ЗАДАЧИ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

ЗАДАЧА 1

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2 и P_3, направленными вдоль его оси. Заданы длины участков *a, b, c* и площади их поперечных сечений F_1 и F_2. Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 240$ МПа и запас прочности по отношению к пределу текучести $n_0 = 1{,}5$.

Требуется:

1) построить эпюры продольных сил N, напряжений σ и продольных перемещений Δ;

2) проверить, выполняется ли условие прочности.

Расчетные схемы выбираются по рис.1, числовые данные берутся из табл.1.

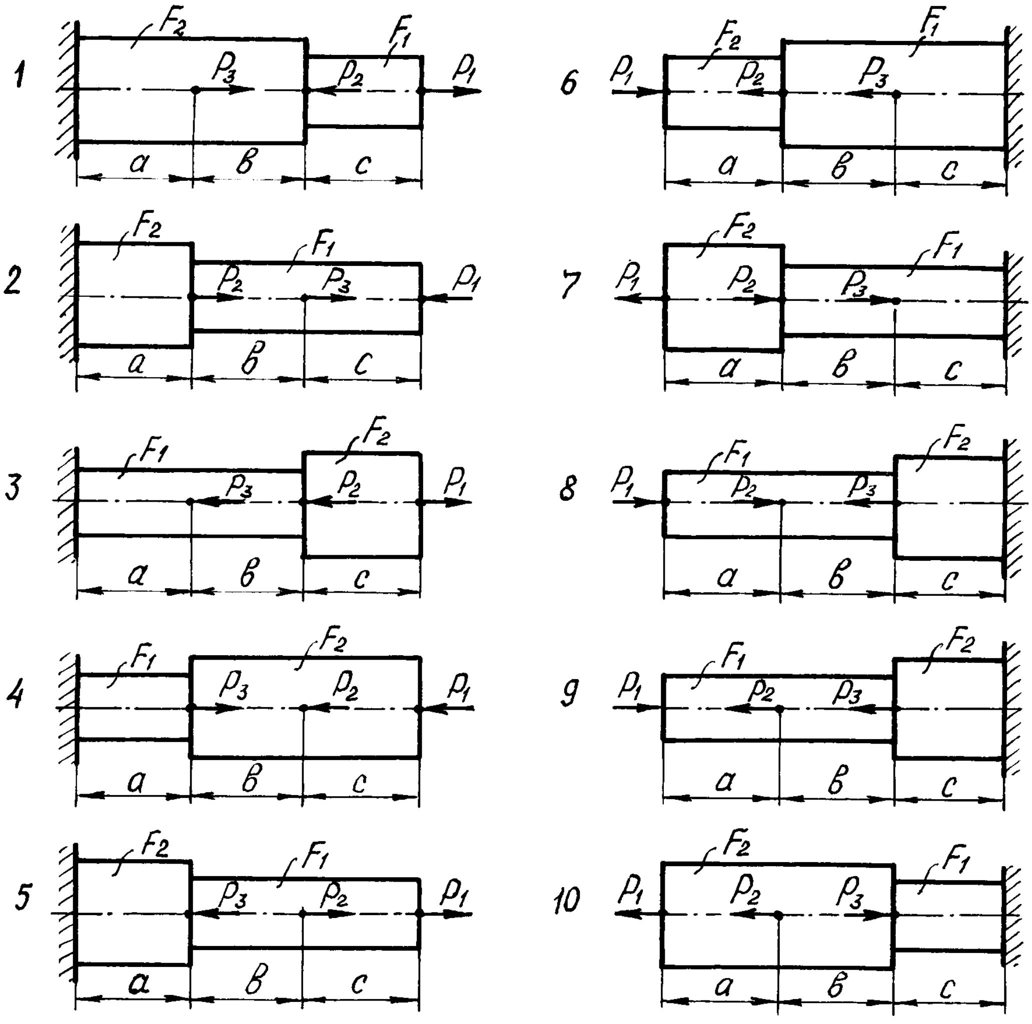


Рис. 1. Расчетные схемы к задаче № 1

Таблица 1

Числовые данные к задаче № 1

Ва-ри-ант	**№ черт.**	**Силы, кН**			**Длины участков, м**			**Площадь поперечного сечения, см^2**	
		P_1	P_2	P_3	***a***	***b***	***c***	F_1	F_2
1	1	40	90	100	0,3	0,5	0,6	5	10
2	2	45	80	120	0,3	0.5	0,5	4	12
3	3	50	85	110	0,4	0,6	0,4	6	14
4	4	35	70	115	0,4	0,6	0,6	4	10
5	5	40	75	100	0,5	0,4	0,3	5	15
6	6	50	80	95	0,5	0,4	0,4	6	18
7	7	60	70	120	0,3	0,2	0,5	4	12
8	8	45	60	115	0,4	0,3	0,6	7	10
9	9	35	65	110	0,2	0,4	0,4	8	14
10	10	30	90	95	0,5	0,5	0,3	6	16
11	1	40	70	86	0,5	0,4	0,5	4	15
12	2	50	80	84	0,3	0,5	0,4	5	12
13	3	60	90	95	0,4	0,4	0,6	6	10
14	4	45	75	100	0,3	0,2	0,4	4	12
15	5	40	85	105	0,3	0,3	0,5	7	14
16	6	45	95	110	0,4	0,4	0,6	5	10
17	7	50	60	120	0,4	0,5	0,4	4	15
18	8	35	70	100	0,5	0,4	0,3	6	18
19	9	40	80	120	0,5	0,3	0,4	4	12
20	10	50	90	110	0,3	0,5	0,6	5	10
21	1	60	80	115	0,4	0.5	0,5	6	14
22	2	45	85	100	0,2	0,6	0,4	4	16
23	3	35	70	95	0,5	0,6	0,6	7	10
24	4	30	75	120	0,3	0,4	0,3	8	12
24	5	40	80	115	0,3	0,4	0,4	6	10
25	6	50	70	110	0,5	0,2	0,5	4	15

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Рассмотрим такой вид нагружения, как растяжение (сжатие), при котором в поперечных сечениях бруса возникают только продольные силы, направленные вдоль его оси, все остальные внутренние усилия равны нулю.

Продольная, или нормальная сила, N считается положительной при растяжении и отрицательной при сжатии. Ее величина может быть найдена с помощью метода сечений: она численно равна алгебраической сумме проекций на ось бруса всех внешних сил, приложенных к брусу по одну сторону от рассматриваемого сечения.

Действующая в поперечном сечении продольная сила N равномерно распределяется по всему сечению и, как следствие этого, нормальные напряжения σ также равномерно распределяются по всему сечению.

Их величина определяется по формуле

$$\sigma = \frac{N}{F}, \tag{1.1}$$

где N - продольная сила в поперечном сечении;

F - его площадь.

(В некоторых учебниках и учебных пособиях площадь обозначается латинскими буквами A или S).

В системе СИ сила выражается в ньютонах, площадь поперечного сечения - в квадратных метрах (м^2), нормальное напряжение - в паскалях (Па).

Сила может быть выражена в килограммах, а напряжение в килограммах, деленных на сантиметр в квадрате.

Абсолютное удлинение бруса при растяжении определяется по формуле

$$\Delta l = l_{\hat{e}} - l, \tag{1.2}$$

где l - начальная длина бруса;

$l_к$ - длина бруса после деформации.

Относительное удлинение бруса (относительная продольная деформация)

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}. \tag{1.3}$$

При растяжении $\Delta l > 0$ и $\varepsilon > 0$, при сжатии эти величины отрицательны.

Абсолютное поперечное сужение

$$\Delta b = b_{\hat{e}} - b, \tag{1.4}$$

где b - первоначальный поперечный размер бруса;

$b_к$ - величина поперечного размера бруса после нагружения.

Относительное поперечное сужение (относительная поперечная деформация)

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b}. \tag{1.5}$$

Абсолютная величина отношения ε'/ε, обозначаемая μ, называется коэффициентом Пуассона. Она является постоянной для каждого материала и характеризует его упругие свойства:

$$\mu = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| \tag{1.6}$$

Между нормальным напряжением и относительным удлинением существует прямая пропорциональная зависимость, называемая законом Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \tag{1.7}$$

где E - коэффициент пропорциональности (модуль упругости первого рода, или модуль Юнга).

Модуль упругости – это физическая характеристика материала, измеряемая в тех же единицах, что и нормальное напряжение.

Учитывая, что $\sigma = \dfrac{N}{F}$ и $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l}$, можно записать выражение для вычисления абсолютного удлинения бруса в виде

$$\Delta l = \frac{N l}{E F}. \tag{1.8}$$

Для ступенчатого стержня и (или) стержня с несколькими продольными нагрузками удлинение подсчитывается как алгебраическая сумма удлинений участков бруса, в пределах которых *N, E, F* постоянны:

$$\Delta l = \sum_{i=1}^{n} \frac{N_i \cdot l_i}{E_i \cdot F_i}. \tag{1.9}$$

Если же величины N и F изменяются по длине бруса, его абсолютное удлинение вычисляется по формуле

$$\Delta l = \int_l \frac{N(z)dz}{E F(z)}. \tag{1.10}$$

Используя соотношение $\sigma_{max} \leq [\sigma]$, называемое *условием прочности*, можно решить три основных задачи сопротивления материалов.

1. Подобрать сечение растянутого (сжатого) бруса, при котором его прочность будет обеспечена. Расчетная формула в этом случае имеет вид

$$\frac{N}{F} \leq [\sigma], \tag{1.11}$$

где N - продольная сила в опасном сечении бруса (сечении, в котором действует максимальное нормальное напряжение);

F - площадь поперечного сечения бруса;

$[\sigma]$ - допускаемое напряжение материала бруса.

Отсюда определяется необходимая площадь его сечения

$$F \geq \frac{N}{[\sigma]} . \tag{1.12}$$

Зная форму сечения и его площадь, можно определить линейные размеры сечения или по сортаменту подобрать требуемый стандартный профиль: уголок, швеллер, двутавр и т. д.

Допускаемое напряжение $[\sigma]$ либо задается заранее, либо находится по формуле

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{опасн}}{n} , \tag{1.13}$$

где $\sigma_{опасн} = \sigma_т$ - предел текучести для пластичных материалов; $\sigma_{опасн} = \sigma_в$ - временное сопротивление для хрупких материалов;

n – запас прочности материала .

2. Определить допускаемую нагрузку, если известны прочностные свойства материала и площадь поперечного сечения бруса.

Расчетная формула, вытекающая из условия прочности

$$N \leq F[\sigma], \tag{1.14}$$

позволяет вычислить наибольшее значение продольной силы N, действующей в опасном сечении и, следовательно, величину внешних нагрузок, приложенных к брусу.

3. Проведение поверочного расчета прочности бруса.

При поверочном расчете нагрузки, размеры и материал, из которого изготовлен брус, считаются известными. Вычисляется наибольшее нормальное напряжение в опасном поперечном сечении и сравнивается с допускаемым:

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{F} \le [\sigma] \qquad (1.15)$$

Если $\sigma_{\max} \le [\sigma]$, то прочность бруса обеспечена.

ПРИМЕР РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ №1

Ступенчатый брус нагружен силами P_1, P_2, P_3, (рис.2,а).

Требуется построить эпюры продольных сил *N*, нормальных напряжений σ, продольных перемещений Δ и проверить, выполняется ли условие прочности.

Числовые данные к задаче выбираются по табл. 1.

Например: $P_1 = 40$ кН, $P_2 = 90$ кН, $P_3 = 110$ кН, $a = 0{,}5$ м, $b = 0{,}5$ м, $c = 0{,}4$ м; $F_1 = 6$ см^2, $F_2 = 14$ см^2.

Для всех вариантов принимается: $E = 2 \cdot 10^5$ МПа; $\sigma_T = 240$ МПа $n_T = 1{,}5$.

1. Построение эпюры N

На брус действуют три силы, следовательно, продольная сила по его длине будет изменяться. Разбиваем брус на участки, в пределах которых продольная сила будет постоянной. В данном случае границами участков являются сечения, в которых приложены силы. Обозначим сечения буквами *A, B, C, D,* начиная со свободного конца, в данном случае правого.

Для определения продольной силы на каждом участке рассматриваем произвольное поперечное сечение, сила в котором определяется по правилу, приведенному ранее. Чтобы не определять предварительно реакцию в заделке *D*, начинаем расчеты со свободного конца бруса *A*.

Участок *AB*, сечение *1-1*. Справа от сечения действует растягивающая сила P_1 (рис. 2, а). В соответствии с упомянутым ранее правилом, получаем

$$N_{AB} = +P_1 = 40 \text{ кН}.$$

Участок *BC*, сечение *2-2*. Справа от него расположены две силы, направленные в разные стороны. С учетом правила знаков, получим

$$N_{BC} = +P_1 - P_2 = 40 - 90 = -50 \text{ кН}.$$

Участок *CD*, сечение 3-3: аналогично получаем

$$N_{CD} = +P_1 - P_2 - P_3 = 40 - 90 - 110 = -160 \text{ кН}.$$

По найденным значениям N в выбранном масштабе строим эпюру, учитывая, что в пределах каждого участка продольная сила постоянна (рис.2,б)

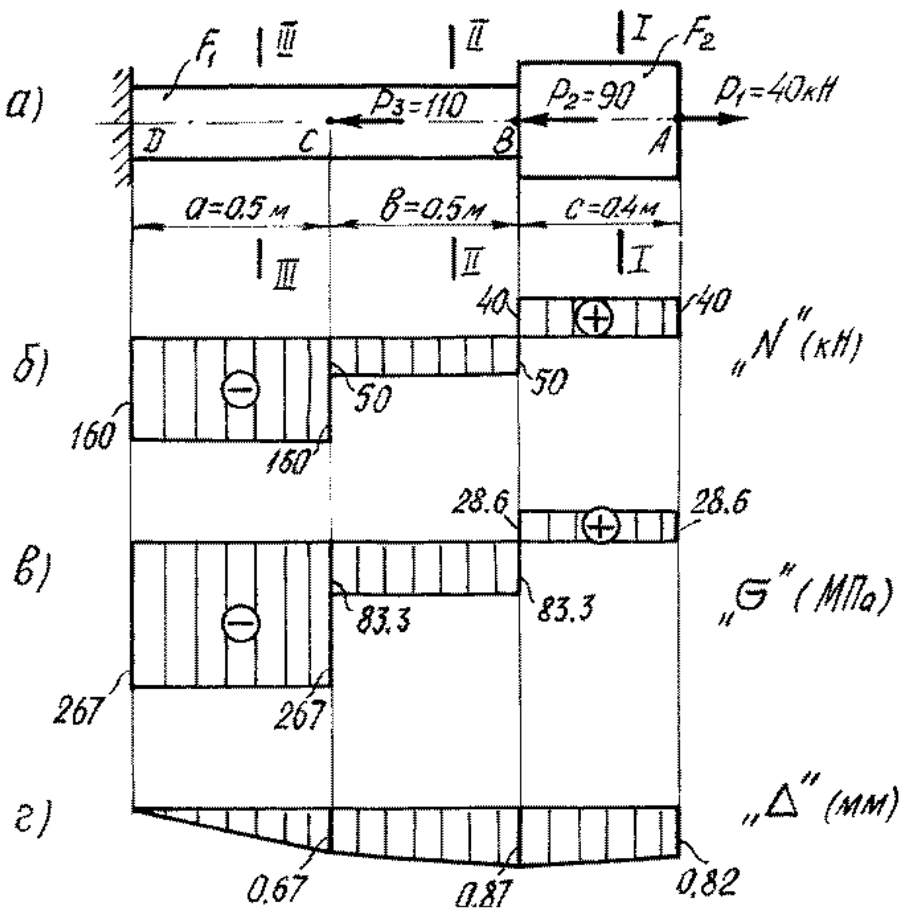


Рис. 2. Расчетная схема бруса и эпюры: *а* - расчетная схема; *б* - эпюра продольных сил; в - эпюра напряжений; *г* - эпюра продольных перемещений

Положительные значения N откладываем вверх от оси эпюры, отрицательные - вниз.

2. Построение эпюры напряжений σ

По формуле (1.1) вычисляем напряжения в поперечном сечении для каждого участка бруса:

$$\sigma = \frac{N_{AB}}{F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3}{14 \cdot 10^{-4}} = 2{,}86 \cdot 10^7 \, \frac{\text{Н}}{\text{см}^2} = 28{,}6\,\text{МПа};$$

$$\sigma = \frac{N_{BC}}{F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -83{,}3\ \text{МПа};$$

$$\sigma = \frac{N_{CD}}{F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3}{6 \cdot 10^{-4}} = -267\ \text{МПа}.$$

При вычислении нормальных напряжений значения продольных сил N берутся по эпюре с учетом их знаков. Знак плюс соответствует растяжению, минус - сжатию. Эпюра напряжений показана на рис. 2,в.

3. Построение эпюры продольных перемещений

Для построения эпюры перемещений вычисляем абсолютные удлинения отдельных участков бруса, используя закон Гука (1.8):

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB} \cdot l_{AB}}{E \cdot F_{AB}} = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 0{,}4}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 14 \cdot 10^{-4}} = 0{,}57 \cdot 10^{-4}\ \text{м};$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC} \cdot l_{BC}}{E \cdot F_{BC}} = \frac{-50 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -2{,}1 \cdot 10^{-4}\ \text{м};$$

$$\Delta l_{CD} = \frac{N_{CD} \cdot l_{CD}}{E \cdot F_{CD}} = \frac{-160 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 6 \cdot 10^{-4}} = -6{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Определяем перемещения сечений, начиная с неподвижного закрепленного конца. Сечение D расположено в заделке, оно не может смещаться и его перемещение равно нулю:

$$\Delta_D = 0.$$

Сечение C переместится в результате изменения длины участка CD. Перемещение сечения C определяется по формуле

$$\Delta_C = \Delta l_{CD} = -6{,}7 \cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

При отрицательной (сжимающей) силе точка C сместится влево.

Перемещение сечения B является результатом изменения длин DC и CB. Складывая их удлинения, получаем

$$\Delta_B = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} = -6{,}7 \cdot 10^{-4} - 2{,}1 \cdot 10^{-4} = -8{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

Рассуждая аналогично, вычисляем перемещение сечения A:

$$\Delta_A = \Delta l_{CD} + \Delta l_{BC} + \Delta l_{AB} = -6{,}7 \cdot 10^{-4} - 2{,}1 \cdot 10^{-4} + 0{,}57 \cdot 10^{-4} = -8{,}23 \cdot 10^{-4}\ \text{м}.$$

В выбранном масштабе откладываем от исходной оси значения вычисленных перемещений. Соединив полученные точки прямыми линиями, строим эпюру перемещений (рис. 2,г).

4. Проверка прочности бруса.

Условие прочности записывается в следующем виде:

$$\sigma_{max} \le [\sigma].$$

Максимальное напряжение $\sigma_{\max}$ находим по эпюре напряжений, выбирая максимальное по абсолютной величине:

$$\sigma_{max} = 267 \text{ МПа}.$$

Это напряжение действует на участке *DC*, все сечения которого являются опасным.

Допускаемое напряжение вычисляем по формуле (1.13):

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1{,}5} = 160 \text{ МПа} .$$

Сравнивая $\sigma_{\max}$ и $[\sigma]$, видим, что условие прочности не выполняется, так как максимальное напряжение превышает допускаемое.

ЗАДАЧА 2

К ступенчатому валу, состоящему из участков с круглым и кольцевым поперечными сечениями приложены пары сил с моментами M и M_1.

Требуется определить из условий жесткости неизвестные размеры вала, округлив их до ближайшей величины по ГОСТ 6636-69, и вычислить максимальный угол поворота поперечного сечения вала в градусах, для этого:

1. Построить эпюру крутящих моментов в долях M.
2. Построить эпюру максимальных касательных напряжений в долях M/D^3.
3. Построить эпюры относительных (в долях M/GD^4) и абсолютных (в долях M/GD^4) углов закручивания.
4. Найти запас прочности вала.

Принять $M = 4{,}0$ кН·м; $l = 0{,}25$м; $[\theta] = 3$ град/м; материал – Сталь 20; $\mu = 0{,}28$; $E = 2\cdot10^5$МПа; $\tau_т = 160$ МПа.

Вариант	M_1/M	l_1/l	l_2/l	d/D	d_1/D	№ схемы
1	**1,0**	**1,0**	**2,0**	**0,9**	**0,7**	**I**
2	**0,5**	**1,5**	**1,5**	**0,8**	**0,6**	**II**
3	**2,0**	**2,0**	**2,5**	**0,7**	**0,8**	**III**
4	**1,5**	**2,5**	**1,0**	**0,6**	**0,7**	**IV**
5	**1,0**	**3,0**	**1,0**	**0,75**	**0,6**	**V**
6	**0,5**	**2,0**	**1,5**	**0,65**	**0,75**	**VI**
7	**2.0**	**2,5**	**2,5**	**0,7**	**0,9**	**VII**
8	**3,0**	**1,0**	**2,0**	**0,6**	**0,85**	**VIII**
9	**1,5**	**1.5**	**1,5**	**0,8**	**0,6**	**IX**
10	**2,0**	**2,0**	**1,0**	**0,7**	**0,9**	**X**

Вариант	M_1/M	l_1/l	l_2/l	d/D	d_1/D	№ схемы
11	2,5	1,5	2,0	0,6	0,8	I
12	1,5	2,0	2,5	0,75	0,7	II
13	2.0	2,5	1,0	0,85	0,6	III
14	3,0	1,0	2,5	0,6	0,75	IV
15	0,5	1.5	1,5	0,9	0,75	V
16	1,5	1,5	1,5	0,8	0,95	VI
17	2.0	2,0	1,0	0,7	0,6	VII
18	3,0	2,5	2,0	0,6	0,9	VIII
19	1,5	3,0	2,5	0,75	0,6	IX
20	2,0	2,0	1,0	0,65	0,9	X
21	0,5	1,0	1,0	0,6	0,6	I
22	2.0	1.5	2,0	0,75	0,75	II
23	3,0	2,0	2,5	0,65	0,9	III
24	1,5	1,5	1,0	0,7	0,85	IV
25	2,0	2,0	2,5	0,6	0,6	V
26	2,5	2,5	1,5	0,8	0,9	VI
27	1,5	1,0	1,5	0,7	0,8	VII
28	2.0	1.5	1,0	0,6	0,7	VIII
29	3,0	1,5	2,0	0,75	0,6	IX
30	0,5	2,0	2,5	0,85	0,75	X

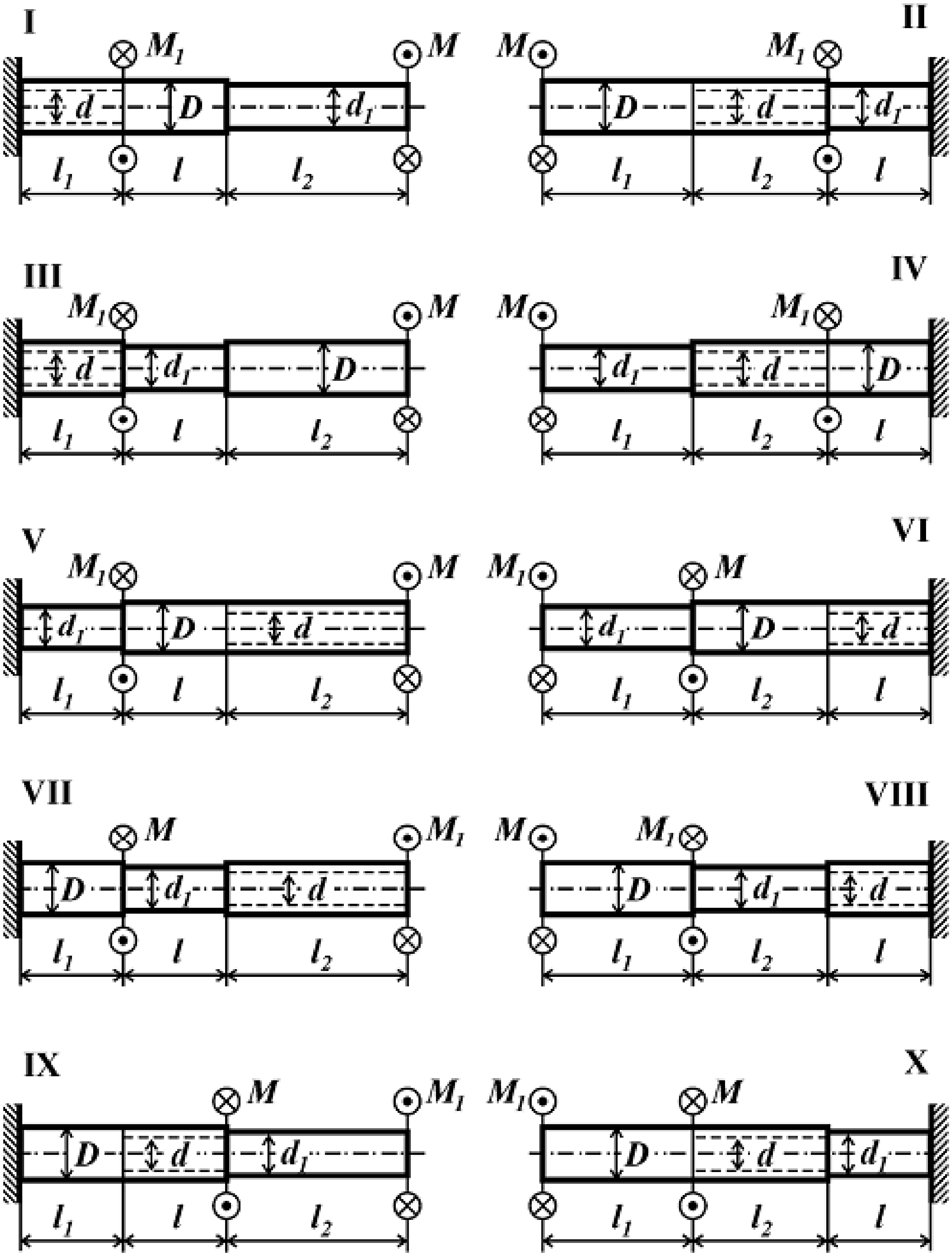

I
M_1
M
d
D
d_1
l_1
l
l_2
II
M
M_1
D
d
d_1
l_1
l_2
l
III
M_1
M
d
d_1
D
l_1
l
l_2
IV
M
M_1
d_1
d
D
l_1
l_2
l
V
M_1
M
d_1
D
d
l_1
l
l_2
VI
M_1
M
d_1
D
d
l_1
l_2
l
VII
M
M_1
D
d_1
d
l_1
l
l_2
VIII
M
M_1
D
d_1
d
l_1
l_2
l
IX
M
M_1
D
d
d_1
l_1
l
l_2
X
M_1
M
D
d
d_1
l_1
l_2
l

Рис. 1

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

Брус, нагруженный парами сил, плоскости действия которых перпендикулярны его оси, испытывает деформацию кручения. Внутренним силовым фактором в поперечном сечении бруса в этом случае является крутящий момент T, величину которого определяют методом сечений.

Можно сформулировать правило для определения крутящего момента в сечении бруса: крутящий момент в любом сечении бруса численно равен алгебраической сумме крутящих моментов, расположенных по одну сторону от этого сечения; при этом крутящий момент, приложенный к брусу, считается условно положительным, если при взгляде вдоль оси бруса с левого конца мы видим его направленным по ходу часовой стрелки.

Размеры и форма поперечного сечения бруса в расчетах на кручение учитываются двумя геометрическими характеристиками: полярным моментом инерции J_ρ и полярным моментом сопротивления W_ρ. Для круглого сечения они вычисляются по следующим формулам:

$$J_\rho = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1 d^4; \tag{1}$$

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2 d^3, \tag{2}$$

где d – диаметр сечения.

Крутящий момент T вызывает в сечениях касательные напряжения τ_ρ, вычисляемых по формуле

$$\tau_\rho = \frac{T}{J_p}\rho, \tag{3}$$

где T – крутящий момент в сечении бруса;

J_ρ – полярный момент инерции сечения;

ρ – расстояние от центра тяжести сечения до точки, в которой определяются напряжения.

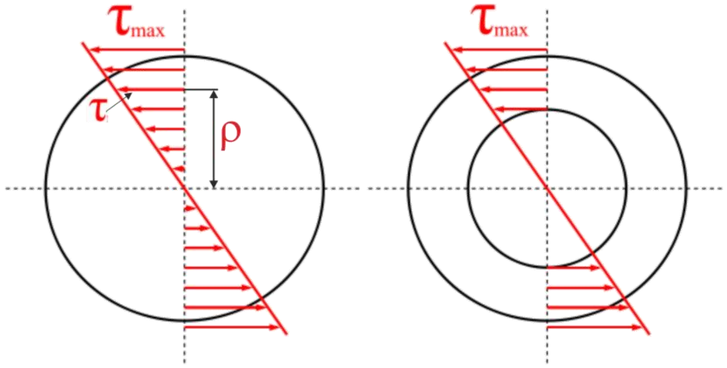


Рис. 1

Условие прочности записывается в виде

$$\tau_{max} = \frac{T_{max}}{W_\rho} \le [\tau], \tag{4}$$

где T_{max} –максимальная по модулю величина крутящего момента, определяемого по эпюре T

$W_p = \dfrac{J_\rho}{r}$ – полярный момент сопротивления;

$[\tau]$ – допускаемое касательное напряжение.

$[\tau] = \dfrac{\tau_{пред}}{[n]}$, для пластичного материала, за $\tau_{пред}$ принимается предел текучести при сдвиге $\tau_т$,

для хрупкого материала $\tau_в$ – предел прочности,

$[n]$ – коэффициент запаса прочности.

Деформация при кручении характеризуется углом закручивания φ(рад):

$$\varphi = \frac{T\,l}{G\,J_\rho} \tag{5}$$

где l – длина бруса;

G – модуль сдвига (модуль упругости второго рода).

Угол закручивания на единице длины бруса называется относительным углом закручивания и вычисляется по формуле

$$\theta = \frac{T}{G\,J_\rho}. \qquad (6)$$

Условие жесткости накладывает ограничение на величину относительного угла закручивания:

$$\theta_{max} \le [\theta],$$

где $[\theta]$ – допускаемый угол закручивания.

Для круглого сечения радиусом R, (диаметром d) (рис. 3)

$$W_\rho = \frac{J_\rho}{d/2} = \frac{\pi d^4}{16d} \approx 0{,}2d^3.$$

Для кольцевого сечения диаметрами D и d (рис. 4)

$$W_\rho = \frac{\pi}{16D}\left(D^4 - d^4\right) \approx 0{,}2D^3\left(1 - m^4\right), \text{ где } m = \frac{d}{D}.$$

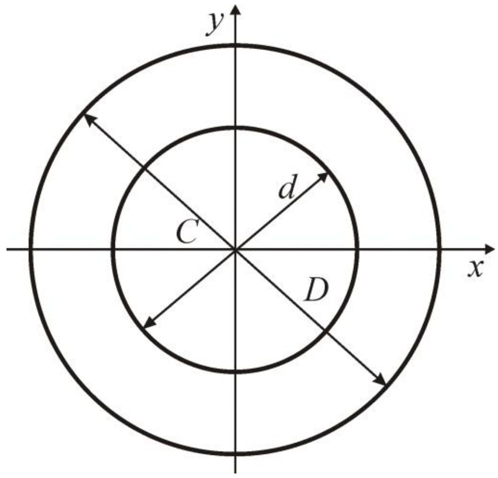


Рис. 3

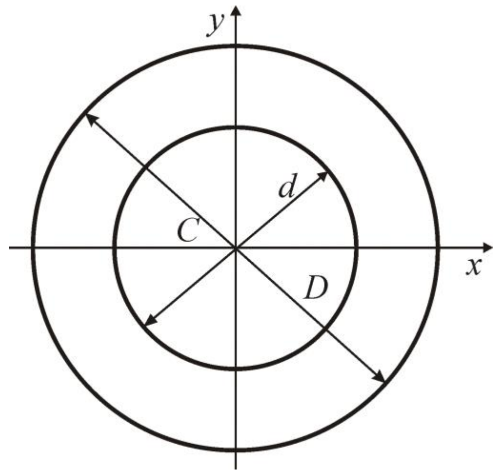


Рис. 4

ЗАДАЧА 3

Для стальной балки требуется:

1) построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов;

2) подобрать из расчета на прочность по наибольшим нормальным напряжениям размеры сечений трех типов:

— двутавровое поперечное сечение;

— прямоугольное сечение высотой $h = 2b$;

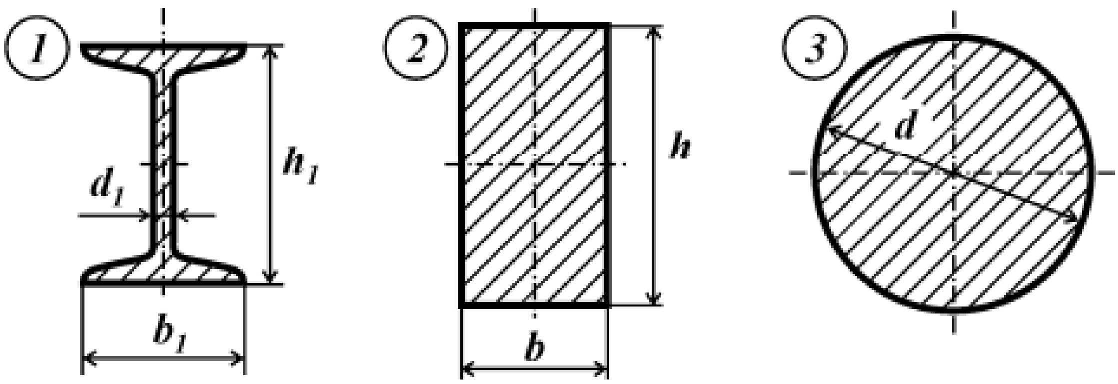
— круглое поперечное сечение диаметром d.

3) для каждого типа сечения балки вычислить наибольшие касательные напряжения в поперечном сечении;

4) вычертить найденные сечения в одном масштабе на миллиметровой бумаге формата А4, показать размеры сечений, изобразить распределение нормальных и касательных напряжений;

5) найти соотношение весов соответствующих балок, приняв вес двутавровой балки за единицу.

Принять: длину $l = 0{,}4$ м, $P = 10$кН; М = 50кН·м; остальные исходные данные взять из таблиц.



Вар.	l_1/l	l_2/l	M/Pl	M_1/Pl	M_2/Pl	F_1/P	F_2/P	№ схе-мы	Материал
1	3	2	1	3	2	2	2	**I**	Сталь 40
2	3	1	2	2	1	1	1	**II**	Сталь 45
3	2	2	1	1	2	3	1	**III**	Сталь Ст.3
4	1	1	1	2	2	2	2	**IV**	Сталь Ст.4
5	3	1	2	1	3	1	2	**V**	Сталь Ст.5
6	1	2	2	3	2	2	1	**VI**	Сталь 40Х
7	2	2	1	2	1	2	3	**VII**	Сталь 40ХН
8	3	1	1	1	2	1	2	**VIII**	Сталь 20ХН
9	1	1	2	2	1	1	1	**IX**	Сталь 20
10	1	2	1	2	3	2	2	**X**	Сталь 40
11	3	1	1	3	2	2	2	**I**	Сталь 45
12	2	2	2	2	1	1	1	**II**	Сталь 20ХН
13	1	1	2	1	2	3	1	**III**	Сталь 40ХН
14	3	1	1	2	2	2	2	**IV**	Сталь Ст.4
15	1	2	1	1	3	1	2	**V**	Сталь 40
16	2	2	2	3	2	2	1	**VI**	Сталь 45
17	3	1	1	2	2	2	1	**VII**	Сталь 20ХН
18	1	1	1	1	1	1	2	**VIII**	Сталь 40ХН
19	1	2	2	2	2	1	2	**IX**	Сталь Ст.4
20	3	1	2	2	2	2	1	**X**	Сталь 20
21	2	1	1	3	3	2	3	**I**	Сталь 45
22	1	2	1	2	2	1	2	**II**	Сталь 20ХН
23	3	2	2	1	1	3	1	**III**	Сталь 40ХН
24	1	1	1	2	2	2	2	**IV**	Сталь Ст.4
25	2	1	1	1	1	1	2	**V**	Сталь 40

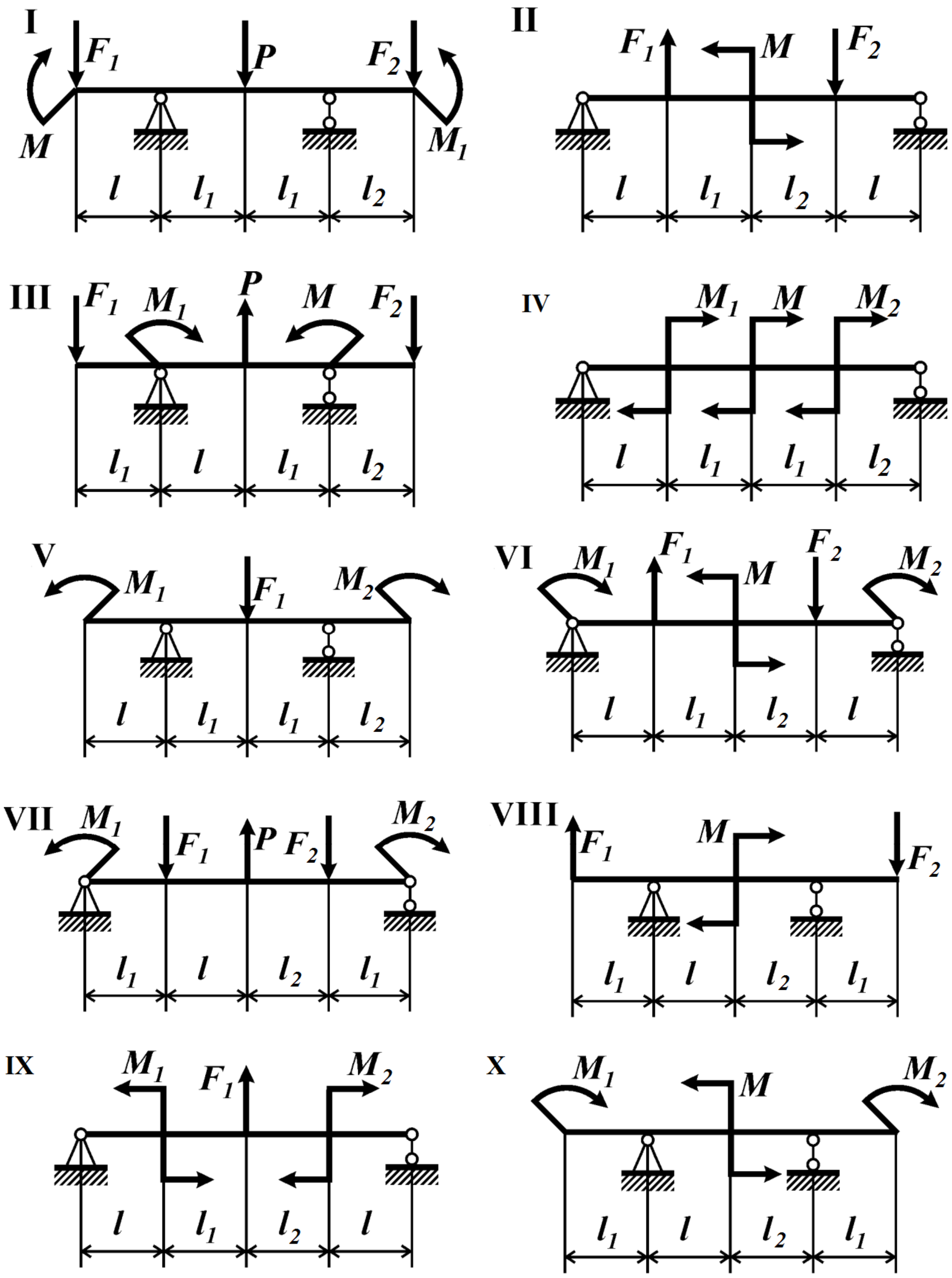

I
F1 P F2
M M1
l l1 l1 l2
II
F1 M F2
l l1 l2 l
III
F1 M1 P M F2
l1 l l1 l2
IV
M1 M M2
l l1 l1 l2
V
M1 F1 M2
l l1 l1 l2
VI
M1 F1 M F2 M2
l l1 l2 l
VII
M1 F1 P F2 M2
l1 l l2 l1
VIII
F1 M F2
l1 l l2 l1
IX
M1 F1 M2
l l1 l2 l
X
M1 M M2
l1 l l2 l1

Рис.1

Основные теоретические сведения и расчетные формулы

При изгибе в поперечном сечении бруса, который в этом случае называется балкой, возникают два внутренних усилия: поперечная сила Q и изгибающий момент M_x.

Поперечной силой в сечении называется внутреннее усилие, численно равное алгебраической сумме проекций всех сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, на нормаль к оси балки. Поперечная сила считается положительной, если она стремится вращать бесконечно малый элемент балки по ходу часовой стрелки. Обратное направление вращения соответствует отрицательной поперечной силе (рис.2).

Рис. 2. Правило знаков для поперечной силы

Изгибающим моментом в сечении балки называется внутреннее усилие, численно равное алгебраической сумме моментов внешних сил, действующих на балку по одну сторону от рассматриваемого сечения, относительно его центра тяжести. Изгибающий момент положителен, если под его воздействием балка изгибается выпуклостью вниз; при изгибе выпуклостью вверх изгибающий момент считается отрицательным (рис.3). Эпюра изгибающего момента строится со стороны сжатого волокна балки, которое находится с вогнутой части балки. Положительные значения изгибающего момента откладываются вверх от оси эпюры, отрицательные – вниз.

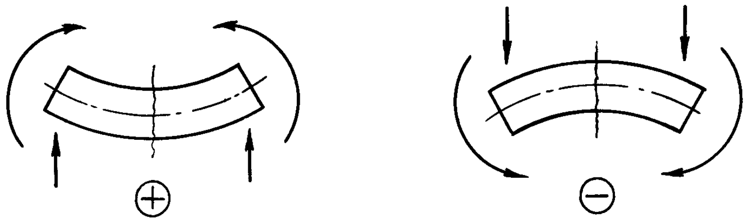


Рис. 3. Правило знаков для изгибающего момента

При решении задач, связанных с расчетами балок на прочность и жесткость, строятся графики изменения этих усилий по длине бруса – эпюры поперечных сил и изгибающих моментов. Целью построения эпюр при расчетах на прочность является наглядное представление изменения внутренних усилий в сечении в зависимости от его положения и определение наиболее нагруженных участков балки.

При изгибе балки в ее поперечном сечении возникают нормальные и касательные напряжения. Нормальные напряжения определяются по формуле

$$\sigma = \frac{M_x}{J_x} y,$$

где M_x – изгибающий момент в рассматриваемом сечении;

J_x – момент инерции поперечного сечения относительно нейтральной оси;

y – расстояние от нейтральной оси до точки, где определяется напряжение.

Условие прочности при изгибе для пластичных материалов

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x^{\max}}{W_x} \le [\sigma].$$

где W_x – осевой момент сопротивления при изгибе, вычисляемый относительно нейтральной оси.

Для простых геометрических фигур его вычисляют по формулам:

для прямоугольника $W_x = \dfrac{bh^2}{6}$;

для круга $W_x = \dfrac{\pi d^3}{32}$.

Моменты сопротивления прокатных профилей приводятся в таблицах сортамента.

ЗАДАЧА 4

Для данного соединения из условных расчетов на прочность (при растяжении, сжатии, кручении, срезе и смятии) определить указанные на схеме размеры и уточнить их в соответствии с ГОСТ 6639-69 (нормальные линейные размеры).

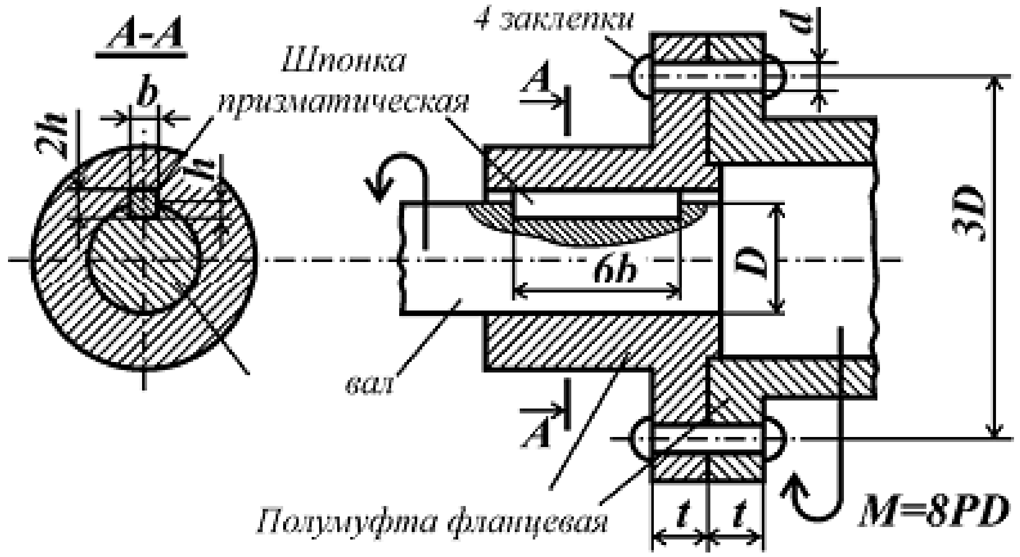
Выполнить чертеж соединения на листе формата А4.

Принять: материал сталь,

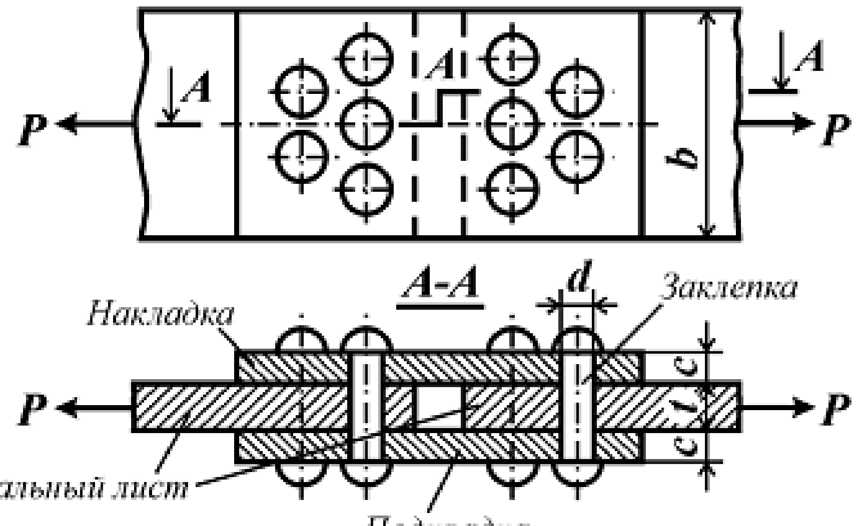
$$[\sigma] = 100\text{МПа},\ [\tau] = 50\text{МПа},\ [\tau]_{\text{ср}} = 40\text{МПа},\ [\sigma]_{\text{см}} = 200\text{МПа}.$$

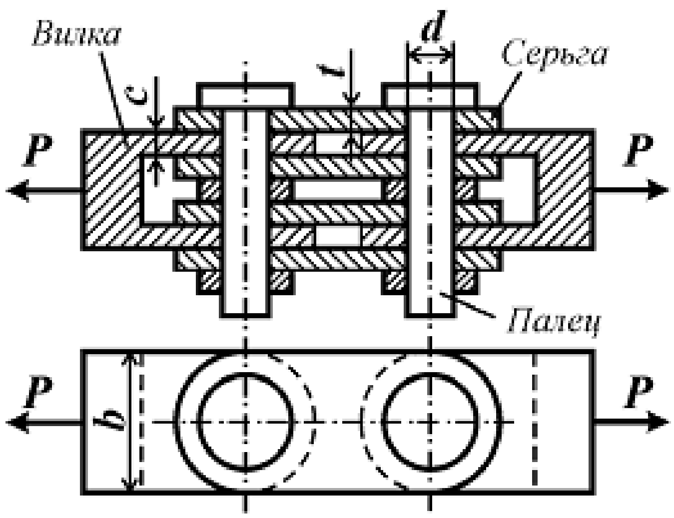
Вариант	***P***	**№ схемы**
1	**50**	**I**
2	**55**	**II**
3	**60**	**III**
4	**65**	**IV**
5	**70**	**V**
6	**75**	**VI**
7	**80**	**VII**
8	**85**	**VIII**
9	**90**	**IX**
10	**95**	**X**
11	**100**	**I**
12	**95**	**II**
13	**90**	**III**
14	**85**	**IV**
15	**80**	**V**
16	**75**	**VI**
17	**70**	**VII**
18	**65**	**VIII**
19	**60**	**IX**
20	**55**	**X**

I

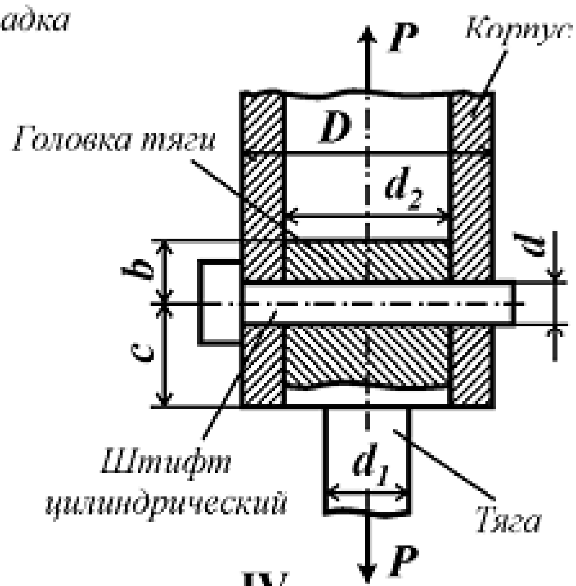

A-A
b
2h
h
Шпонка
призматическая
4 заклепки
d
A
3D
D
6b
вал
A
Полумуфта фланцевая
t
t
M=8PD

II


A
A
A
P
P
b
A-A
d
Накладка
Заклепка
P
P
c
t
c
Центральный лист
Подкладка

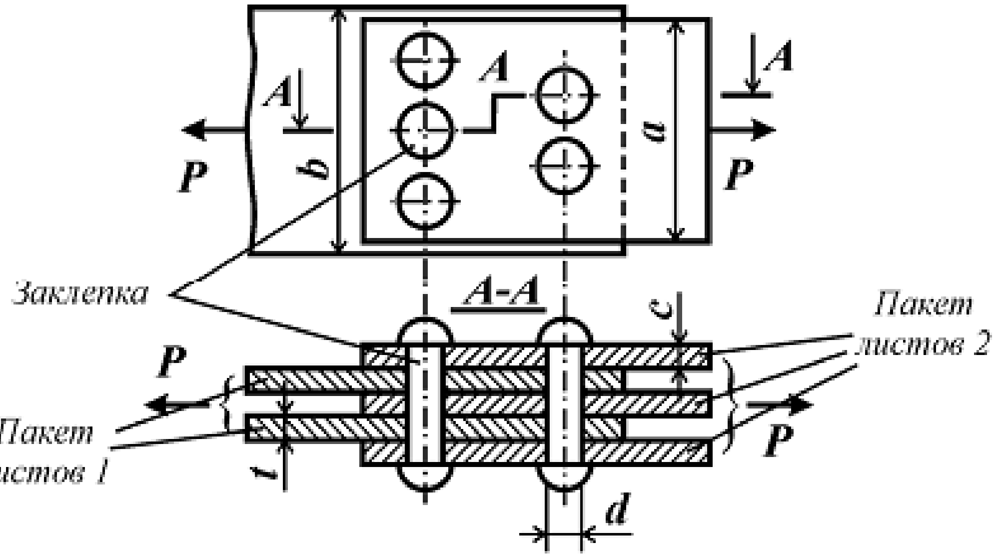

Вилка
d
Серьга
t
c
P
P
Палец
P
P
b

III

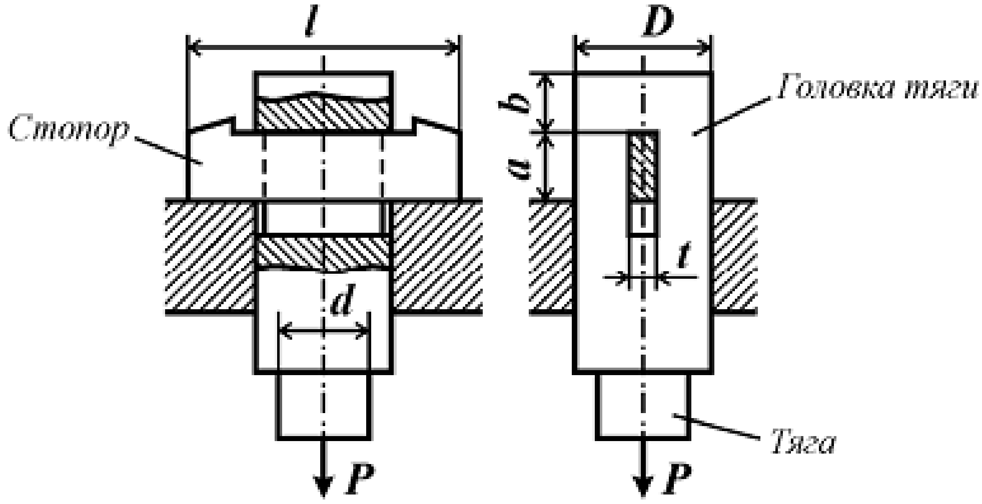

P
Головка тяги
D
d_2
b
d
c
Штифт
цилиндрический
d_1
Тяга
P

IV

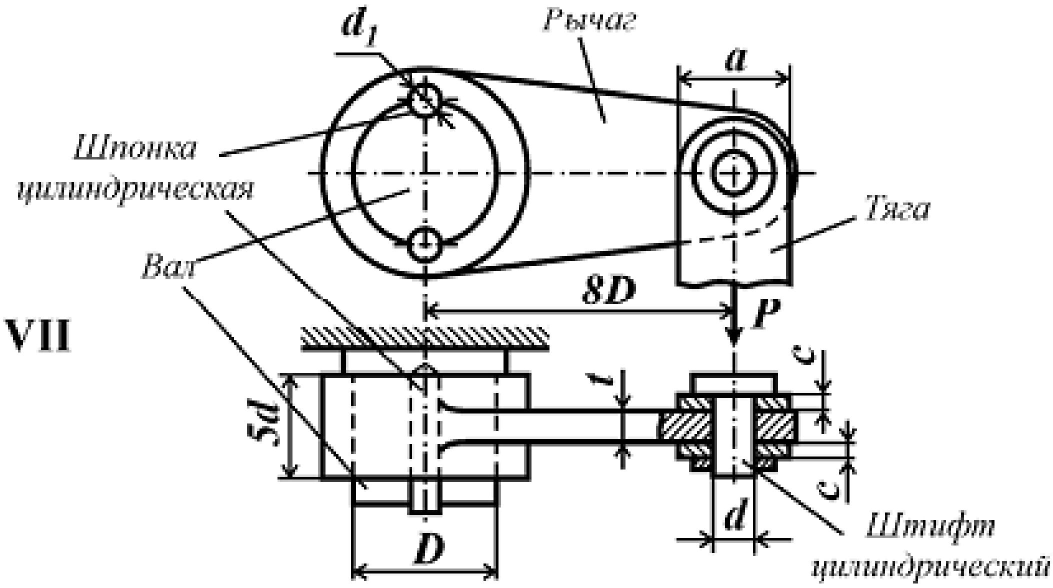
V


A
A
A-A
a
b
P
P
Заклепка
Пакет листов 2
Пакет листов 1
c
t
d
P
P

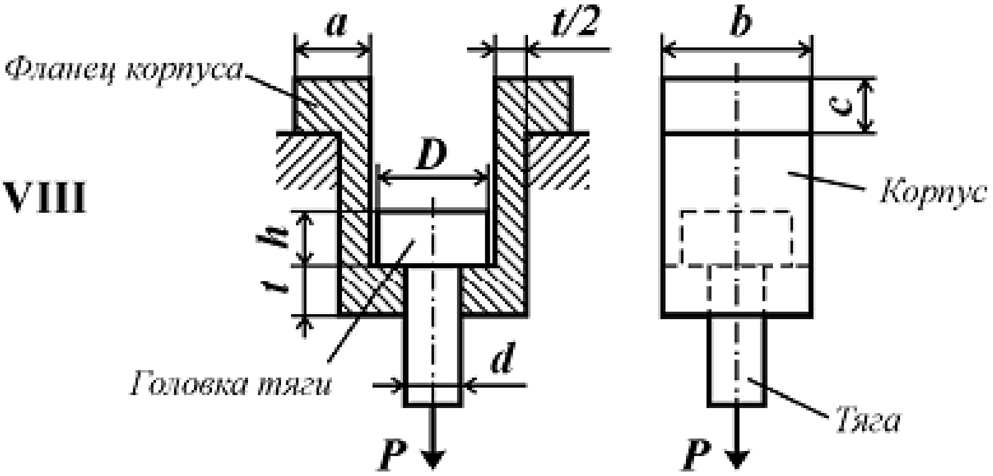
VI


l
D
Стопор
Головка тяги
b
a
t
d
Тяга
P
P

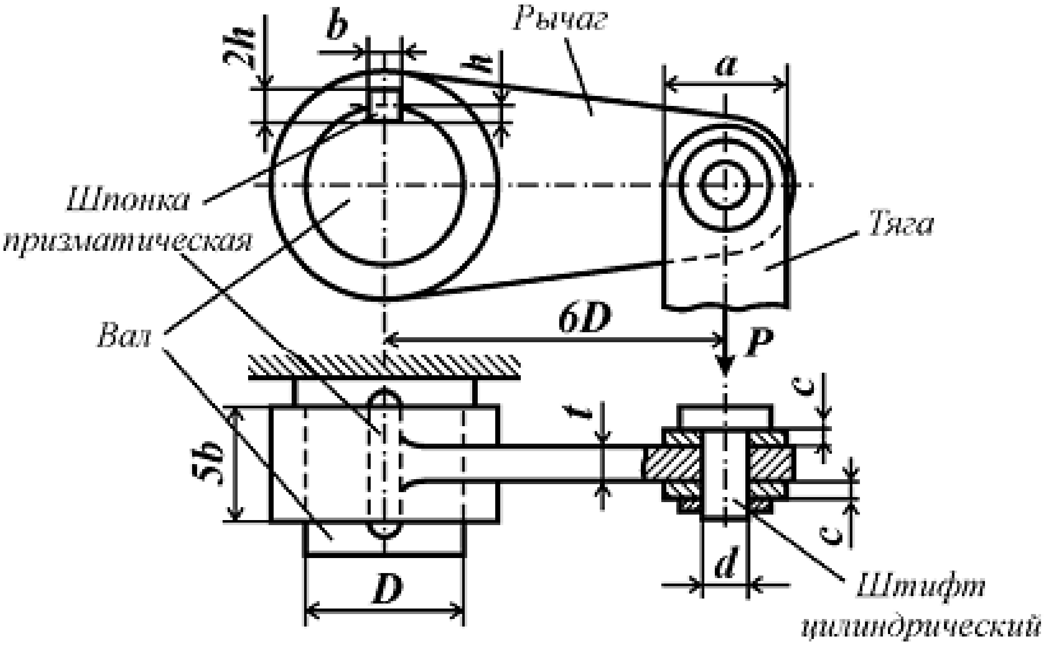
VII


d1
Рычаг
a
Шпонка цилиндрическая
Тяга
Вал
8D
P
c
t
5d
c
d
D
Штифт цилиндрический

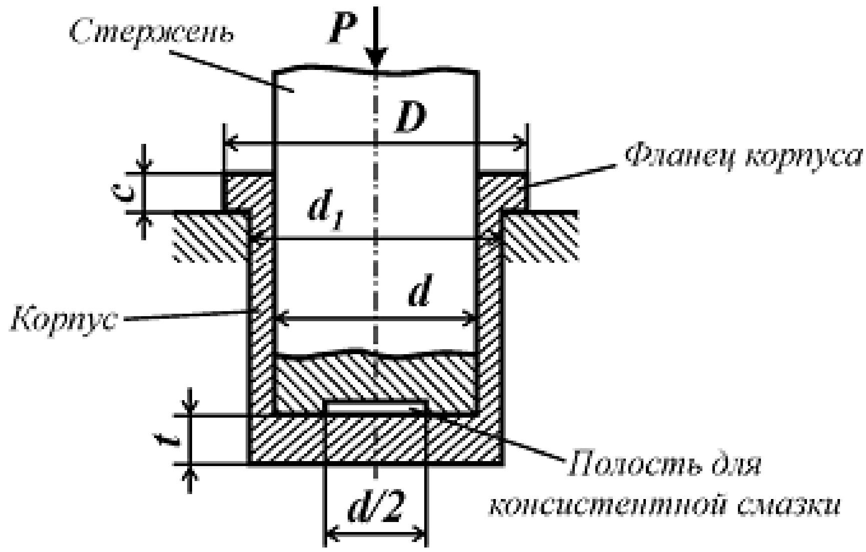
VIII


a
t/2
b
Фланец корпуса
c
D
Корпус
h
t
Головка тяги
d
Тяга
P
P

IX


b
2h
h
Рычаг
a
Шпонка
призматическая
Тяга
Вал
6D
P
t
c
5b
c
d
D
Штифт
цилиндрический

X


Стержень
P
D
Фланец корпуса
c
d1
d
Корпус
t
Полость для
консистентной смазки
d/2

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТЕРИАЛОВ

Пластичные материалы						
Материал	Марка	σ_T ($\sigma_{0,2}$), МПа	σ_B, МПа	τ_T ($\tau_{0,3}$), МПа	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	μ
Стали углеродистые	Ст.3	230	470	160	2,0	0,28
	Ст.4	240	550	170	2,0	0,28
	Ст.5	280	650	190	2,0	0,28
	20	220	500	160	2,0	0,28
	40	320	650	220	2,0	0,28
	45	320	750	220	2,0	0,28
Стали легированные	20ХН	600	800	350	2,1	0,30
	40Х	800	1000	440	2,1	0,30
	40ХН	750	900	390	2,1	0,30
	12ХН3А	700	950	400	2,1	0,30
Сплавы алюминиевые	АЛ-4	200	260	120	0,72	0,30
	АК-4	310	400	180	0,72	0,30
	Д-16	330	470	200	0,72	0,30
Титановый сплав	ВТ-3	950	1100	500	1,2	0,26
Латунь (медный сплав)	Л-68	330	450	200	1,2	0,36
Магниевый сплав	МА-5	220	300	160	0,72	0,27

Хрупкие материалы					
Материал	Марка	σ_{BP}, МПа	σ_{BC}, МПа	$E \cdot 10^{-5}$, МПа	μ
Серые чугуны	СЧ 12	120	500	1,2	0,25
	СЧ 15	150	600	1,2	0,25
	СЧ 18	180	670	1,2	0,25
	СЧ 24	240	800	1,2	0,25
	СЧ 35	350	900	1,2	0,25

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

НОРМАЛЬНЫЕ ЛИНЕЙНЫЕ РАЗМЕРЫ ПО ГОСТ 6636-69

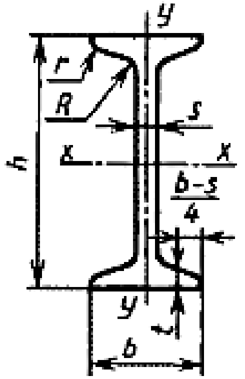
Размеры, мм

Ряды															
Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40	Ra5	Ra10	Ra20	Ra40
1,0	1,0	1,0	1,0	10	10	10	10	100	100	100	100	1000	1000	1000	1000
			1,05				10,5				105				1060
		1,1	1,1			11	11			110	110			1120	1120
			1,15				11,5				120				1180
	1,2	1,2	1,2		12	12	12		125	125	125		1250	1250	1250
			1,3				13				130				1320
		1,4	1,4			14	14			140	140			1400	1400
			1,5				15				150				1500
1,6	1,6	1,6	1,6	16	16	16	16	160	160	160	160	1600	1600	1600	1600
			1,7				17				170				1700
		1,8	1,8			18	18			180	180			1800	1800
			1,9				19				190				1900
	2,0	2,0	2,0		20	20	20		200	200	200		2000	2000	2000
			2,1				21				210				2120
		2,2	2,2			22	22			220	220			2240	2240
			2,4				24				240				2360
2,5	2,5	2,5	2,5	25	25	25	25	250	250	250	250	2500	2500	2500	2500
			2,6				26				260				2600
		2,8	2,8			28	28			280	280			2800	2800
			3,0				30				300				3000
	3,2	3,2	3,2		32	32	32		320	320	320		3150	3150	3150
			3,4				34				340				3350
		3,6	3,6			36	36			360	360			3550	3550
			3,8				38				380				3750
4,0	4,0	4,0	4,0	40	40	40	40	400	400	400	400	4000	4000	4000	4000
			4,2				42				420				4250
		4,5	4,5			45	45			450	450			4500	4500
			4,8				48				480				4750
	5,0	5,0	5,0		50	50	50		500	500	500		5000	5000	5000
			5,3				53				530				5300
		5,6	5,6			56	56			560	560			5600	5600
			6,0				60				600				6000
6,3	6,3	6,3	6,3	63	63	63	63	630	630	630	630	6300	6300	6300	6300
			6,7				67				670				6700
		7,1	7,1			71	71			710	710			7100	7100
			7,5				75				750				7500
	8,0	8,0	8,0		80	80	80		800	800	800		8000	8000	8000
			8,5				85				850				8500
		9,0	9,0			90	90			900	900			9000	9000
			9,5				95				950				9500

Примечание: при выборе размеров предпочтение отдавать рядам с более крупной градацией: ряд Ra5 следует предпочитать ряду Ra10; ряд Ra10 – ряду Ra20. Ряд Ra40 допускается применять только с разрешения преподавателя.

ДВУТАВРЫ СТАЛЬНЫЕ ГОРЯЧЕКАТАНЫЕ (по ГОСТ 8239-89)

43. Размеры и справочные величины для осей двутавров



Обозначения:

h - высота балки;
b - ширина полки;
s - толщина стенки;
t - средняя толщина полки;
R - радиус внутреннего закругления;
r - радиус закругления полки;
J - момент инерции;
W - момент сопротивления;
S - статический момент полусечения;
i - радиус инерции

ГОСТ предусматривает также номера балок 45 - 60. Размеры двутавров 18а, 20а, 22а, 24а, 30а не стандартизованы. Двутавры от № 24 до № 60 не рекомендуется применять в новых разработках.

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	h	b	s	t	R	r	Площадь сечения, см^2	Справочные величины для осей						
									x - x				y - y		
		мм							J_x, см^4	W_x, см^3	i_x, см	S_x, см^3	J_y, см^4	W_y, см^3	i_y, см
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7,0	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3,0	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8,0	3,0	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9,0	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18а	19,9	180	100	5,1	8,3	9,0	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12
20	21.0	200	100	5,2	8,4	9,5	4.0	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20а	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4,0	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24.0	220	110	5,4	8,7	10,0	4,0	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22а	25,8	220	120	5,4	8,9	10,0	4,0	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4,0	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24а	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4,0	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63

Продолжение табл. 4.

Номер двутавра	Масса 1 м, кг	h	b	s	t	R	r	Площадь сечения, $см^2$	Справочные величины для осей						
		мм							$x - x$				$y - y$		
									J_x, $см^4$	W_x, $см^3$	i_x, см	S_x, $см^3$	J_y, $см^4$	W_y, $см^3$	i_y, см
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11,0	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27а	33,9	270	135	6,0	10,2	11,0	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12,0	5,0	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30а	39,2	300	145	6,5	10,7	12,0	5,0	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13,0	5,0	53,8	9840	597	13,5	389	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14,0	6,0	61,9	13 380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	57,0	400	155	8,3	13,0	15,0	6,0	72,6	19 062	953	16,2	545	667	86,1	3,03