

Министерство образования Российской Федерации

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ им. А.Н. ТУПОЛЕВА

ТИПОВЫЕ РАСЧЕТЫ

**«Трехфазные цепи»**

**«Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами»**

по дисциплине

**«ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОТЕХНИКИ»**

Казань 2005

УДК 621.3(07)

Типовые расчеты «Трехфазные цепи», «Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами» по дисциплине «Теоретические основы электротехники» / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та. Сост. Л.В.Чони. Казань, 2005. 33 с.

Работа содержит задания и методические указания на типовые расчеты по темам: «Трехфазные цепи» и «Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами». По каждой теме приведен пример расчета.

Предназначено для студентов дневной, вечерней и заочной форм обучения, изучающих курсы «Теоретические основы электротехники» и «Электротехника и электроника».

Табл. 2. Ил. 14. Библиогр.: 6 назв.

# ТИПОВОЙ РАСЧЕТ « ТРЕХФАЗНЫЕ ЦЕПИ »

## Содержание работы

К симметричному трехфазному генератору с заданным линейным напряжением через сопротивления подключены два приемника, соединенные либо в звезду, либо в треугольник. Вследствие аварии произошло замыкание накоротко одного из сопротивлений или разрыв в цепи (на схеме это указано соответствующим рубильником); трехфазная электрическая цепь стала несимметричной.

1. Определить все токи – линейные и фазные – для симметричного и несимметричного режимов.
2. Определить показания ваттметров для несимметричного режима.
3. Построить векторную диаграмму токов и топографическую диаграмму напряжений, на которой должны быть указаны векторы напряжений на всех элементах схемы, для несимметричного режима.

## Методические указания

1. Номер расчетной схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия студента записана в групповом журнале.
2. Числовые данные параметров схем приведены в таблице и выбираются в соответствии с номером схемы.
3. Расчет трехфазной цепи в симметричном режиме сводится к расчету для одной фазы (как правило – для фазы А) и производится аналогично расчету обычной

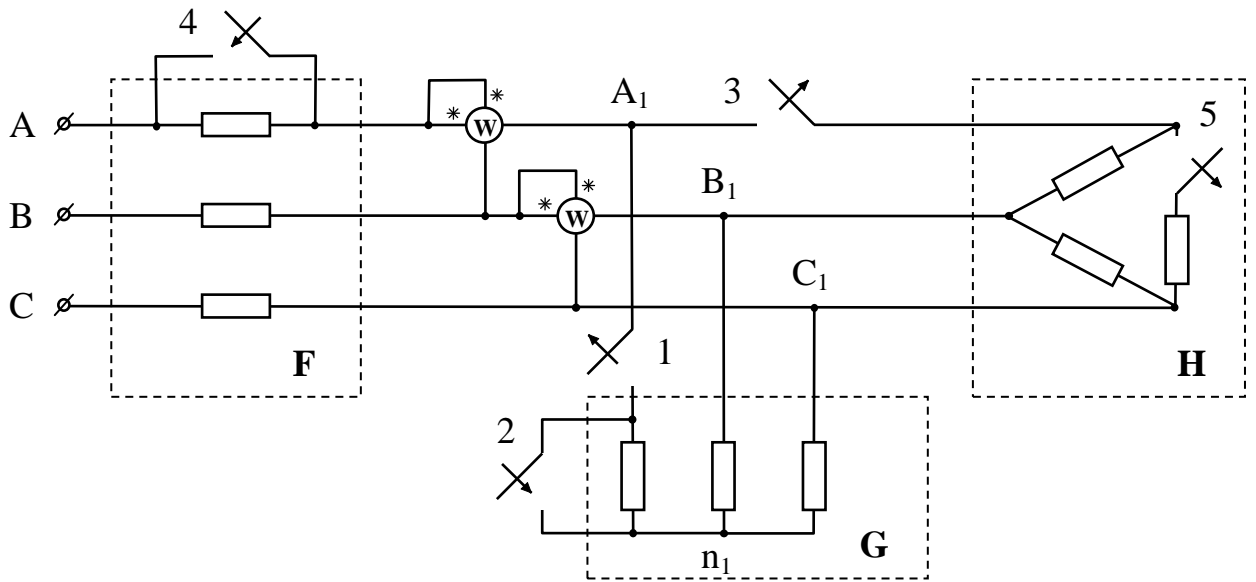
цепи однофазного тока. Все искомые величины в других фазах находятся умножением найденных в фазе А величин на  $e^{\pm j120^\circ}$ .

4. В несимметричном режиме трехфазная цепь рассматривается как разветвленная цепь с тремя источниками и для её расчета применимы методы, используемые при расчете сложных электрических цепей, и прежде всего метод преобразования сопротивлений, метод узловых потенциалов, законы Ома и Кирхгофа.

### Значения параметров схем

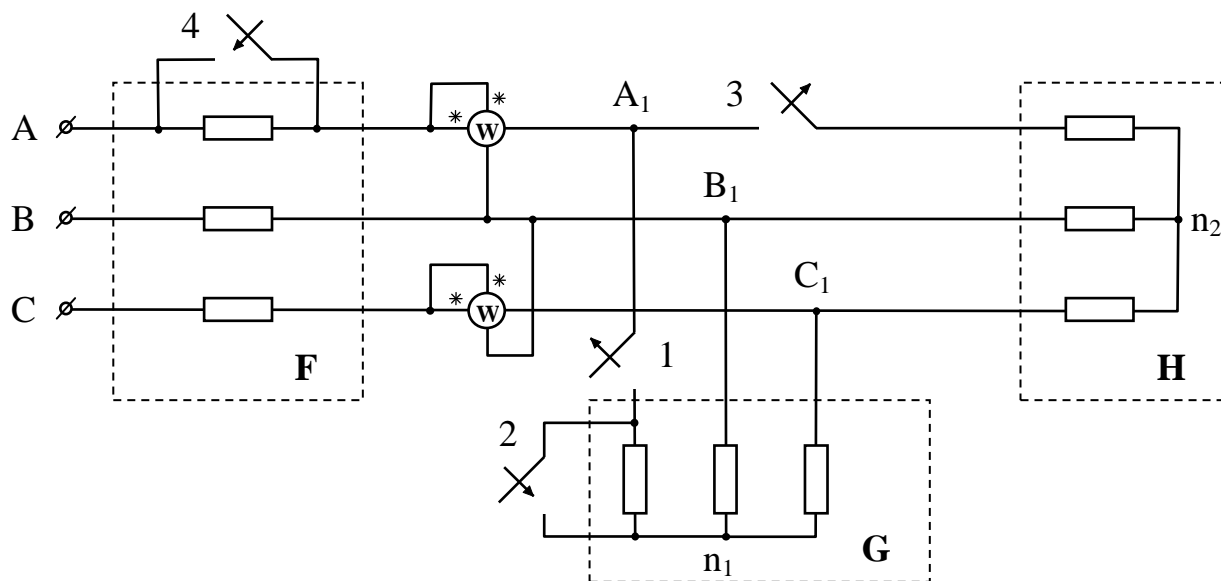
Вариант данных	$U_L,$ В	$R,$ Ом	$X_L,$ Ом	$X_C,$ Ом	$R_1,$ Ом	$X_{L1},$ Ом	$X_{C1},$ Ом	$R_2,$ Ом	$X_{L2},$ Ом	$X_{C2},$ Ом
1	127	1	1	1	5	5	5	6	6	6
2	220	2	2	2	6	6	6	4	4	4
3	380	3	3	3	8	8	8	5	5	5
4	127	3	3	3	4	4	4	6	6	6
5	220	4	4	4	5	5	5	2	2	2
6	380	6	6	6	10	10	10	9	9	9
7	127	2	2	2	5	5	5	8	8	8
8	220	3	3	3	6	6	6	9	9	9
9	380	5	5	5	4	4	4	3	3	3
10	127	4	4	4	6	6	6	8	8	8

### Трёхфазная цепь для схем 1 – 10



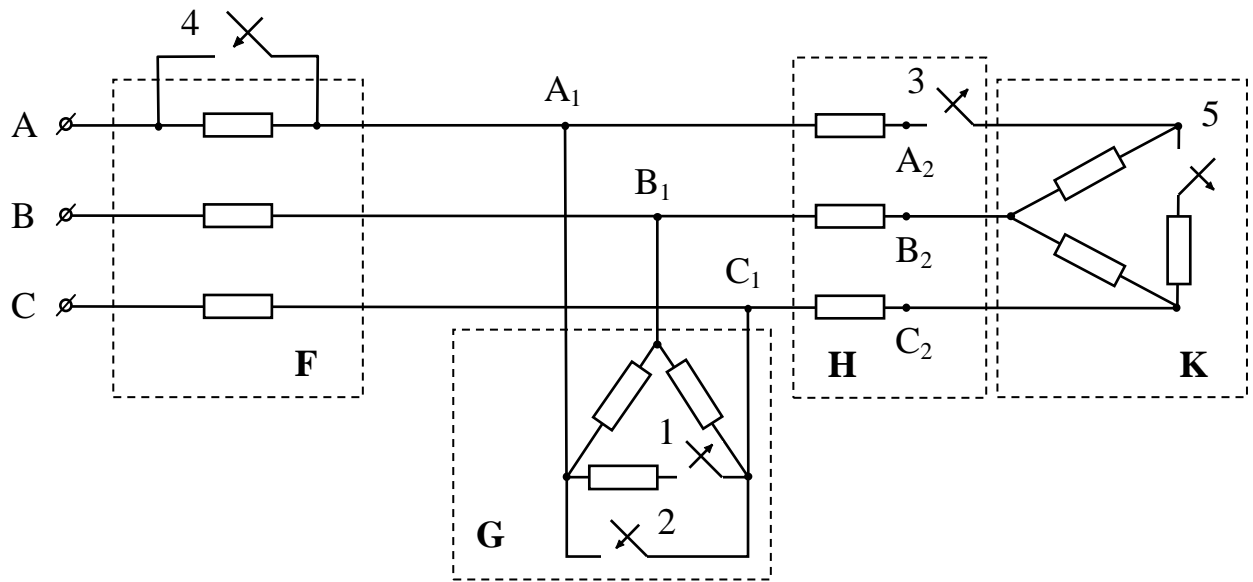
№ схемы	Вариант данных	Рубиль- ники	F	G	H
1	1	1			
2	2	2			
3	3	3			
4	4	4			
5	5	5			
6	6	3			
7	7	1			
8	8	2			
9	9	3			
10	10	4			

### Трехфазная цепь для схем 11 – 20



№ схемы	Вариант данных	Рубиль- ники	F	G	H
11	1	2			
12	2	3			
13	3	4			
14	4	1			
15	5	2			
16	6	3			
17	7	4			
18	8	1			
19	9	2			
20	10	3			

### Трехфазная цепь для схем 21 – 30



№ схемы	Вариант данных	Рубиль- ники	F	G	H	K
21	1	1		$X_{L1}$		$X_{C2}$
22	2	2		$X_{C1}$		$X_{L2}$
23	3	3		$X_{L1}$ $R_1$	$X_{C2}$	$X_{C2}$
24	4	4	$X_L$	$R_1$		$X_{C2}$
25	5	5	$X_L$	$X_{C1}$		$X_{L2}$
26	6	3	$X_L$	$X_{C1}$ $R_1$		$R_2$
27	7	1	$X_C$	$X_{L1}$		$X_{C2}$
28	8	2	$X_C$	$R_1$		$X_{L2}$
29	9	3	$X_C$	$X_{C1}$ $R_1$	$X_{L2}$	$X_{L2}$
30	10	4		$X_{C1}$		$R_2$

## Пример выполнения расчета

Схема рассчитываемой электрической цепи (рис. 1):

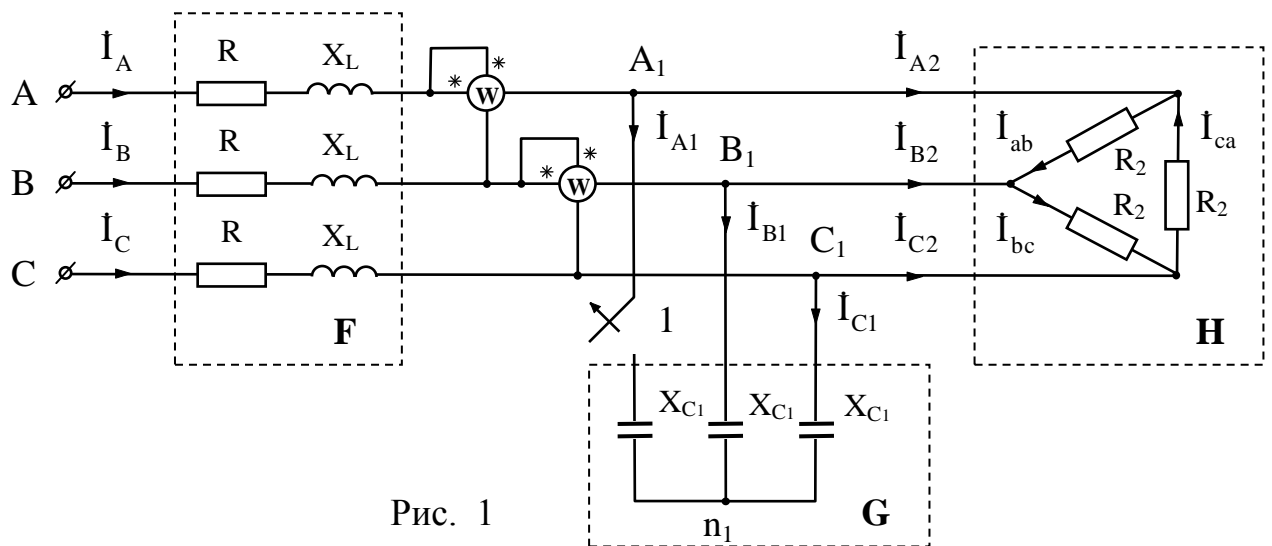


Рис. 1

Параметры цепи:  $U_{л} = 220 \text{ В}$ ;  $R = X_L = 3 \text{ Ом}$ ;  $X_{C1} = 6 \text{ Ом}$ ;  $R_2 = 9 \text{ Ом}$ .

### 1. Симметричный режим

Схема симметричной трехфазной цепи с выбранными направлениями определяемых токов показана на рис. 2.

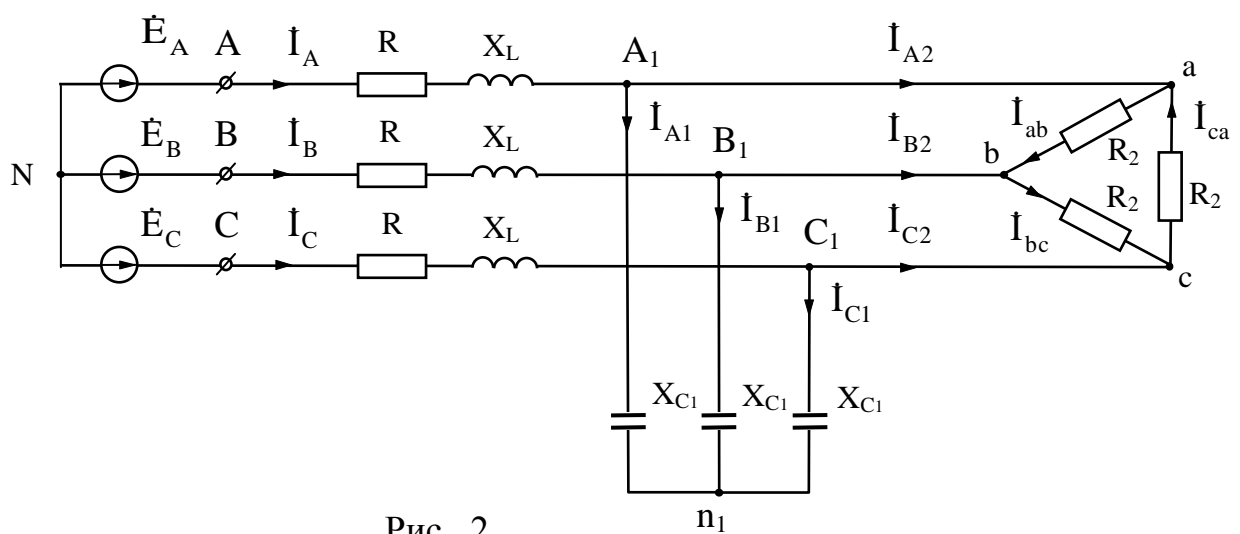


Рис. 2



Запишем необходимые для дальнейших расчетов величину фазного напряжения  $U_\phi$  и комплексных значений фазных ЭДС  $\dot{E}_A, \dot{E}_B, \dot{E}_C$ :  $U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В}$ ,  $U_\phi = U_\Delta / \sqrt{3} = 220 / \sqrt{3} = 127 \text{ В}$ .

$$\dot{E}_A = U_\phi e^{j0^\circ} = 127 \text{ В},$$

$$\dot{E}_B = U_\phi e^{-j120^\circ} = 127 e^{-j120^\circ} = -63,5 - j110 \text{ В},$$

$$\dot{E}_C = U_\phi e^{j120^\circ} = 127 e^{j120^\circ} = -63,5 + j110 \text{ В}.$$

Нагрузку, соединенную треугольником (блок Н), преобразуем в звезду с элементами

$$R_2^* = \frac{R_2 \cdot R_2}{R_2 + R_2 + R_2} = \frac{9}{3} = 3 \text{ Ом (см. рис. 3)}.$$

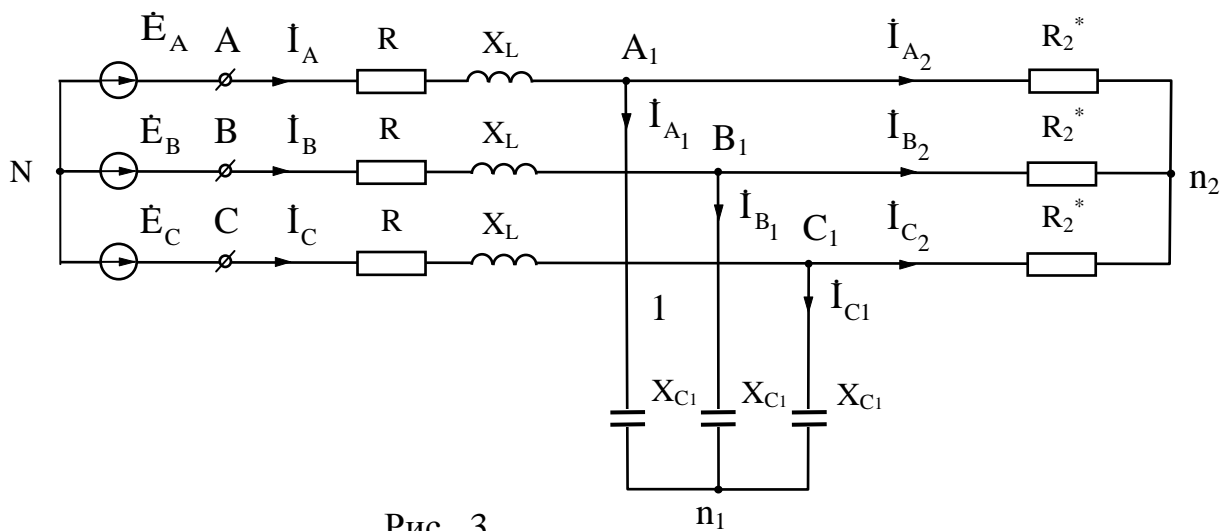


Рис. 3

При симметричной нагрузке потенциалы узлов  $N$ ,  $n_1$  и  $n_2$  одинаковы. Примем  $\phi_N = \phi_{n_1} = \phi_{n_2} = 0$ . Рассчитываем токи и напряжения в одной фазе – фазе А. Все токи и напряжения в других фазах определяем умножением величин токов и напряжений, полученных в фазе А, на  $e^{\pm j120^\circ}$ .

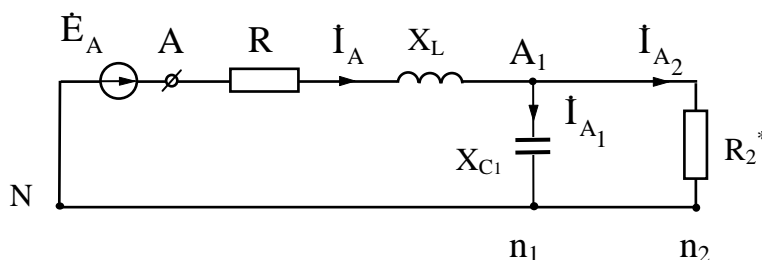


Рис. 4

На рис. 4 изображена схема для фазы А с выбранными направлениями токов.

Параллельное соединение  $X_{C1}$  и  $R_2^*$  заменим на  $\underline{Z}_3$ :

$$\underline{Z}_\ominus = \frac{R_2^*(-jX_{C1})}{R_2^* - jX_{C1}} = \frac{3(-j6)}{3 - j6} = 2,4 - j1,2 = 2,7e^{-j26,6^\circ} \text{ Ом.} \quad \text{Применив второй закон}$$

Кирхгофа, определим ток  $\underline{I}_A$  :

$$\underline{I}_A = \frac{\underline{E}_A}{R + jX_L + \underline{Z}_\ominus} = \frac{127}{3 + j3 + 2,4 - j1,2} = \frac{127}{5,7e^{j18,4^\circ}} = 21,17 - j7,05 = 22,3e^{-j18,4^\circ} \text{ А.}$$

Определим напряжение  $\underline{U}_{A_1n_1}$  на параллельных ветвях (рис. 4) :

$$\underline{U}_{A_1n_1} = \phi_{A_1} = \underline{Z}_\ominus \underline{I}_A = 2,7e^{-j26,6^\circ} \cdot 22,3e^{-j18,4^\circ} = 60,2e^{-j45^\circ} = 42,57 - j42,57 \text{ В; по закону}$$

$$\text{Ома:} \quad \underline{I}_{A_1} = \frac{\phi_{A_1}}{-jX_{C_1}} = \frac{60,2e^{-j45^\circ}}{6e^{-j90^\circ}} = 10e^{j45^\circ} \text{ А,} \quad \underline{I}_{A_2} = \frac{\phi_{A_1}}{R_2^*} = \frac{60,2e^{-j45^\circ}}{3} = 20e^{-j45^\circ} \text{ А.}$$

Запишем значения токов, напряжений и потенциалов узлов в фазах В и С:

$$\underline{I}_B = \underline{I}_A e^{-j120^\circ} = 22,3e^{-j138,4^\circ} = -16,7 - j14,68 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{B_1} = \underline{I}_{A_1} e^{-j120^\circ} = 10e^{-j75^\circ} = 2,59 - j9,65 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{B_2} = \underline{I}_{A_2} e^{-j120^\circ} = 20e^{-j165^\circ} = -19,31 - j5,18 \text{ А.}$$

$$\phi_{B_1} = \phi_{A_1} e^{-j120^\circ} = 60,2e^{-j165^\circ} = -58,15 - j5,58 \text{ В.}$$

$$\underline{I}_C = \underline{I}_A e^{j120^\circ} = 22,3e^{j101,6^\circ} = -4,475 + j21,74 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{C_1} = \underline{I}_{A_1} e^{j120^\circ} = 10e^{j165^\circ} = -9,645 + j2,585 \text{ А,}$$

$$\underline{I}_{C_2} = \underline{I}_{A_2} e^{j120^\circ} = 20e^{j75^\circ} = 5,17 + j19,31 \text{ А.}$$

$$\phi_{C_1} = \phi_{A_1} e^{j120^\circ} = 60,2e^{j75^\circ} = 15,58 + j58,15 \text{ В.}$$

Для определения токов  $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$  вычислим напряжение  $\underline{U}_{ab}$  на элементе  $R_2$ .

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{A_1B_1} = \phi_{A_1} - \phi_{B_1} = 42,57 - j42,57 + 58,15 + j15,58 = 100,72 - j27 = 104e^{-j15^\circ} \text{ В,}$$

$$\underline{I}_{ab} = \frac{\underline{U}_{ab}}{R_2} = \frac{104e^{-j15^\circ}}{9} = 11,5e^{-j15^\circ} = 11,19 - j3 \text{ А;}$$

$$\underline{I}_{bc} = \underline{I}_{ab} e^{-j120^\circ} = 11,5e^{-j135^\circ} = -8,2 - j8,19 \text{ А; } \underline{I}_{ca} = \underline{I}_{ab} e^{j120^\circ} = 11,5e^{j105^\circ} = -3 + j11,2 \text{ А.}$$

## 2. Расчет трехфазной цепи для несимметричного режима

Схема с несимметричной нагрузкой (разомкнут рубильник 1 на схеме рис.1) с выбранными направлениями токов изображена на рис. 5.

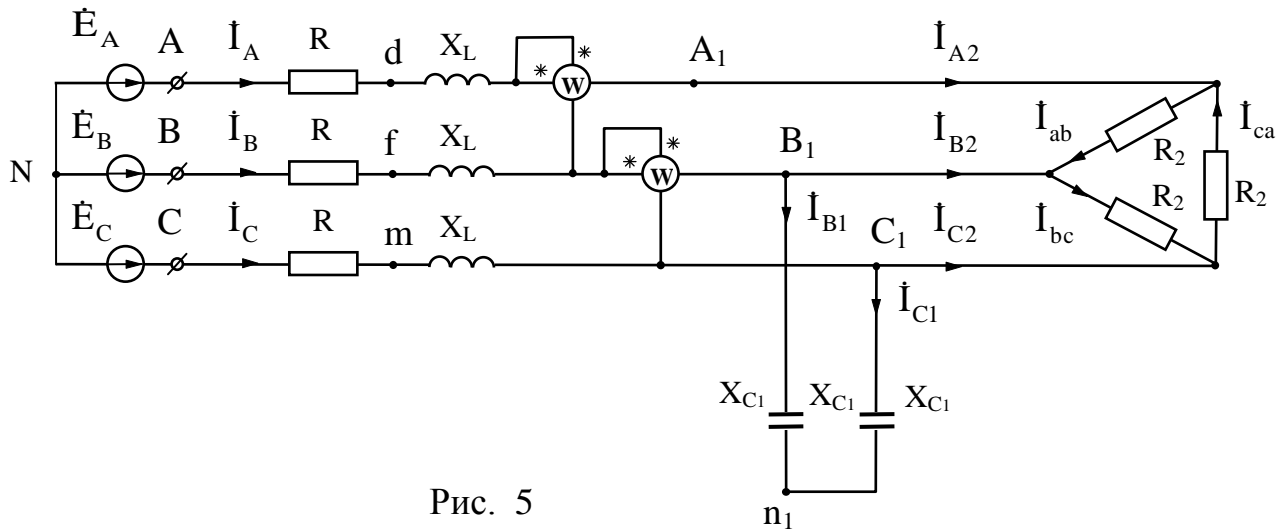


Рис. 5

### 1.2 Определение токов и напряжений

Преобразуем схему рис. 5. Сначала объединим параллельные ветви с элементами  $R_2$  и  $2X_{C2}$  (рис. 6):

$$\underline{Z}_{\Delta} = \frac{R_2(-j2X_{C1})}{R_2 - j2X_{C1}} = \frac{9 \cdot (-j12)}{9 - j12} = R_{\Delta} - jX_{C\Delta} = 5,8 - j4,32 = 7,23e^{-j36,7^\circ} \text{ Ом } R .$$

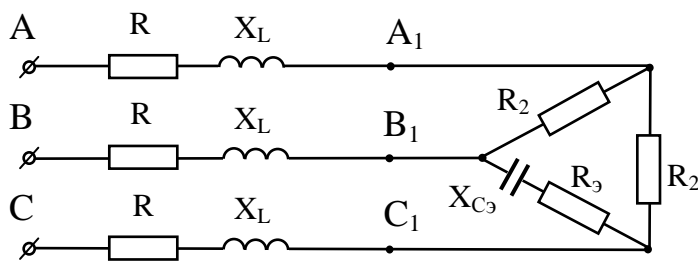


Рис. 6

Затем перейдем от треугольника сопротивлений  $R_2$ ,  $\underline{Z}_{\Delta}$ ,  $R_2$  к звезде сопротивлений:

$$\underline{Z}_{A1} = \frac{R_2 R_2}{R_2 + R_2 + \underline{Z}_{\Delta}} = \frac{9 \cdot 9}{9 + 9 + 5,8 - j4,32} = 3,29 + j0,6 = 3,35e^{j10^\circ} \text{ Ом } ,$$

$$\underline{Z}_{B1} = \frac{R_2 \underline{Z}_{\Delta}}{R_2 + R_2 + \underline{Z}_{\Delta}} = \frac{9 \cdot (5,8 - j4,320)}{23,8 - j4,32} = 2,4 - j1,2 = 2,7e^{-j26,7^\circ} \text{ Ом } ,$$

$$\underline{Z}_{C1} = \frac{R_2 \underline{Z}_{\Delta}}{R_2 + R_2 + \underline{Z}_{\Delta}} = \underline{Z}_{B1} = 2,4 - j1,2 = 2,7e^{-j26,7^\circ} \text{ Ом}$$

Расчетная схема имеет вид (рис. 7)

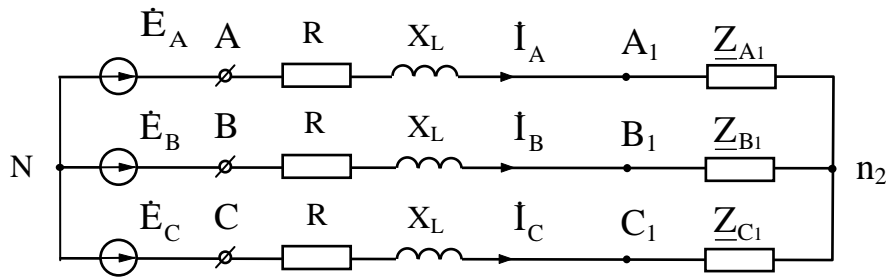


Рис. 7

Вычислим комплексные сопротивления каждой фазы.

$$\underline{Z}_A = R + jX_L + \underline{Z}_{A1} = 3 + j3 + 3,29 + j0,6 = 6,29 + j3,6 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_B = R + jX_L + \underline{Z}_{B1} = 3 + j3 + 2,4 - j1,2 = 5,4 + j1,8 \text{ Ом},$$

$$\underline{Z}_C = R + jX_L + \underline{Z}_{C1} = \underline{Z}_B = 5,4 + j1,8 \text{ Ом}.$$

Примем значение  $\phi_N = 0$ . Определим смещение нейтрали  $\phi_{n_2}$ :

$$\phi_{n_2} (\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C) = \dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C, \text{ где}$$

$$\underline{Y}_A = \frac{1}{\underline{Z}_A} = \frac{1}{6,29 + j3,6} = 0,12 - j0,07 \text{ См}, \quad \underline{Y}_B = \frac{1}{\underline{Z}_B} = \frac{1}{5,4 + j1,8} = 0,17 - j0,055 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_C = \underline{Y}_B = 0,17 - j0,055 \text{ См};$$

$$\phi_{n_2} = \frac{\dot{E}_A \underline{Y}_A + \dot{E}_B \underline{Y}_B + \dot{E}_C \underline{Y}_C}{\underline{Y}_A + \underline{Y}_B + \underline{Y}_C} =$$

$$= \frac{127(0,12 - j0,07) + (-63,5 - j110)(0,17 - j0,055) + (-63,5 + j110)(0,17 - j0,055)}{0,12 - j0,07 + 0,17 - j0,055 + 0,17 - j0,055} =$$

$$= -10,34 - j8 \text{ В}. \text{ Определим токи } \underline{I}_A, \underline{I}_B \text{ и } \underline{I}_C$$

по обобщенному закону Ома:

$$\phi_{n_2} = -\underline{I}_A \underline{Z}_A + \dot{E}_A,$$

$$\underline{I}_A = (\dot{E}_A - \phi_{n_2}) \underline{Y}_A = (127 + 10,34 + j8)(0,12 - j0,07) = 17,04 - j8,65 \text{ А};$$

$$\phi_{n_2} = -\underline{I}_B \underline{Z}_B + \dot{E}_B,$$

$$\underline{I}_B = (\dot{E}_B - \phi_{n_2}) \underline{Y}_B = (-63,5 - j110 + 10,34 + j8)(0,17 - j0,055) = -14,54 - j14,42 \text{ А};$$

$$\phi_{n_2} = -\underline{I}_C \underline{Z}_C + \dot{E}_C,$$

$$\dot{I}_C = (\dot{E}_C - \phi_{n_2}) \underline{Y}_C = (-63,5 + j110 + 10,34 + j8)(0,17 - j0,055) = -2,54 + j22,98 \text{ A}.$$

Проверим точность расчета токов по первому закону Кирхгофа:

$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = 0$ . Подставим числовые значения. Получим:

$$17,04 - j8,65 - 14,54 - j14,42 - 2,54 + j22,98 = -0,04 - j0,09 \cong 0$$

Определим токи  $\dot{I}_{ab}$ ,  $\dot{I}_{bc}$ ,  $\dot{I}_{ca}$  (рис. 5), для чего найдем напряжения

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{A_1B_1} = \phi_{A_1} - \phi_{B_1}, \quad \dot{U}_{bc} = \dot{U}_{B_1C_1} = \phi_{B_1} - \phi_{C_1}, \quad \dot{U}_{ca} = \dot{U}_{C_1A_1} = \phi_{C_1} - \phi_{A_1},$$

где потенциалы точек  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$  определим по формулам:

$$\phi_{A_1} - \phi_{n_2} = \underline{Z}_{A_1} \dot{I}_A, \quad \phi_{B_1} - \phi_{n_2} = \underline{Z}_{B_1} \dot{I}_B, \quad \phi_{C_1} - \phi_{n_2} = \underline{Z}_{C_1} \dot{I}_C, \quad \text{откуда}$$

$$\phi_{A_1} = \underline{Z}_{A_1} \dot{I}_A + \phi_{n_2} = (3,29 + j0,6)(17,04 - j8,65) - 10,34 - j8 = 50,91 - j26,23 \text{ В};$$

$$\phi_{B_1} = \underline{Z}_{B_1} \dot{I}_B + \phi_{n_2} = (2,4 - j1,2)(-14,54 - j14,42) - 10,34 - j8 = -62,93 - j25,18 \text{ В},$$

$$\phi_{C_1} = \underline{Z}_{C_1} \dot{I}_C + \phi_{n_2} = (2,4 - j1,2)(-2,54 + j22,98) - 10,34 - j8 = 11,1 + j50,43 \text{ В}.$$

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\phi_{A_1} - \phi_{B_1}}{R_2} = \frac{50,91 - j26,23 + 62,93 + j25,18}{9} = 12,65 - j0,13 \text{ A},$$

$$\dot{I}_{bc} = \frac{\phi_{B_1} - \phi_{C_1}}{R_2} = \frac{-62,93 - j25,18 - 11,1 - j50,43}{9} = -8,23 - j8,4 \text{ A},$$

$$\dot{I}_{ca} = \frac{\phi_{C_1} - \phi_{A_1}}{R_2} = \frac{11,1 + j50,43 - 50,91 + j26,23}{9} = -4,42 + j8,52 \text{ A}.$$

Определим токи  $\dot{I}_{A_1}$ ,  $\dot{I}_{B_1}$  и  $\dot{I}_{C_1}$  (рис. 5). Так как рубильник 1 разомкнут, то  $\dot{I}_{A_1} = 0$ .

$$\dot{I}_{B_1} = -\dot{I}_{C_1} = \frac{\phi_{B_1} - \phi_{C_1}}{-j2X_{C_1}} = \frac{-74 - j75,61}{-j12} = 6,3 - j6,17 \text{ A}.$$

Токи  $\dot{I}_{A_2}$ ,  $\dot{I}_{B_2}$  и  $\dot{I}_{C_2}$  определим из уравнений, составленных по первому закону

Кирхгофа для узлов a, b, c (либо для точек  $A_1$ ,  $B_1, C_1$ ):

$$\dot{I}_{A_2} = \dot{I}_{ab} - \dot{I}_{ca} = \dot{I}_A - \dot{I}_{A_1} = 12,65 - j0,13 + 4,42 - j8,52 = \dot{I}_A = 17,07 - j8,65 \text{ A},$$

$$\dot{I}_{B_2} = \dot{I}_{bc} - \dot{I}_{ab} = \dot{I}_B - \dot{I}_{B_1} = -8,23 - j8,4 - 12,65 + j0,13 = -20,88 - j8,53 \text{ A},$$

$$\dot{I}_{C_2} = \dot{I}_{ca} - \dot{I}_{bc} = \dot{I}_C - \dot{I}_{C_1} = -4,42 + j8,52 + 8,23 + j8,4 = 3,8 + j16,9 \text{ A}.$$

## 2.2 Показания ваттметров

Определим показание ваттметра, включенного в фазу А, по формуле

$P_1 = \operatorname{Re} \{ \dot{U}_{A_1 B_1} I_A^* \}$ , где  $\dot{U}_{A_1 B_1} = \phi_{A_1} - \phi_{B_1}$  - комплексное напряжение на зажимах ваттметра,  $I_A^*$  - комплексно сопряженный ток фазы А и токовой обмотки ваттметра. Направления напряжения и тока одинаково ориентированы относительно звездочек, указанных на схеме ваттметра (рис. 5).

Подставим известные численные значения в формулу для  $P_1$ :

$$P_1 = \operatorname{Re} \{ (113,84 - j1,17)(17,04 + j8,65) \} = 1950 \text{ Вт}.$$

Аналогично определяем показание ваттметра, включенного в фазу В, (рис. 5):

$$P_2 = \operatorname{Re} \{ \dot{U}_{B_1 C_1} I_B^* \} = \operatorname{Re} \{ (-74,02 - j75,61)(-14,64 + j14,42) \} = 2174 \text{ Вт}.$$

## 3.2. Векторная диаграмма токов и топографическая диаграмма напряжений

Направления осей (вещественной –  $\operatorname{Re}$ , мнимой –  $\operatorname{Im}$ ) комплексной плоскости показаны на рис. 8. Масштаб для тока  $m_i = 3 \text{ А/см}$ , для напряжения –  $m_U = 10 \text{ В/см}$ .

Векторы токов строим по вещественным и мнимым значениям:

$$\begin{aligned} I_A &= 17,04 - j8,65 \text{ А}, & I_B &= -14,54 - j14,42 \text{ А}, & I_C &= -2,54 + j22,98 \text{ А}, \\ I_{A_1} &= 0, & I_{B_1} &= 6,3 - j6,17 \text{ А}, & I_{C_1} &= -6,3 + j6,17 \text{ А}, \\ I_{A_2} &= 17,04 - j8,65 \text{ А}, & I_{B_2} &= -20,94 - j8,25 \text{ А}, & I_{C_2} &= 3,8 + j16,92 \text{ А}, \\ I_{ab} &= 12,65 - j0,13 \text{ А}, & I_{bc} &= -8,23 - j8,4 \text{ А}, & I_{ca} &= -4,42 + j8,52 \text{ А}. \end{aligned}$$

Топографическую диаграмму напряжений строим по вещественным и мнимым значениям комплексных потенциалов точек цепи (рис. 8). Потенциалы точек N, А, В, С, А<sub>1</sub>, В<sub>1</sub> и С<sub>1</sub> известны и равны соответственно:  $\phi_N = 0$ ,

$$\phi_A = \dot{E}_A = 127 \text{ В}, \quad \phi_B = \dot{E}_B = -63,5 - j110 \text{ В}, \quad \phi_C = \dot{E}_C = -63,5 + j110 \text{ В},$$

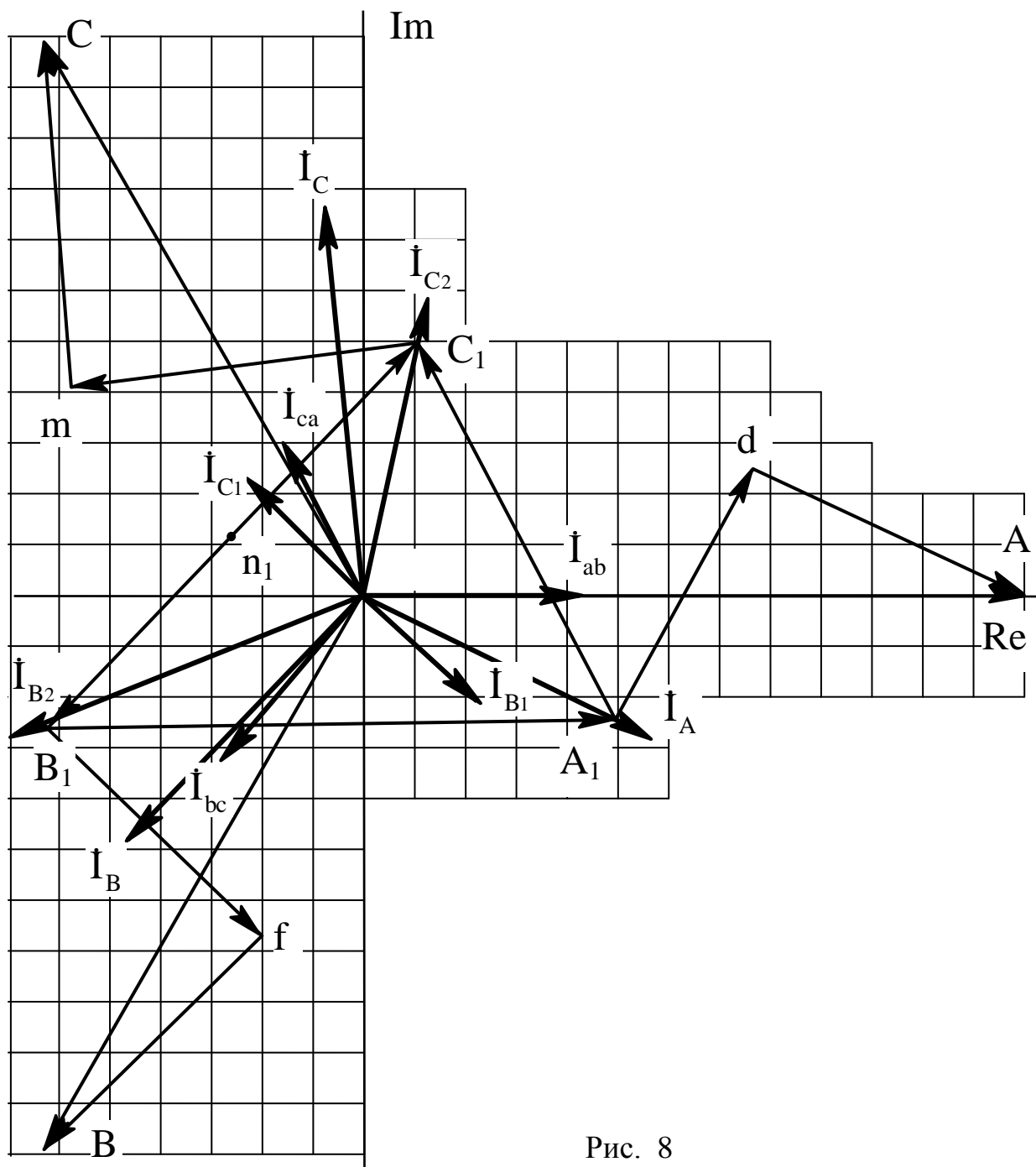


Рис. 8

$$\varphi_{A_1} = \varphi_a = 50,9 - j26,23 \text{ В}, \quad \varphi_{B_1} = \varphi_b = -62,9 - j25,2 \text{ В}, \quad \varphi_{C_1} = \varphi_c = 11 + j50,4 \text{ В}.$$

Потенциалы точек d, f, m и n<sub>1</sub> найдем по формулам:

$$\varphi_A - \varphi_d = R\dot{I}_A, \quad \varphi_d = \varphi_A - R\dot{I}_A = 127 - 3(17,04 - j8,65) = 75,9 + j26 \text{ В};$$

$$\varphi_B - \varphi_f = R\dot{I}_B, \quad \varphi_f = \varphi_B - R\dot{I}_B = -63,5 - j110 - 3(-14,54 - j14,42) = -20,9 - j66,7 \text{ В};$$

$$\varphi_C - \varphi_m = R\dot{I}_C, \quad \varphi_m = \varphi_C - R\dot{I}_C = -63,5 + j110 - 3(-2,5 + j23) = -56 + j41,4 \text{ В};$$

$$\phi_{B_1} - \phi_{n_1} = (-jX_{C_1})I_{B_1},$$

$$\phi_{n_1} = \phi_{B_1} - (-jX_{C_1})I_{B_1} = -62,9 - j25,2 + j6(6,3 - j6,2) = -25,9 + j12,6 \text{ В.}$$

Положительное напряжение на каждом элементе схемы указано на топографической диаграмме стрелкой.

### Контрольные вопросы

1. Каково соотношение между линейным и фазным напряжением ?
2. Поясните понятие симметричного и несимметричного режима трехфазной цепи.
3. Как рассчитывают токи и напряжения для симметричного режима ?
4. По каким формулам рассчитывают токи и напряжения для несимметричного режима в схеме «звезда без нулевого провода» ?
5. Что обозначает термин «смещение нейтрали потребителей», когда и почему возникает такой режим ?
6. Как определить показание ваттметра, включенного в схему ?



## ТИПОВОЙ РАСЧЕТ

# «ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ В ЛИНЕЙНЫХ ЦЕПЯХ С СОСРЕДОТОЧЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ»

### Содержание работы

ЭДС источников напряжения и токи источников тока изменяются гармонически с угловой частотой  $\omega = 1000$  рад/с, имея амплитуды соответственно  $E_m = 100$  В и  $J_m = 10$  А.

В заданный момент времени происходит коммутация – включение или отключение участка схемы, указанная на схеме стрелкой. До коммутации режим цепей установившийся.

Для возникшего переходного процесса требуется:

1. Определить классическим методом ток в одной из ветвей схемы, не содержащей индуктивности и источника энергии.
2. Определить тот же ток, что и в п.1, проводя расчет его свободной составляющей операторным методом.
3. Построить кривую найденной зависимости  $i(t)$ , причем масштаб времени следует выбрать так, чтобы изменение свободной составляющей тока было видно на протяжении достаточно большого отрезка оси абсцисс.

### Методические указания

1. Коммутация в схеме происходит в момент времени, когда ЭДС или ток источника имеет заданное мгновенное значение ( $e(0) = k \cdot E_m$  или  $j(0) = k \cdot J_m$ ) и заданный знак скорости изменения. Коэффициент  $k$  и знак скорости изменения задается для каждой схемы.

2. Номер схемы соответствует порядковому номеру, под которым фамилия студента записана в групповом журнале.

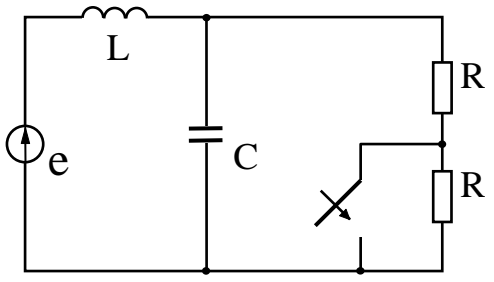
3. Числовые данные параметров схемы приведены в таблице и выбираются в соответствии с номером группы и буквенного индекса (вариант **А**, **Б** или **В**), указанного на каждой схеме.

### Значения параметров схем

№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф	№ группы	Вариант	R, Ом	L, Гн	C, Ф
1	А	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$	8	А	10	$3 \cdot 10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$
	Б	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-5}$		Б	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/4 \cdot 10^{-5}$
	В	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$10^{-4}$		В	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
2	А	5	$10^{-2}$	$1/18 \cdot 10^{-3}$	9	А	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$1/18 \cdot 10^{-3}$
	Б	5	$10^{-2}$	$10^{-4}$		Б	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
	В	5	$10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$		В	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-5}$
3	А	5	$15 \cdot 10^{-3}$	$1/12 \cdot 10^{-3}$	10	А	20	$4 \cdot 10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$
	Б	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$		Б	20	$8 \cdot 10^{-2}$	$5 \cdot 10^{-5}$
	В	5	$5 \cdot 10^{-2}$	$2,5 \cdot 10^{-5}$		В	20	$8 \cdot 10^{-2}$	$10^{-4}$
4	А	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/9 \cdot 10^{-3}$	11	А	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$1/9 \cdot 10^{-4}$
	Б	10	$10^{-2}$	$1/2 \cdot 10^{-4}$		Б	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$
	В	10	$10^{-2}$	$1/2 \cdot 10^{-4}$		В	25	$5 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-5}$
5	А	10	$10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$	12	А	5	$20 \cdot 10^{-3}$	$1/12 \cdot 10^{-3}$
	Б	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/2 \cdot 10^{-4}$		Б	5	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/5 \cdot 10^{-3}$
	В	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$10^{-4}$		В	10	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$
6	А	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$	13	А	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$2/36 \cdot 10^{-3}$
	Б	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$10^{-4}$		Б	10	$10^{-2}$	$0,25 \cdot 10^{-4}$
	В	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$2 \cdot 10^{-4}$		В	10	$2 \cdot 10^{-2}$	$10^{-4}$
7	А	5	$5 \cdot 10^{-3}$	$1/36 \cdot 10^{-3}$	14	А	10	$10^{-2}$	$5/36 \cdot 10^{-4}$
	Б	25	$5 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-5}$		Б	10	$4 \cdot 10^{-2}$	$10^{-4}$
	В	10	$0,5 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$		В	20	$2 \cdot 10^{-2}$	$5/2 \cdot 10^{-5}$

1

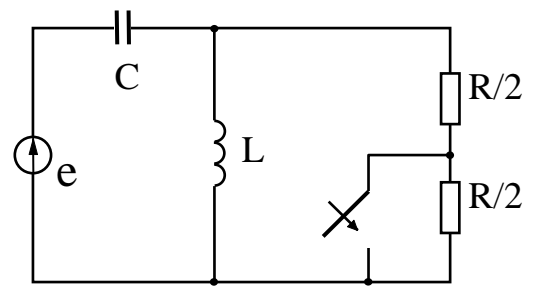
Вариант А



$k = 0,5 ; \quad de/dt > 0$

2

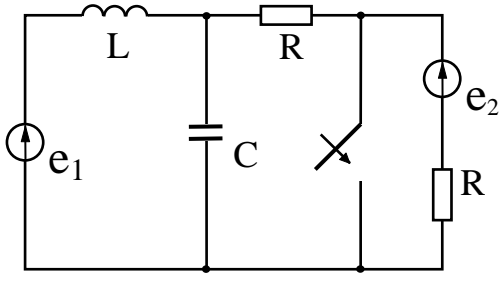
Вариант В



$k = \sqrt{3}/2 ; \quad de/dt < 0$

3

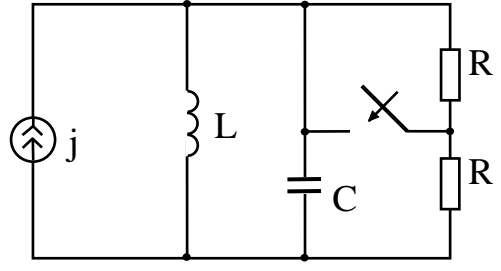
Вариант Б



$e_1 = e_2 ; \quad k = \sqrt{3}/2 ; \quad de/dt > 0$

4

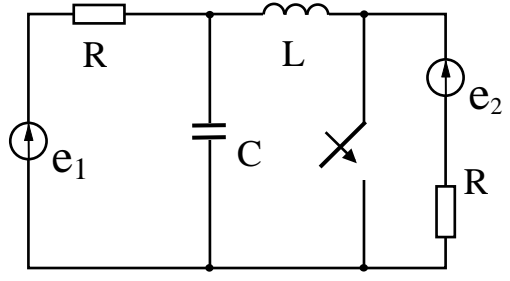
Вариант Б



$k = 1/\sqrt{2} ; \quad dj/dt > 0$

5

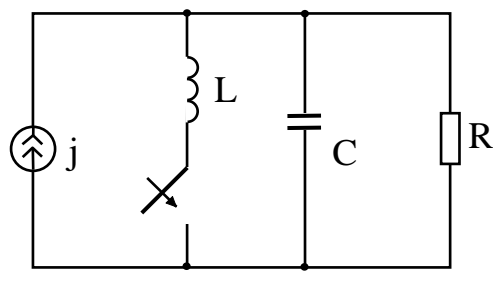
Вариант Б



$e_1 = e_2 ; \quad k = 0,5 ; \quad de/dt > 0$

6

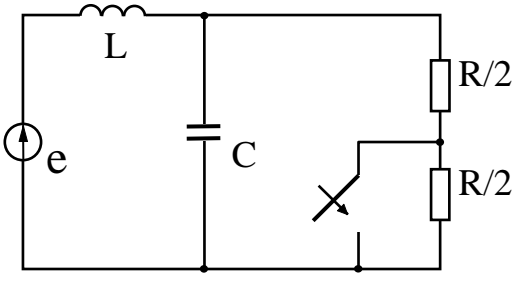
Вариант А



$k = \sqrt{3}/2 ; \quad dj/dt > 0$

7

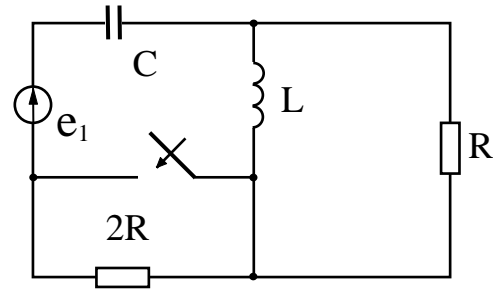
Вариант Б



$k = 0,5 ; \quad de/dt > 0$

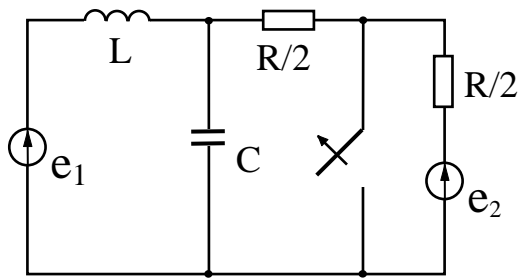
8

Вариант А



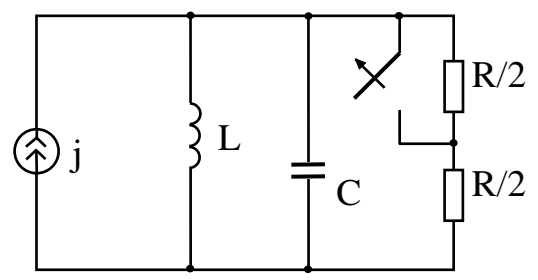
$k = 0,5 ; \quad de/dt > 0$

9 Вариант В



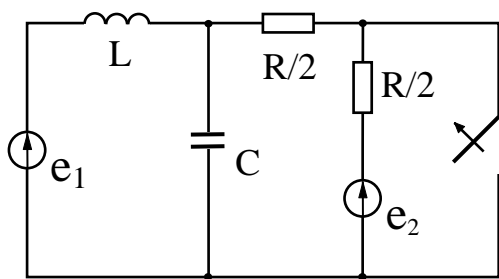
$e_1 = e_2; k = \sqrt{3}/2; de/dt > 0$

10 Вариант В



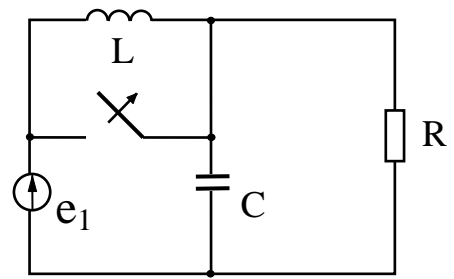
$k = -1/2; dj/dt < 0$

11 Вариант А



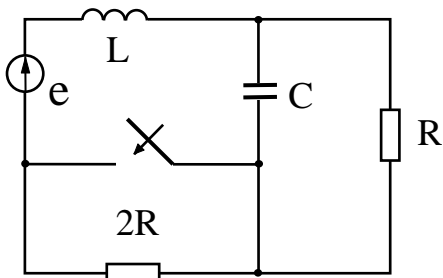
$e_1 = e_2; k = 1/2; de/dt < 0$

12 Вариант В



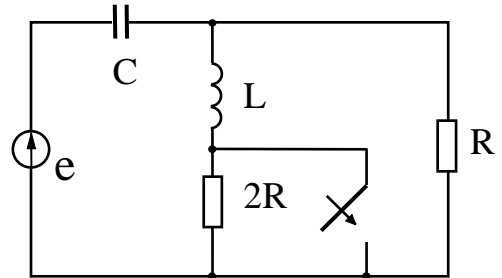
$k = 1/2; de/dt > 0$

13 Вариант В



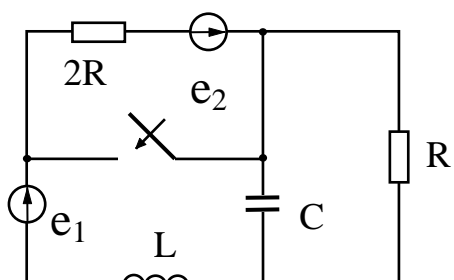
$e_1 = e_2; k = -0,5; de/dt > 0$

14 Вариант Б



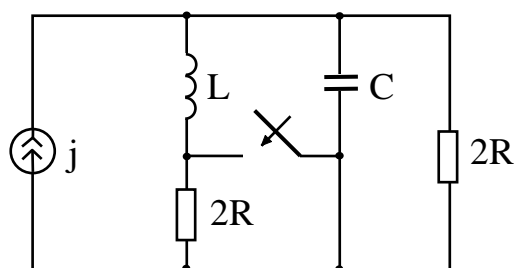
$k = \sqrt{3}/2; de/dt < 0$

15 Вариант А



$e_1 = e_2; k = -\sqrt{3}/2; de/dt > 0$

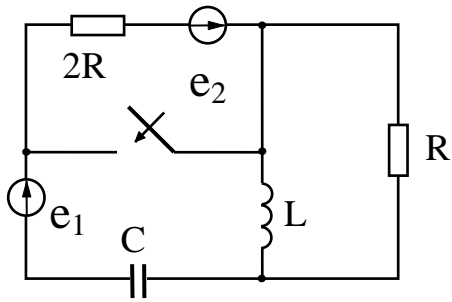
16 Вариант А



$k = 0,5; dj/dt > 0$

17

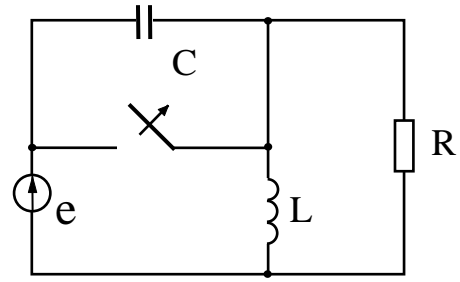
Вариант Б



$$e_1 = e_2; \quad k = -1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

18

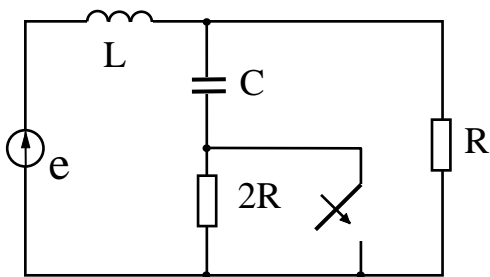
Вариант Б



$$k = -0,5; \quad de/dt < 0$$

19

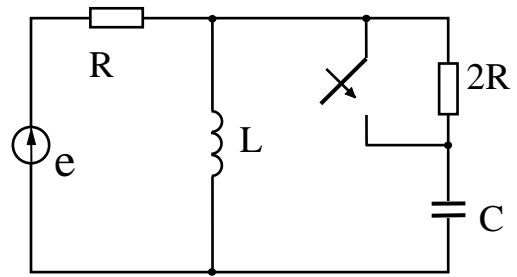
Вариант А



$$k = -0,5; \quad de/dt < 0$$

20

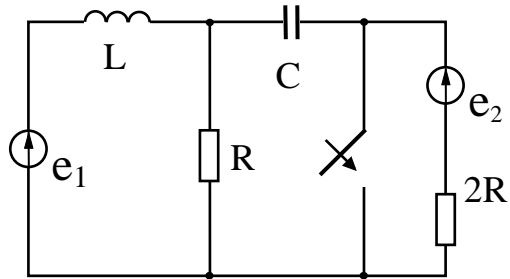
Вариант Б



$$k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

21

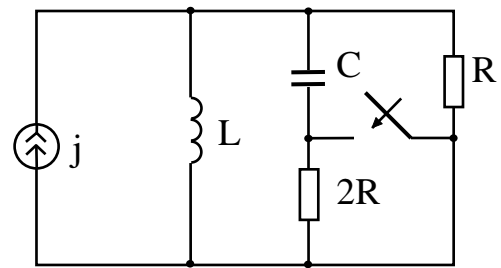
Вариант Б



$$e_1 = e_2; \quad k = -\sqrt{3}/2; \quad de/dt > 0$$

22

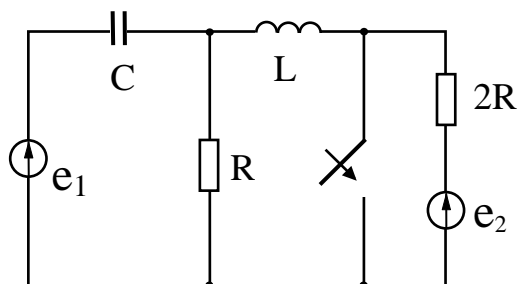
Вариант Б



$$k = 0,5; \quad dj/dt < 0$$

23

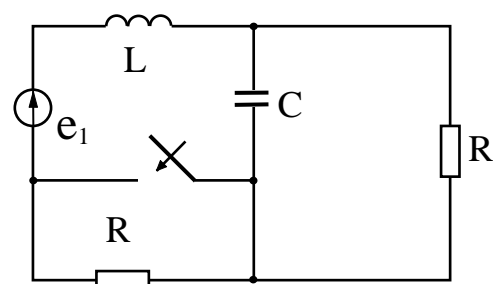
Вариант Б



$$e_1 = e_2; \quad k = -1/\sqrt{2}; \quad de/dt < 0$$

24

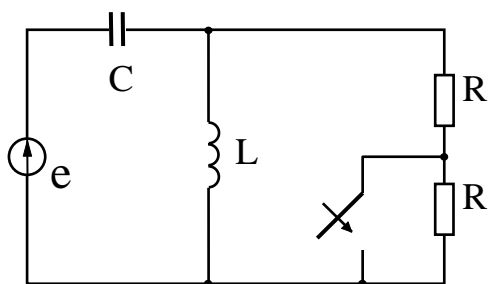
Вариант Б



$$k = 0,5; \quad de/dt < 0$$

25

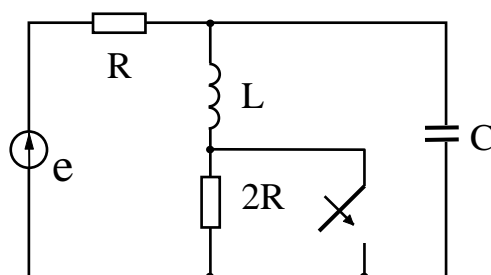
Вариант Б



$$k = \sqrt{3}/2; \quad de/dt > 0$$

26

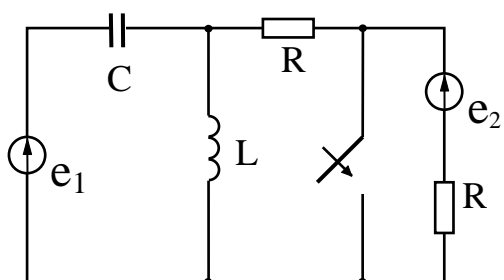
Вариант А



$$k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

27

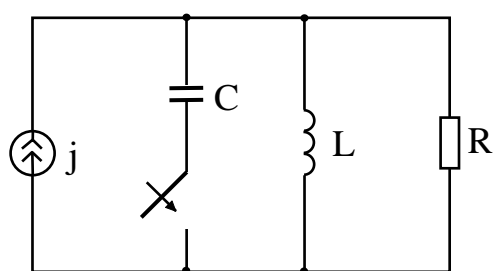
Вариант В



$$e_1 = e_2; \quad k = 1/\sqrt{2}; \quad de/dt > 0$$

28

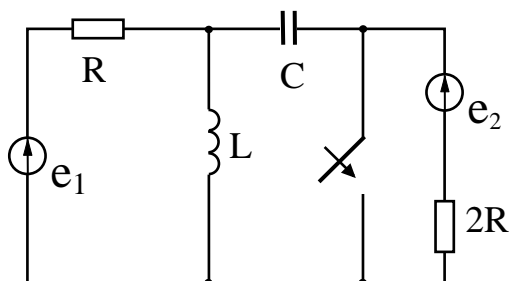
Вариант В



$$k = -0.5 \quad dj/dt > 0$$

29

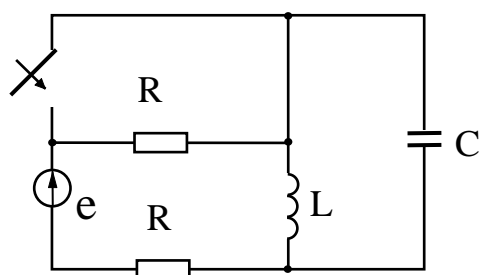
Вариант А



$$e_1 = e_2; \quad k = 0.5; \quad de/dt > 0$$

30

Вариант В



$$k = 0,5; \quad dj/dt > 0$$

## Пример выполнения расчета

В качестве примера рассчитаем ток  $i_1(t)$  в ветви, не содержащей ЭДС и элемент  $L$  в схеме, изображенной на рис. 1.

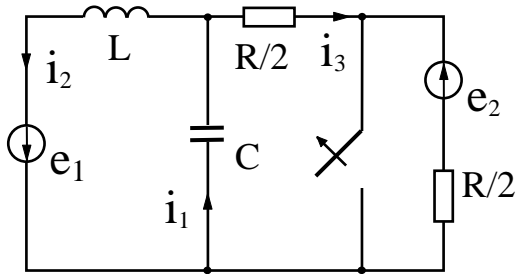


Рис. 1

Параметры схемы:

$$\omega = 1000 \text{ рад/с,}$$

$$E_m = 100 \text{ В}$$

$$R = 10 \text{ Ом, } L = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Гн,}$$

$$C = 1/9 \cdot 10^{-3} \text{ Ф,}$$

$$e_1 = e_2,$$

$$k = 1/2, \text{ de/dt} < 0$$

Определим начальную фазу ЭДС  $e_1(t) = e_2(t) = E_m \sin(\omega t + \psi_e)$

В момент коммутации  $t=0$ :  $e_1(0) = e_2(0) = E_m \sin \psi_e = k E_m = \frac{1}{2} \cdot 100 = 50 \text{ В}$

$$\frac{de_1(0)}{dt} = \frac{de_2(0)}{dt} = \omega E_m \cos \psi_e = 1000 \cdot 100 \cos \psi_e < 0. \text{ Следовательно, } \sin \psi_e = k = \frac{1}{2},$$

$\cos \psi_e < 0$ , откуда находим значение  $\psi_e = 150^\circ$ .

Таким образом,  $e_1(t) = e_2(t) = 100 \sin(1000t + 150^\circ) \text{ В.}$

### 1. Классический метод расчета

В схеме до коммутации рассчитываем те величины, которые подчиняются законам коммутации: напряжение на емкости и ток в ветви с индуктивностью при  $t = (0-)$ . Схема до коммутации и направления токов в ветвях указаны на рис. 2.

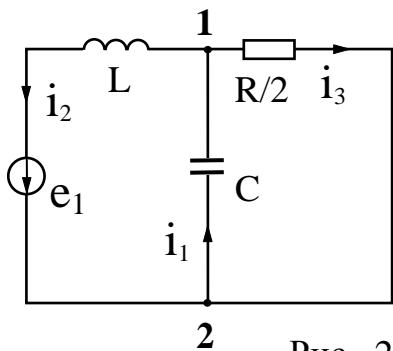


Рис. 2

Применим комплексный метод расчета, так как в цепи установившийся режим. Найдем комплексные сопротивления и проводимости:

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{1000 \cdot \frac{1}{9} \cdot 10^{-3}} = 9 \text{ Ом,}$$

$$X_L = \omega L = 1000 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 20 \text{ Ом.}$$

Запишем амплитудное комплексное

значение ЭДС  $\dot{E}_{m_1} = 100e^{j150^\circ} = -86,6 + j50$  В.

Используем метод узловых потенциалов. Потенциал узла **2** примем нулевым:

$\phi_{m_1} = 0$ . Найдем амплитудное комплексное значение потенциала узла **1**:

$$\phi_{m_1} = \frac{-\dot{E}_{m_1} \underline{Y}_L}{\underline{Y}_C + \underline{Y}_L + \underline{Y}_R}, \quad \text{где} \quad \underline{Y}_R = \frac{1}{R/2} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ См}, \quad \underline{Y}_L = \frac{1}{jX_L} = \frac{1}{j20} = -j0,05 \text{ См},$$

$$\underline{Y}_C = \frac{1}{-jX_C} = \frac{1}{-j9} = j0,11 \text{ См}. \quad \text{Подставив численные значения в выражение } \phi_{m_1},$$

получим: 
$$\phi_{m_1} = \frac{-(-86,6 + j50)(-j0,05)}{j0,11 - j0,05 + 0,2} = -17,43 - j16,4 = 23,94e^{-j136,7^\circ} \text{ В}.$$

Определим комплексную амплитуду напряжения на емкости  $\dot{U}_{m_C}$ :

$$\dot{U}_{m_C} = \phi_{m_2} - \phi_{m_1} = -23,94e^{-136,7^\circ} = 23,94e^{j43,3^\circ} \text{ В}; \quad \text{откуда}$$

$$u_C(t) = U_{m_C} \sin(\omega t + \psi_{U_C}) = 23,94 \sin(1000t + 43,3^\circ) \text{ В}. \quad \text{Напряжение на емкости в}$$

момент коммутации  $t = (0-)$  равно:  $u_C(0-) = 23,94 \sin 43,3^\circ = 16,42$  В.

Определим комплексную амплитуду тока в ветви с индуктивностью  $\dot{I}_{m_2}$ :

$$\phi_{m_1} - \phi_{m_2} = jX_L \dot{I}_{m_2},$$

$$\dot{I}_{m_2} = \frac{\phi_{m_1} + \dot{E}_{m_1}}{jX_L} = \frac{-17,43 - j16,4 - 86,6 + j50}{j20} = 1,68 + j5,2 = 5,46e^{j72^\circ} \text{ А}.$$

Мгновенное значение тока  $i_2(t)$  имеет вид:

$$i_2(t) = I_{m_2} \sin(\omega t + \psi_{i_2}) = 5,46 \sin(1000t + 72^\circ) \text{ А}. \quad \text{Ток в ветви с индуктивностью в}$$

момент коммутации  $t = (0-)$  равен:  $i_2(0-) = 5,46 \sin 72^\circ = 5,2$  А.

Схема после коммутации изображена на рис. 3. Направления токов и

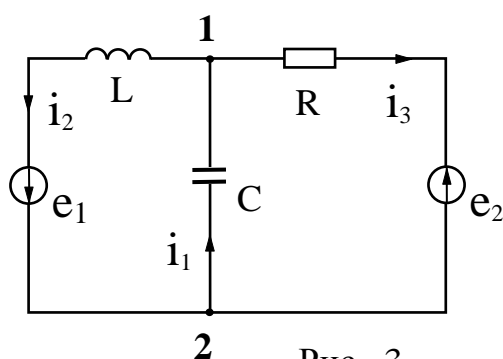


Рис. 3

параметры ветвей с токами  $i_1$  и  $i_2$  такие, как в схеме до коммутации (рис. 2). В ветви с током  $i_3$  добавилось сопротивление  $R/2$  и ЭДС  $e_2$ . Искомый ток  $i_1(t)$  ищем в виде суммы принужденного и свободного тока:

$$i_1(t) = i_{1\text{пр}}(t) + i_{1\text{св}}(t)$$



### Определение принужденного тока $i_{1пр}(t)$

Применим комплексный метод расчета, так как в схеме установившийся (принужденный) режим. Используем метод узловых потенциалов.

Примем  $\phi_{m_2} = 0$ , уравнение для определения  $\phi_{m_1}$  имеет вид:

$$\phi_{m_1} = \frac{-\dot{E}_{m_1} \underline{Y}_L + \dot{E}_{m_2} \underline{Y}_R}{\underline{Y}_C + \underline{Y}_L + \underline{Y}_R}, \text{ где } \dot{E}_{m_1} = \dot{E}_{m_2} = 100e^{j150^\circ} = -86,6 + j50 \text{ В,}$$

$\underline{Y}_L = -j0,05 \text{ См, } \underline{Y}_R = 0,1 \text{ См, } \underline{Y}_C = j0,11 \text{ См}$ . Значение  $\phi_{m_1}$  равно:

$$\phi_{m_1} = \frac{-(-86,6 + j50)(-j0,05) + (-86,6 + j50) \cdot 0,1}{j0,11 - j0,05 + 0,1} = -78,53 + j54,12 = 95,37e^{j145,4^\circ} \text{ В.}$$

$\phi_{m_1} = -(-jX_C)I_{m_1пр}$ , откуда

$$I_{m_1пр} = \frac{-\phi_{m_1}}{-jX_C} = \frac{78,53 - j54,12}{-j9} = 6 + j8,7 = 10,6e^{j55,4^\circ} \text{ А ;}$$

$$i_{1пр}(t) = I_{m_1пр} \sin(\omega t + \psi_{i_{1пр}}) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) \text{ А.}$$

Определим принужденные значения напряжения на емкости и тока в ветви с индуктивностью при  $t = 0$ , которые будут использованы при расчете операторным методом (смотри п.2 содержания работы).

$$\dot{U}_{m_C} = -\phi_{m_1} = -95,37e^{j145,4^\circ} = 95,37e^{-j34,6^\circ} \text{ В,}$$

$$u_{Cпр}(t) = U_{m_C} \sin(\omega t + \psi_{u_C}) = 95,37 \sin(1000t - 34,6) \text{ В}$$

$$u_{Cпр}(0) = 95,37 \sin(-34,6) = -54 \text{ В.}$$

Принужденный ток в ветви с индуктивностью  $i_{2пр}(0)$  определим по формулам:

$$\phi_{m_1} - \phi_{m_2} = jX_L I_{m_2пр} - \dot{E}_{m_1},$$

$$I_{m_2пр} = \frac{\phi_{m_1} + \dot{E}_{m_1}}{jX_L} = \frac{-78,53 + j54,12 - 86,6 + j50}{j20} = 5,21 + j8,26 = 9,76e^{j57,8^\circ} \text{ А,}$$

$$i_{2пр}(t) = I_{m_2пр} \sin(\omega t + \psi_{i_{2пр}}) = 9,76 \sin(1000t + 57,8^\circ) \text{ А,}$$

$$i_{2пр}(0) = 9,76 \sin 57,8^\circ = 8,26 \text{ А.}$$

### Определение свободного тока $i_{1св}$

Вид свободной составляющей тока зависит от вида корней характеристического уравнения, которые определим методом входного операторного сопротивления. Схема для определения  $Z(p)$  имеет вид (рис. 4).

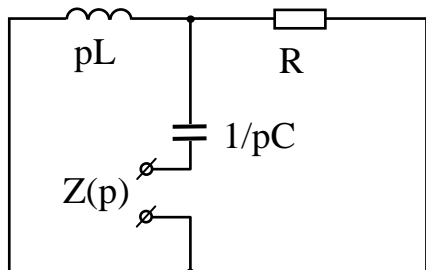


Рис. 4

Запишем выражение для операторного сопротивления относительно точек разрыва ветви с искомым током и приравняем его нулю. Получим равенство

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{pLR}{pL + R} = 0$$

После преобразования получим характеристическое уравнение:

$$p^2 + p \frac{1}{RC} + \frac{1}{LC} = 0. \quad \text{Подставим численные значения: } p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5 = 0,$$

получим  $p_{1,2} = -450 \pm j497,5$ . Корни характеристического уравнения комплексно сопряженные, следовательно, выражение для свободной составляющей тока имеет вид:  $i_{1св}(t) = Ae^{-450t} \sin(497,5t + x)$ , где  $A$  и  $x$  – постоянные интегрирования.

Общее решение имеет вид:

$$i_1(t) = i_{1пр}(t) + i_{1св}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) \text{ А.}$$

Определим постоянные интегрирования  $A$  и  $x$ , для чего найдем значения

$i_1(0)$  и  $\frac{di_1(0)}{dt}$ . Продифференцируем выражение  $i_1(t)$ :

$$\frac{di_1(t)}{dt} = 10600 \cos(10^3 t + 55,4^\circ) - 450Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) + 497,5Ae^{-450t} \cos(497,5t + x)$$

Подставим  $t = 0$  в выражения для  $i_1(t)$  и  $\frac{di_1(t)}{dt}$ :  $i_1(0) = 8,73 + A \sin x$ ,

$$\frac{di_1(0)}{dt} = 0,6 \cdot 10^4 - 450 \sin x + 497,5 A \cos x.$$

Для определения  $i_1(0)$  и  $\frac{di_1(0)}{dt}$  составим уравнения по законам Кирхгофа

для схемы после коммутации и продифференцируем (1) и (2) :

$$i_1(t) = i_2(t) + i_3(t) , \quad (1)$$

$$\frac{1}{C} \int i_1(t) dt + R i_3(t) = -e_2(t) , \quad (2)$$

$$L \frac{di_2(t)}{dt} - R i_3(t) = e_1(t) + e_2(t) , \quad (3)$$

$$\frac{di_1(t)}{dt} = \frac{di_2(t)}{dt} + \frac{di_3(t)}{dt} , \quad (4)$$

$$\frac{i_1(t)}{C} + R \frac{di_3(t)}{dt} = -\frac{de_2(t)}{dt} , \quad (5)$$

где  $\frac{de_2(t)}{dt} = \omega E_{m2} \cos(\omega t + 150^\circ) = 10^5 \cos(1000t + 150^\circ)$  , а  $\frac{de_2(0)}{dt} = -8,7 \cdot 10^4$  .

Запишем уравнения (1) – (5) при  $t = 0$ . Учтем , что  $\frac{1}{C} \int i_1(t) dt = u_C(t)$  :

$$i_1(0) = i_2(0) + i_3(0) , \quad (1)$$

$$u_C(0) + R i_3(0) = -e_2(0) , \quad (2)$$

$$L \frac{di_2(0)}{dt} - R i_3(0) = e_1(0) + e_2(0) , \quad (3)$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{di_2(0)}{dt} + \frac{di_3(0)}{dt} , \quad (4)$$

$$\frac{i_1(0)}{C} + R \frac{di_3(0)}{dt} = -\frac{de_2(0)}{dt} . \quad (5)$$

Подставив в уравнения (1) – (5) численные значения параметров схемы  $R, L, C$ ,

вычисленные значения  $e_1(0) = e_2(0) = 50$ ,  $\frac{de_2(0)}{dt} = -8,7 \cdot 10^4$  и определенные по

законам коммутации значения  $i_2(0) = i_2(0^-) = 5,2$  А,  $u_C(0) = u_C(0^-) = 16,42$  В,

получим:  $i_1(0) = 5,2 + i_3(0)$  ,

$$16,42 + 10i_3(0) = -50 ,$$

$$2 \cdot 10^{-2} \frac{di_2(0)}{dt} - 10i_3(0) = 100 ,$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = \frac{di_2(0)}{dt} + \frac{di_3(0)}{dt} ,$$

$$\frac{i_1(0)}{\frac{1}{9} \cdot 10^{-3}} + 10 \frac{di_3(0)}{dt} = 8,7 \cdot 10^4 .$$

Разрешим полученную систему уравнений относительно  $i_1(0)$  и  $\frac{di_1(0)}{dt}$ :

$$i_1(0) = -1,44, \quad \frac{di_1(0)}{dt} = 1,17 \cdot 10^4.$$

Таким образом, постоянные интегрирования находим из уравнений:

$$i_1(0) = 8,73 + A \sin x = -1,44,$$

$$\frac{di_1(0)}{dt} = 0,6 \cdot 10^4 - 450A \sin x + 497,5A \cos x = 1,17 \cdot 10^4 \quad \text{или}$$

$$A \sin x = -10,2,$$

$$A \cos x = 2,01, \quad \text{откуда} \quad A = \sqrt{10,2^2 + 2,01^2} = 10,36, \quad x = \arctg \frac{-10,2}{2,01} = -78,8^\circ.$$

Свободная составляющая искомого тока имеет вид:

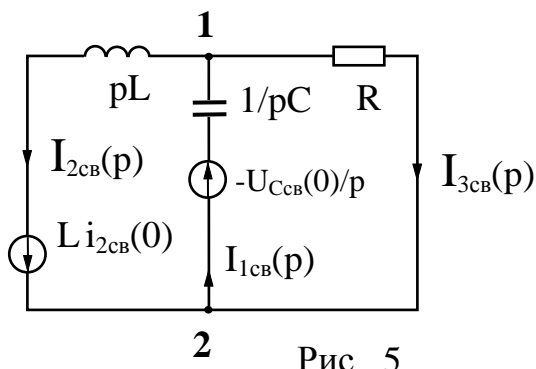
$$i_{1\text{св}}(t) = Ae^{-450t} \sin(497,5t + x) = 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ).$$

Итак, искомый ток  $i_1(t)$  равен:

$$i_1(t) = i_{1\text{пр}}(t) + i_{1\text{св}}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + 10,36e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ) \text{ А.}$$

## 2. Операторный метод определения свободной составляющей тока

Составим операторную схему для определения  $i_{1\text{св}}(t)$  (рис. 5).



Определим, значения  $u_{C\text{св}}(0)$  и  $i_{2\text{св}}(0)$

из выражений:

$$u_C(0) = u_{C\text{пр}}(0) + u_{C\text{св}}(0)$$

$$i_2(0) = i_{2\text{пр}}(0) + i_{2\text{св}}(0), \quad \text{где значения } u_C(0),$$

$i_2(0)$  известны из законов коммутации:

$$(u_C(0) = u_C(0-) = 16,42 \text{ В}, \quad i_2(0) = i_2(0-) = 5,2 \text{ А}), \quad \text{а } u_{C\text{пр}}(0) \text{ и } i_{2\text{пр}}(0)$$

рассчитаны в п. 1 ( $u_{C\text{пр}}(0) = -54 \text{ В}, \quad i_{2\text{пр}}(0) = 8,26 \text{ А}$ ). Тогда

$$u_{C\text{св}}(0) = u_C(0) - u_{C\text{пр}}(0) = 16,42 + 54 = 70,42 \text{ В},$$

$$i_{2\text{св}}(0) = i_2(0) - i_{2\text{пр}}(0) = 5,2 - 8,26 = -3,06 \text{ А}.$$

Изображение искомого свободного тока  $I_{1CB}(p)$  получим, применив метод узловых потенциалов. Изображение потенциала узла **2** примем нулевым. Найдем изображение свободной составляющей потенциала узла **1**:

$$\varphi_{1CB}(p) = \frac{-\frac{u_{C_{CB}}(0)}{p} \frac{1}{pC} - \frac{Li_{2CB}(0)}{pL}}{\frac{1}{pC} + \frac{1}{pL} + \frac{1}{R}}.$$

Подставив известные числовые данные, получим:

$$\varphi_{1CB}(p) = \frac{-\frac{70,42p}{9} 10^{-3} - \frac{2 \cdot 10^{-2} (-3,6)}{p \cdot 2 \cdot 10^{-2}}}{\frac{1}{p \cdot 9} 10^{-3} + \frac{1}{p \cdot 2 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{10}} = \frac{-70,42p + 27,5 \cdot 10^3}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5}.$$

Изображение свободного тока  $I_{1CB}(p)$  найдем из уравнения:

$$\varphi_{1CB}(p) - \varphi_{2CB}(p) = -I_{1CB}(p) \frac{1}{pC} - \frac{u_{C_{CB}}(0)}{p}, \text{ откуда}$$

$$I_{1CB}(p) = \frac{-\varphi_{1CB}(p) - \frac{u_{C_{CB}}(0)}{p}}{\frac{1}{pC}}, \text{ или с учетом числовых данных}$$

$$I_{1CB}(p) = \left( -\frac{-70,42p + 27,5 \cdot 10^3}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5} - \frac{70,42}{p} \right) \cdot p \frac{1}{9} 10^{-3} = \frac{-10,1p - 3521}{p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5} = \frac{F_1(p)}{F_2(p)}$$

Для нахождения оригинала  $i_{1CB}(t)$  применим теорему разложения:

$$i_{1CB}(t) = \sum \frac{F_1(p_k)}{F_2'(p_k)} e^{p_k t}, \text{ где корни } p_1 \text{ и } p_2 \text{ определяются из выражения:}$$

$$F_2(p) = p^2 + 900p + 4,5 \cdot 10^5 = 0, \quad p_{1,2} = -450 \pm j497,5.$$

Заметим, что сумма двух комплексно сопряженных корней  $p_1$  и  $p_2$  в выражении для оригинала  $i_1(t)$  равна удвоенной вещественной части одного из корней. Поэтому далее расчет проводим для корня  $p_1$ :

$$F_1(p_1) = -10,1(-450 + j497,5) - 3521 = 1024 - j5024,$$

$$F_2'(p_1) = 2p + 900 = 2(-450 + j497,5) + 900 = j995.$$

$$\frac{F_1(p)}{F_2'(p)} e^{p_1 t} = \frac{1024 - j5024}{j995} e^{(-450 + j497,5)t} = 5,14 e^{-450t} e^{j(497,5t - 168,7^\circ)}.$$

Вещественная часть этого числа:  $5,14 e^{-450t} \cos(497,5t - 168,7^\circ)$ , следовательно,

$$i_{\text{лсв}}(t) = 2 \cdot 5,14 e^{-450t} \cos(497,5t - 168,7^\circ) = 10,28 e^{-450t} \sin(497,5t - 168,7^\circ + 90^\circ),$$

$i_{\text{лсв}}(t) = 10,28 e^{-450t} \sin(497,5t - 78,7^\circ)$ , что достаточно хорошо совпадает со значением  $i_{\text{лсв}}(t)$ , найденным классическим методом.

### Построение зависимости $i_1(t)$

$$i_1(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ) + 10,36 e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ), \text{ где}$$

$$i_{\text{лсв}}(t) = 10,36 e^{-450t} \sin(497,5t - 78,8^\circ), \quad i_{\text{лпр}}(t) = 10,6 \sin(1000t + 55,4^\circ).$$

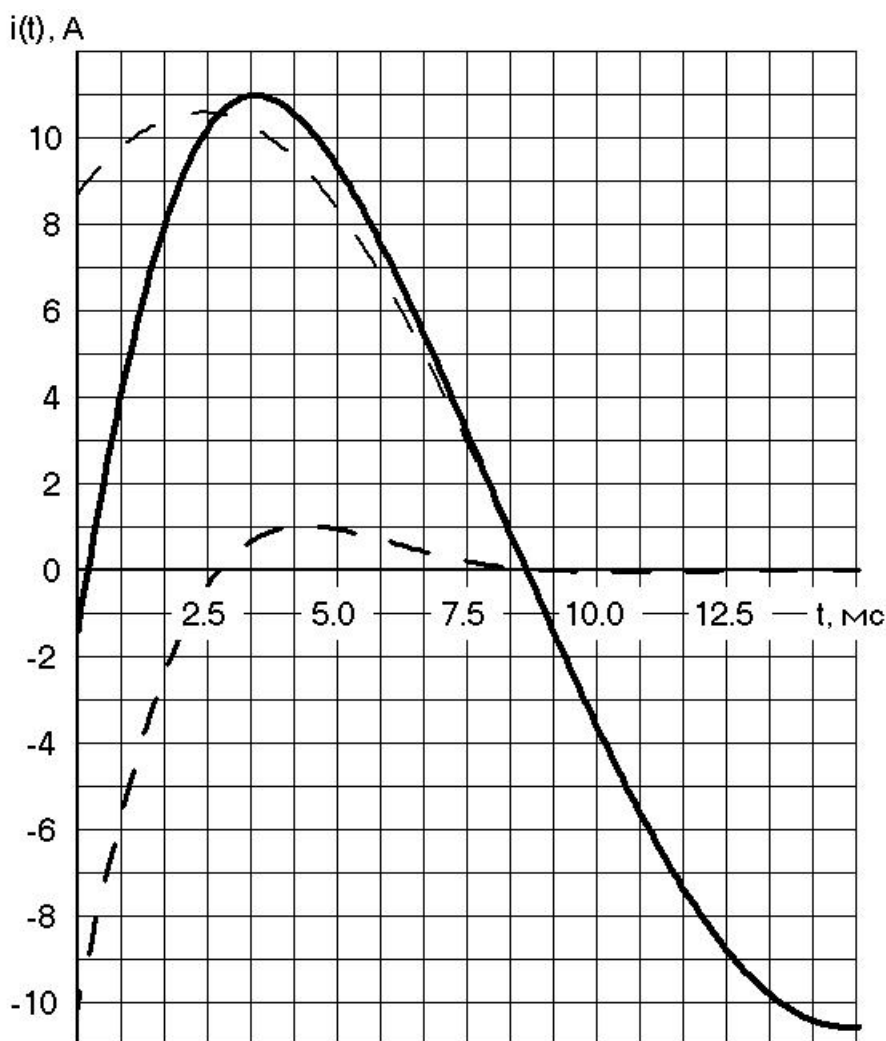


Рис. 6

Выбираем масштаб по оси абсцисс для свободной составляющей тока:

$$m_{\text{осв}} = 24^\circ / \text{см}. \quad \text{Тогда}$$

целому периоду этого тока соответствует отрезок  $l_T = 360^\circ / 24^\circ = 15 \text{ см}$ . Этот же отрезок соответствует времени

$$T_{\text{св}} = 1/f_{\text{св}} = 2\pi / \omega_{\text{св}} = 6,28/497,5 = 0,0126 \text{ с}, \text{ то}$$

есть масштаб по оси абсцисс для времени  $m_{\text{тсв}} = 0,0126 / 15 = 0,00084 \text{ с/см}$ .

Таким образом,

для точки  $t = 0$   $i_{\text{св}}(0) = 10,36e^{\circ} \sin(-78,8^{\circ}) = -10,13\text{А}$ .

Для точки  $t = 0,00084\text{с}$

$$i_{\text{св}}(0,00084) = 10,36e^{-450 \cdot 0,00084} \sin(497,5 \cdot 0,0084 - 78,8^{\circ}) = -5,706.$$

Для точки  $t = 0,00168\text{с}$   $i_{\text{св}}(0,00168) = 10,36e^{-0,76} \sin(48^{\circ} - 78,8^{\circ}) = -2,43\text{А}$ ,

и так далее.

По оси ординат выберем масштаб для значения тока  $m_i = 1\text{А/см}$ . Так как  $\omega_{\text{пр}}$

почти в два раза больше  $\omega_{\text{св}}$ , то масштаб для градусов аргумента принужденного

тока  $m_{\text{опр}} = 12^{\circ}/\text{см}$ .

### Контрольные вопросы

1. Почему возникают переходные процессы?
2. Как формулируются первый и второй законы коммутации?
3. Почему ток в ветви с индуктивностью и напряжение на емкости сохраняют свои значения в момент коммутации?
4. Почему значения искомой величины при переходном процессе можно представить в виде суммы принужденной и свободной составляющих?
5. Что понимают под независимыми и зависимыми начальными условиями?
6. В чем суть классического метода расчета переходных процессов в линейных цепях?
7. Как получить операторную схему по заданной электрической схеме?
8. Запишите уравнения Ома и Кирхгофа в операторной форме.
9. В чем суть операторного метода расчета переходных процессов?
10. Когда предпочтительнее применять операторный метод только для определения свободной составляющей тока?
11. Как строится операторная схема при определении операторным методом свободной составляющей тока?

## Список литературы

1. Теоретические основы электротехники: В 3-х т. Учебник для вузов. Том 1 . - 4-е изд. / К.С. Демирчян, Л.Р. Нейман , Н.В. Коровкин, В.Л. Чепурин. –СПб.: Питер, 2003. – 463 с.
2. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи: Учебник. – 10-е изд. –М.: Гардарики, 2002. – 638 с.
3. Атабеков Г.И. Линейные электрические цепи. – М.: Энергия, 1978. – 592 с.
4. Теоретические основы электротехники: Методические указания и контрольные задания для студентов тех. спец. вузов/ Л.А. Бессонов, И.Г. Демидова, М.Е. Заруди и др. – 3-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 2003. – 159 с.
5. Теоретические основы электротехники: Линейные цепи постоянного и переменного тока: Программа, методические указания и задания для студентов заочного факультета / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та; Сост. А.Ю. Афанасьев, В.С. Ложеницын, А.В. Шилов. Казань, 1999. -42 с.
6. Теоретические основы электротехники: Нелинейные цепи и переходные процессы в линейных цепях: Методические указания и задания для студентов заочного факультета / Изд-во Казан. гос. техн. ун-та; Сост. А.Ю. Афанасьев, В.С. Ложеницын, А.В. Шилов. Казань, 1999. -44 с.



N

Оглавление

	Стр.
Типовой расчет «Трехфазные цепи»	
Содержание работы	3
Методические указания	3
Значения параметров схем	4
Варианты схем	5
Пример выполнения расчета	8
Контрольные вопросы	16
Типовой расчет «Переходные процессы в линейных цепях с сосредоточенными параметрами»	
Содержание работы	17
Методические указания	17
Значения параметров схем	18
Варианты схем	19
Пример выполнения расчета	23
Контрольные вопросы	31
Список литературы	32