

Расчётное задание №7.

1. а) Выпишите несколько первых членов числовой последовательности, заданной формулой n-го члена: $x_n = \frac{n+3}{3n}$ и изобразите их на координатной плоскости;

б) Докажите по определению предела числовой последовательности

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+3}{3n} = \frac{1}{3}.$$

2. Постройте график функции: $y = \begin{cases} x^2+1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x+2, & x > 3. \end{cases}$ Вычислить $f(-2)$, $f(3)$.

3. Вычислите пределы, используя свойства пределов:

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n + 1}{2n^2 - 2n - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 3x + 1}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 3x + 1}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - x - 1}{2x^2 + 3x + 1}$.

4. Вычислите производные данных функций:

1) $y = \sqrt[3]{(x-7)^5} + \frac{5}{4x^2 + 3x - 5}$.

2) $y = \ln^5 x \cdot \arctg 7x^4$.

3) $y = \frac{e^{-\sin x}}{(x-5)^7}$.

5. Определить угловой коэффициент касательной к кривой $y = x^2 - 7x + 3$ в точке с абсциссой $x = 2$.

6. Провести полное исследование функций и построить их графики.

Исследование провести по следующей схеме:

- 1) Найти область определения функции;
- 2) Найти промежутки знакопостоянства функции;
- 3) Найти точки экстремума и промежутки возрастания/убывания функции;
- 4) Указать асимптоты.

а) $y = \frac{(x-2)^2}{x+1}$; б) $y = (x-1)e^{4x+2}$.

7. Вычислить неопределённые интегралы

а) используя таблицу основных интегралов: $\int \frac{2 - \sin x}{\sin^2 x} dx$;

б) с помощью подходящей замены $\int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^4}}$.

8. Вычислить определённый интеграл при помощи формулы Ньютона-

Лейбница: $\int_2^5 \frac{dx}{x}$.

9. Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций:

$y = 6 - x - 2x^2$, $y = x + 2$.

10. Вычислить несобственный интеграл $\int_0^1 \frac{e^x dx}{\sqrt{e^x - 1}}$.