
8	9,18	46,95	47,32	37,02
9	10,07	40,75	16,23	47,48
10	11,15	41,25	42,65	71,56

Вариант 10

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,11	15,30	10,80	86,98
2	3,06	24,40	21,21	58,75
3	4,03	28,76	19,73	39,83
4	5,03	36,35	34,44	25,63
5	6,03	38,29	20,95	12,98
6	7,04	46,77	38,75	16,86
7	8,12	37,25	31,45	13,99
8	9,16	53,41	27,30	42,69
9	10,17	47,26	24,48	58,15
10	11,16	61,56	50,53	103,52

Вариант 8

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,02	19,81	21,04	79,43
2	3,00	17,08	13,77	52,89
3	4,05	21,32	21,22	28,30
4	5,02	23,29	18,48	13,99
5	6,20	33,06	31,38	10,12
6	7,10	32,93	31,89	8,31
7	8,06	38,32	40,93	17,36
8	9,17	43,34	24,12	33,98
9	10,03	45,11	40,06	51,93
10	11,04	42,66	33,84	72,95

Вариант 11

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,15	12,09	8,04	71,30
2	3,12	17,17	17,30	52,71
3	4,08	33,32	34,78	41,71
4	5,14	37,07	37,22	26,37
5	6,01	31,00	25,54	12,28
6	7,14	26,79	17,67	5,19
7	8,08	43,23	31,96	15,35
8	9,08	34,74	24,66	24,82
9	10,08	57,67	46,59	66,47
10	11,18	70,16	53,80	115,84

Вариант 9

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,05	14,71	10,58	86,81
2	3,20	26,68	23,81	59,02
3	4,05	30,35	29,02	37,95
4	5,08	34,68	20,16	20,81
5	6,07	46,24	33,00	17,60
6	7,06	43,16	40,52	17,86
7	8,06	47,22	35,94	21,63
8	9,20	37,26	16,43	28,66
9	10,06	56,13	42,87	65,33
10	11,08	53,81	48,40	93,64

Вариант 12

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,15	15,38	11,62	81,03
2	3,15	16,92	16,87	51,28
3	4,00	30,04	20,42	43,98
4	5,16	30,58	18,47	16,31
5	6,16	33,64	30,46	8,07
6	7,06	46,41	38,84	12,62
7	8,16	55,93	27,21	29,18
8	9,09	50,25	37,84	39,25
9	10,07	50,47	22,83	58,23
10	11,09	49,08	27,39	84,06

Вариант 13

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,12	20,25	20,48	77,85
2	3,17	22,01	17,43	49,82
3	4,00	28,12	20,38	40,04
4	5,10	34,28	27,37	23,22
5	6,15	43,31	39,65	18,93
6	7,16	37,44	39,36	14,34
7	8,16	48,82	36,79	23,78
8	9,18	55,12	40,32	42,26
9	10,06	59,18	37,60	67,77
10	11,03	45,48	37,07	72,21

Вариант 16

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,13	16,62	17,86	75,35
2	3,13	18,06	10,76	51,42
3	4,08	35,04	22,44	44,28
4	5,03	29,52	32,18	21,36
5	6,03	40,84	21,66	13,06
6	7,04	49,18	40,26	18,37
7	8,01	46,18	42,34	21,46
8	9,10	56,45	31,55	43,38
9	10,09	58,65	34,91	68,88
10	11,01	45,42	45,46	77,70

Вариант 14

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,11	25,09	23,10	86,54
2	3,11	21,94	18,50	55,60
3	4,18	38,44	33,63	46,64
4	5,08	28,72	31,51	19,93
5	6,08	40,94	36,58	14,02
6	7,14	28,60	25,67	7,66
7	8,08	42,34	25,10	21,58
8	9,20	53,15	29,58	41,45
9	10,03	55,96	32,60	63,41
10	11,02	59,72	24,93	96,36

Вариант 17

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,19	26,74	20,16	106,66
2	3,07	17,13	12,67	56,15
3	4,12	34,06	23,53	42,45
4	5,03	40,15	33,81	28,06
5	6,12	43,59	23,47	14,75
6	7,00	39,85	35,34	16,82
7	8,17	50,86	23,31	25,07
8	9,15	45,59	32,52	37,26
9	10,01	65,45	30,49	73,14
10	11,14	72,09	38,54	117,21

Вариант 15

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,09	17,80	12,00	87,39
2	3,07	18,64	12,47	57,45
3	4,13	19,62	17,95	26,02
4	5,06	41,23	34,23	29,03
5	6,18	45,31	40,06	16,80
6	7,11	28,60	22,09	7,16
7	8,13	35,39	34,18	14,32
8	9,19	36,71	27,65	29,10
9	10,00	55,13	37,71	62,76
10	11,09	56,15	25,21	95,61

Вариант 18

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,20	28,46	22,70	111,66
2	3,06	20,24	17,62	58,90
3	4,13	31,80	21,53	39,86
4	5,02	22,26	17,85	14,58
5	6,05	35,87	15,24	8,94
6	7,07	39,57	20,23	7,75
7	8,06	51,98	33,58	26,91
8	9,07	45,88	51,77	36,38
9	10,16	62,87	41,18	75,91
10	11,02	56,11	46,90	89,26

Вариант 19

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,12	13,49	10,24	90,29
2	3,13	27,61	29,96	54,79
3	4,17	27,66	27,96	33,22
4	5,11	24,16	15,49	14,20
5	6,07	41,49	24,44	18,12
6	7,07	44,89	27,57	18,63
7	8,14	45,68	39,35	21,18
8	9,03	45,71	37,22	35,82
9	10,16	53,30	27,61	63,75
10	11,05	55,67	39,78	89,77

Вариант 22

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,06	11,98	7,64	70,79
2	3,09	27,11	26,00	61,82
3	4,13	26,35	22,43	32,76
4	5,01	27,08	16,86	18,16
5	6,12	26,54	22,78	6,93
6	7,20	42,06	22,03	10,11
7	8,14	55,17	49,77	28,08
8	9,12	51,24	44,76	40,16
9	10,15	50,62	26,34	59,14
10	11,19	56,47	39,05	96,01

Вариант 20

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,18	23,39	18,53	107,49
2	3,15	16,97	8,25	50,39
3	4,14	35,47	31,80	43,23
4	5,07	31,73	26,26	20,24
5	6,17	31,94	18,01	9,11
6	7,11	45,66	22,36	13,43
7	8,04	41,03	31,41	22,33
8	9,11	54,17	52,77	42,58
9	10,08	46,66	22,70	54,12
10	11,02	47,71	38,05	73,85

Вариант 23

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,01	10,20	6,41	67,20
2	3,07	24,64	22,89	66,78
3	4,05	21,12	15,14	28,99
4	5,10	31,15	35,29	21,92
5	6,11	37,00	32,21	9,59
6	7,06	37,53	22,65	5,28
7	8,05	38,47	15,26	13,74
8	9,08	43,00	46,76	33,32
9	10,17	39,82	18,22	48,90
10	11,15	52,32	50,02	91,52

Вариант 21

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,17	20,85	22,16	76,83
2	3,02	27,62	26,59	62,34
3	4,02	25,59	16,23	38,58
4	5,19	22,11	13,28	11,93
5	6,10	35,41	21,60	6,94
6	7,07	36,47	37,36	13,22
7	8,17	41,42	37,14	16,23
8	9,10	37,74	28,07	28,93
9	10,07	49,28	21,32	56,93
10	11,12	60,93	48,98	98,47

Вариант 24

№ п/п	X_1	Y_1	Y_2	Y_3
1	2,17	20,26	17,04	89,74
2	3,17	27,67	17,02	70,70
3	4,07	31,86	30,52	42,45
4	5,17	27,79	14,79	16,87
5	6,04	36,64	26,89	16,57
6	7,10	50,69	31,77	17,92
7	8,18	44,58	28,52	25,89
8	9,04	62,53	46,57	46,65
9	10,12	52,14	51,91	59,55
10	11,17	52,57	20,69	92,48