**Задача № 4 Корреляционно-регрессионный анализ спроса**

В процессе исследования спроса на различные товары изучается влияние на его величину среднего дохода потребителей в расчете на одного члена семьи. Необходимые данные представлены в следующей таблице (варианты 1 – 3):

| **Доход в расчете на одного члена семьи**  **(у.е.)** | **Объем ежемесячных покупок товара в семьях с различными доходами** |
| --- | --- |
| **Вариант 1** |
| 50 | 29 |
| 75 | 24 |
| 100 | 26 |
| 125 | 17 |
| 150 | 15 |
| 175 | 9 |
| 200 | 4 |

Для исследования связи между указанными величинами необходимо воспользоваться методами корреляционно-регрессионного анализа.

*Корреляция* — статистическая зависимость между случайными величинами, т. е. не имеющая строго функционального характера, при которой изменение одной из случайных величин (факторного признака) приводит к изменению математического ожидания другой (результативного признака). Задачей корреляционного анализа является количественная оценка степени связи между исследуемыми величинами.

Обозначим через X факторный признак, а через Y — результативный признак. В данной задаче факторным признаком является доход потребителей, а результативным — объем ежемесячного спроса на товар.

Требуется:

1. На основе табличных данных построить график, отражающий зависимость спроса Y от доходов потребителей X.
2. Используя метод наименьших квадратов выбрать наиболее подходящую аналитическую зависимость Y=Y(x) и проверить ее на адекватность фактическим данным с помощью показателя средней относительной ошибки прогнозирования (см. предыдущую задачу).
3. Для оценки степени тесноты связи между изучаемыми величинами следует применить указанные ниже показатели.

Линейный коэффициент корреляции Пирсона:



Здесь X и Y — исследуемые величины, связь между которыми необходимо установить, n — число табличных пар (x, y).

Линейный коэффициент корреляции r может принимать значения от -1 до 1. Для оценки полученного значения коэффициента корреляции можно воспользоваться следующей таблицей:

| **Значение r** | **Характер связи** |
| --- | --- |
| 0 | Отсутствует |
| 0 < r < 1 | Прямая |
| -1 < r < 0 | Обратная |
| 1 | Прямая функциональная |
| -1 | Обратная функциональная |
| 0 < |r| < 0,3 | Практически отсутствует |
| 0,3 < |r| < 0,5 | Слабая |
| 0,5 < |r| < 0,7 | Заметная |
| 0,7 < |r| < 1 | Сильная |

**Указание**. Для вычисления линейного коэффициента корреляции можно воспользоваться статистической функцией Excel = КОРРЕЛ().

Необходимо учитывать, что коэффициент корреляции используется для оценки связи между линейно зависимыми величинами. Поэтому значение коэффициента может оказаться близким к нулю в случае нелинейной зависимости между величинами, хотя при этом связь между ними может быть достаточно существенной.

Теоретическое корреляционное отношение:

,

где yi и y(xi) — соответственно табличные и аналитически рассчитанные по выбранной с помощью метода наименьших квадратов формуле Y=Y(x) значения случайной величины Y.

Данный показатель может применяться для оценки тесноты связи между величинами как в случае линейной, так и нелинейной зависимости между ними. Значение η может изменяться от 0 до 1. Для оценки полученного значения корреляционного отношения может быть использована следующая таблица:

| **Значение η** | **Характер связи** |
| --- | --- |
| 0 | Отсутствует |
| 0 < η < 0,3 | Практически отсутствует |
| 0,3 < η < 0,5 | Слабая |
| 0,5 < η < 0,7 | Заметная |
| 0,7 < η < 1 | Сильная |
| 1 | Функциональная |

В случае линейной зависимости между исследуемыми величинами значения линейного коэффициента корреляции и корреляционного отношения близки друг к другу. В случае же нелинейной связи значения данных показателей могут существенно различаться.

В основе расчета корреляционного отношения лежит правило сложения дисперсий, смысл которого заключается в следующем: на результативный признак Y кроме изучаемого фактора X оказывает влияние множество других факторов, которые не учитываются в процессе исследования. Именно поэтому связь между величинами Y и X носит не функциональный, а корреляционный характер.

Степень влияния всех факторов на результативный признак Y отражает величина — общая дисперсия;

Степень влияния изучаемого фактора X на результативный признак Y отражает величина — факторная дисперсия;

Степень влияния всех остальных факторов на результативный признак Y отражает величина — остаточная дисперсия.

Общая дисперсия равна сумме факторной и остаточной дисперсий:  — правило сложения дисперсий.

Разделив обе части выражения на общую дисперсию, получим следующее выражение: , где величина  характеризует тесноту связи между факторным и результативным признаками и называется коэффициентом детерминации η2. Чем ближе отношение η2 к 1, тем сильней влияние изучаемого фактора на результативный признак. Если же отношение стремится к нулю, то связь между признаками отсутствует.

Обычно, вместо отношения дисперсий используется отношение среднеквадратических отклонений:  или  — корреляционное отношение.

**Задача №1. Анализ выполнения договорных обязательств по поставкам товара**

Розничная торговая точка осуществляет закупки товара у предприятия оптовой торговли. В таблице приведены данные об объемах ежедневных заказов и фактических поставках товара за последние 9 дней (*варианты 1-3*).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Недели** | **Вариант 3** | |
| **заказ** | **факт** |
| 1 | 120 | 120 |
| 2 | 120 | 120 |
| 3 | 130 | 120 |
| 4 | 120 | 130 |
| 5 | 120 | 120 |
| 6 | 130 | 120 |
| 7 | 130 | 120 |
| 8 | 130 | 150 |
| 9 | 125 | 125 |

Требуется провести анализ выполнения договорных обязательств оптового предприятия с розничной торговой точкой по поставкам товара. Для этого необходимо рассчитать следующие основные показатели:

* суммарные объемы заказов и поставок за период: Sзаказ и Sфакт;
* средние значения объемов заказов и поставок за период:  и ;
* среднеквадратические отклонения объемов и поставок за период σзаказ и σфакт;
* вариацию объемов заказов и поставок за период. Коэффициент вариации вычисляется по формуле  и характеризует степень равномерности поставок.
* Определить степень ритмичности поставок. . Чем ближе Кар к 0, тем ритмичнее осуществляются поставки.
* По табличным данным построить графики, отражающие динамику объемов заказов и поставок товаров.

**Задача №3 Анализ динамики продаж**

В таблице представлены данные об объемах продаж однородных товаров, входящих в ассортиментный набор предприятия розничной торговли, по месяцам за последний год (варианты 1–4).

| **Месяцы** | **Объемы продаж (ед.)** |
| --- | --- |
| **Вариант 3** |
| 1 | 470 |
| 2 | 510 |
| 3 | 490 |
| 4 | 580 |
| 5 | 630 |
| 6 | 520 |
| 7 | 595 |
| 8 | 637 |
| 9 | 740 |
| 10 | 855 |
| 11 | 890 |
| 12 | 964 |

Требуется выполнить анализ динамики объема продаж и осуществить его прогнозирование на следующий месяц. Для этого необходимо:

1. вычислить абсолютные приросты, темпы роста и прироста объемов продаж по месяцам и в среднем за период, используя базисные и цепные показатели, а также значение 1% прироста, и средние величины указанных показателей;
2. построить график динамики объема продаж за период;
3. выполнить прогноз объема продаж на следующий месяц на основании полученного значения среднего абсолютного прироста (среднего темпа роста);
4. выполнить регрессионный анализ объемов продаж: построить тренд, осуществить проверку адекватности полученной аналитической зависимости реальным данным и выполнить на ее основе прогнозирование объема продаж на следующий месяц.
5. вычислить индекс сезонных колебаний (сезонную волну) объема продаж по месяцам за период, как без учета тенденции, так и с учетом тренда.

**Формулы, используемые для расчетов основных показателей динамики**

N — число периодов для проведения анализа динамики объема продаж;

t = 1, ... ,N – номер периода;

Xt  — объем продаж за месяц с номером t;

Δt — абсолютный прирост показывает размер изменения объема продаж за определенный промежуток времени: ,  t = 2, ... , N;

Средний абсолютный прирост: .

Тt  — темп роста характеризует относительную скорость изменения уровней объема продаж и показывает, во сколько раз уровень объема продаж сравниваемого периода больше или меньше уровня базисного периода: ;

Средний темп роста: .

ТПР t — темп прироста показывает, на сколько процентов уровень объема продаж сравниваемого периода больше или меньше уровня базисного периода:



Рt — 1% прироста для отдельных периодов имеет различное абсолютное значение, поэтому необходимо расcчитать его для каждого из периодов: 

Прогноз объема продаж на k месяцев с использованием значения его среднего абсолютного прироста (темпа роста) за период осуществляется с использованием следующих **формул:**

****

**Построение тренда и прогнозирование.** Регрессионный анализ заключается в определении аналитического выражения связи между изучаемыми величинами, и в этом плане сводится к задаче аппроксимации функции. В частности, в процессе анализа рядов динамики, исследуется зависимость значений величины от времени, а задача регрессионного анализа сводится к определению тренда.

Тренд — линия, отражающая основную тенденцию изменения изучаемой величины.

Предположим, что зависимость результирующего признака X от факторного признака t задана таблично. Для определения тренда выполняют аналитическое выравнивание табличных данных с помощью функции, выбранной из множества функций вида X = X (t):

 и т. д.,

и наилучшим образом отражающую зависимость, заданную таблицей.

Для выбора нужной функции и вычисления ее параметров пользуются методом наименьших квадратов. Согласно методу наименьших квадратов, лучшей считается такая функция, для которой сумма квадратов отклонений табличных данных от данных, вычисленных аналитически, является наименьшей:



S является функцией параметров а = (a0, a1, …) зависимости X = X (t), т. е. S=S(a). Так как в данной задаче параметры выбранной функции a0, a1, … являются неизвестными, поэтому решение задачи заключается в нахождении этих параметров.

В случае, если выбранная функция является линейной, т. е. имеет вид X(t)=a0 t + a1, то задача состоит в нахождении параметров a0 и а1. Если же, например, зависимость является квадратичной, вида   
X(t) = a0t2 + a1t + a2, то необходимо определить параметры а0 , а1  и а2 .

Аналитическое выравнивание табличных данных позволяет оценить общую тенденцию развития явления за прошедший период и осуществлять прогнозирование его развития на ближайшие периоды времени.

**Алгоритм построения аппроксимирующей линии (тренда)**

**с помощью Мастера диаграмм табличного процессора Microsoft Excel**

1. Выбрать кнопку Мастер диаграмм на панели инструментов Стандартная или последовательность пунктов меню Вставка 🡪 Диаграмма….
2. В раскрывшемся диалоговом окне Мастер диаграмм (шаг 1 из 4): тип диаграммы, выбрать тип Точечная.
3. Выполнить оставшиеся шаги построения диаграммы.
4. После построения диаграммы выделить ее в случае, если она располагается на рабочем листе, или перейти на лист диаграммы, если она была построена на отдельном листе.
5. Выбрать последовательность пунктов меню Диаграмма 🡪 Добавить линию тренда…
6. В раскрывшемся диалоговом окне Линия тренда выбрать наиболее подходящий тип линии тренда (вкладка Тип), а затем перейти к вкладке Параметры, где можно выполнить следующие действия: ввести название кривой (группа Название аппроксимирующей (сглаженной) кривой), осуществить прогноз вперед или назад на заданное количество периодов (группа Прогноз), установить флажки Показывать уравнение на диаграмме и Помесить на диаграмму величину достоверности аппроксимации (R^2).
7. Построить линию тренда на диаграмме, выбрав кнопку Ok.

**Алгоритм построения аппроксимирующей линии (тренда)**

**с помощью модуля Поиск решения табличного процессора Microsoft Excel**

1. По табличным данным построить график зависимости X от t.
2. На основании графика выбрать наиболее подходящий вид функциональной зависимости X = X (t), которой подчиняются табличные данные.
3. Задать начальные значения коэффициентов функциональной зависимости. Например, в случае линейной зависимости X(t)=a0t+a1, задать значения коэффициентов a0 и а1; в случае квадратической зависимости X(t)=a0t2+a1t+a2 —задать значения коэффициентов а0 , а1  и а2 . В общем случае начальные значения параметров можно принять равными 0.
4. Построить ряд значений тренда путем вычисления X(t) для каждого значения t.
5. Записать в ячейке функцию вида: 
6. Перейти к решению задачи S(a) → min.
7. Выбрать пункт меню Сервис → Поиск решения. Откроется диалоговое окно Поиск решения, в котором следует:
8. в окне поля Установить целевую ячейку ввести ссылку на ячейку, содержащую описание функции S.
9. в окне поля Равной установить переключатель Минимальному значению.
10. в окне поля Изменяя ячейки ввести ссылки на ячейки, в которых находятся начальные приближения коэффициентов a0, a1, ….
11. Выбрать кнопку Выполнить.
12. Найденное решение сохранить с помощью кнопки OK .
13. Построить совмещенный график табличной зависимости X от t и тренда.

**Примечание.** В случае, если по графику невозможно однозначно определить вид функциональной зависимости X = f ( t ), выбирают несколько наиболее подходящих зависимостей, а затем для каждой из них выполняют указанные выше расчеты. Таким образом, получают несколько значений функции S: S1, S2,… . Функциональную зависимость, для которой значение S будет наименьшим, можно принять в качестве наилучшего приближения табличных данных.

Далее, необходимо проверить полученную аналитическую зависимость на адекватность реальным данным. Для этого можно воспользоваться таким показателем, как средняя относительная ошибка прогнозирования ε:



Интерпретировать полученное значение средней относительной ошибки прогнозирования можно следующим образом:

| **Значение** ε | **Оценка** |
| --- | --- |
| ε < 10 % | высокая точность |
| 10 % < ε < 20 % | точность хорошая |
| 20 % < ε < 50 % | точность удовлетворительная |
| ε > 50 % | неудовлетворительная точность |

В случае если аналитическая зависимость достаточно точно отражает табличные данные, можно осуществлять прогноз объема продаж на следующий месяц, т. е. месяц с номером N + 1.

Если аппроксимирующая линия представляет собой прямую, то для прогнозирования можно воспользоваться статистической функцией тенденция(). Если же имеет место экспоненциальная зависимость, то можно использовать функцию РОСТ().

Показателем колебаний значения какой-либо величины, которые носят сезонный характер в течение рассматриваемого периода времени, является индекс сезонности (сезонной волны). Показатель выражается в долях единицы или в процентах и вычисляется следующим образом:

, где Xt – значение величины за отрезок времени t, t =1,…,N; -- среднее значение величины за весь период. Однако, в случае, если наблюдается тенденция в процессе изменения величины, то индекс сезонности следует вычислять с использованием следующей формулы: , где X(t) – аналитически вычисленное значение величины за отрезок времени t.

**Задача № 6 Анализ зависимости спроса от качественного фактора**

В ходе изучения спроса на товар исследуется влияние пола покупателей (вариант 1) и рода их деятельности (вариант 2) на частоту покупок. В таблице приведены результаты опроса покупателей в торговом зале (всего было опрошено 193 человека). Требуется измерить тесноту связи между рассматриваемыми величинами для оценки возможности сегментирования рынка потребителей товара по указанным признакам.

| **Частота покупок** | **Вариант 2**  **Род деятельности покупателей** | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **учащиеся** | **рабочие** | **служащие** | **управленцы** | **не работающие** |
| Несколько раз в неделю | 1 | 24 | 2 | 1 | 1 |
| Не реже одного раза в неделю | 1 | 9 | 12 | 0 | 3 |
| Не реже одного раза в месяц | 2 | 5 | 30 | 19 | 5 |
| Реже одного раза в месяц | 3 | 3 | 43 | 28 | 1 |

Изучаемые признаки (пол/род деятельности покупателей и частота покупок) являются атрибутивными (качественными). Для измерения тесноты связи между двумя атрибутивными признаками А и В можно воспользоваться такими показателями, как коэффициенты взаимной сопряженности Пирсона и Чупрова.

Для вычисления указанных коэффициентов необходимо выполнить следующую процедуру расчетов.

Пусть m — число всевозможных вариантов признака А (А1, А2,…,Аm), а n — число всевозможных вариантов признака В (B1, B2,…,Bn). Обозначим через fij частоту, с которой случайная величина принимает i - е значение признака А и j - е значение признака В, I=1,…,m; j=1,…,n. Частоты fij образуют таблицу сопряженности признаков А и В: Fmxn (исходная таблица является таблицей сопряженности рассматриваемых признаков).

1. Рассчитаем суммы частот по вариантам признаков А и В:

.

1. Построим таблицу условных вероятностей Pmxn, элементы которой pij вычисляются следующим образом: .
2. Далее, вычисляем показатель взаимной сопряженности , который характеризует степень расхождения между фактическим числом наблюдений и теоретически возможным при полном отсутствии связи.
3. Коэффициент взаимной сопряженности Пирсона вычисляется следующим образом:

.

1. Коэффициент взаимной сопряженности Чупрова вычисляется по формуле

.

Коэффициенты КЧ и КП изменяются в пределах от 0 до 1. Чем ближе к 1 значение этих коэффициентов, тем теснее связь между признаками. При этом коэффициент Чупрова дает более осторожную оценку тесноты связи, так как учитывает, также, и количество значений по каждому из признаков. Поэтому уже при значении КЧ > 0,3 можно говорить о заметной связи между изучаемыми признаками.

В общем случае, для оценки характера связи между качественными признаками можно использовать таблицу оценок значений корреляционного отношения.

**Литература**

**Основная литература:**

1. Высшая математика для экономистов: учебник / Н.Ш. Кремер [и др.]; под ред. Н.Ш. Кремера. – 3-е изд., стер. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2010. – 479 с.
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: уч. пособие / под ред. В.И. Ермакова. – 2-е изд., испр. – М.: НИФРА-М, 2008. – 575 с.
3. Зудин В.И. Исследование операций. Экономико-математические методы и модели: учеб. пособие / В.И. Зудин, И.К. Архипов, А.А. Кочетыгов. – Тула: ТФ РГТЭУ, 2009. – 263 с.
4. Шикин Е.В. Исследование операций: учебник / Е.В. Шикин, Г.Е. Шикина. – М.: ТК Велби, Изд. Проспект, 2008. – 280 с.
5. Шапкин А.С. Математические методы и модели исследования операций: учебник / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 5-е изд. – М.: Дашков и К, 2009. – 400 с.
6. Степанов В. Г. Алгоритмы и методы решения задач на компьютере. Язык программирования ALLite. Учебное пособие / В. Г. Степанов. – Тула: Тульский филиал РГТЭУ, 2009. – 174 с.
7. Степанов В. Г. Информационные технологии управления в торговле: алгоритмы и методы решения задач на компьютере. Язык программирования ALLite. Тула: Издательство «Эконом», 2013. – 294 с.
8. Степанова Т.В. Методики решения прикладных задач математики с применением табличного процессора Microsoft Office Excel. Учебно-методическое пособие. - Тула: Издательство "Эконом", 2013. - 144 с.
9. Архипов И.К., Степанова Т.В. Методические указания по применению табличного процессора Microsoft Office Excel в задачах исследования операций: Методические указания [Электронный ресурс] – текстовые данные, 45 с., 1,7 Мб.
10. Степанов В. Г. Количественные методы и инструментальные средства в экономике и торговле. Монография / под ред. В. Г. Степанова
11. Степанов В. Г. Информационные технологии управления продажами и маркетингом. Монография. LAP, Германия.
12. Степанов В. Г. Основы информационных технологий управления бизнес-процессами. Монография. LAP, Германия.
13. Степанов В. Г. Модели и технологии последовательного управления продвижением. Монография. LAP, Германия.
14. Степанов В. Г. Анализ и оптимизация систем обслуживания в торговле. Монография. LAP, Германия.
15. Степанов В. Г., Степанова Т. В. Основы бизнес-анализа на компьютере. Монография. LAP, Германия.
16. Степанова Т.В. Табличный процессор Microsoft Office Excel: Учебное пособие [Электронный ресурс] – текстовые данные, 219 с., 7 Мб.

**Дополнительная литература:**

1. Информационные технологии для менеджеров / В.А. Грабауров. – М.: ФиС, 2002. – 368 с.
2. Информационные технологии управления: уч. пособие для вузов / под ред.   
   Г.А. Титоренко. – 2-е изд., доп. – М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2003. – 439 с.
3. Информационные системы в экономике (лекции, упражнения и задачи): уч. пособие / А.Н. Романов, Б.Е. Одинцов. - М.: Вузовский учебник, 2007. - 300 с.
4. Информационные системы в экономике: учебник / К.В. Балдин, В.Б. Уткин. - 4-е изд., стер. - М.: Дашков и К, 2007. - 395 с.
5. Статистика: учебник / И.И. Елисеева [и др.]; под ред. И.И. Елисеевой. – М.: Проспект, 2011. – 448 с.
6. Экономическая статистика: учебник / под ред. Ю.Н. Иванова. – 3-е изд., перер. и доп. – М.: ИНФРА-М, 2008. – 736 с.
7. Общая теория статистики: методология в изучении коммерческой деятельности. Учебник/ Под ред. О.Э. Башиной, А.А. Спирина. – М.: Финансы и статистика, 2006. –   
   440 с.
8. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы. Учебник для вузов. Олифер В.Г. СПб.: Питер, 2004 - 864 с.
9. Архитектура компьютерных систем и сетей. Учебное пособие. Под ред. В.И. Лойко.   
   М.: Финансы и статистика, 2003 - 256 с.: ил.
10. Excel: практическое руководство: Учебное пособие. Попов А.А. М.: ДЕССКОМ, 2004 - 302 с.