

КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Методические указания и варианты курсового задания

НТБ МГТУ им. Н.Э. Баумана



- 526

1820527

Кинематика плоского движения

Москва
Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
2007

М Г Т У
ИМ. Н. Э. БАУМАНА
БИБЛИОТЕКА

УДК 531.1(076)
ББК 22.21
К 431

Рецензент *В.Н. Наумов*

Кинематика плоского движения твердого тела: Методические указания и варианты курсового задания / В.В. Дубинин, А.Ю. Карпачев, Б.П. Назаренко и др. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2007. – 35 с.: ил.

ISBN 978-5-7038-3003-1

Представлены варианты курсового задания по теме «Кинематика плоского движения твердого тела». Даны 36 вариантов курсового задания, приведены примеры решения заданий с реализацией на ЭВМ.

Для студентов МГТУ им. Н.Э. Баумана, изучающих курс «Теоретическая механика», и студентов технологических и конструкторских специальностей машиностроительных вузов и технических университетов.

УДК 531.1(076)
ББК 22.21

ПРЕДИСЛОВИЕ

Целью курсового задания является закрепление основных понятий кинематики плоского движения твердого тела, обучение навыкам применения векторных формул для определения кинематических характеристик (угловых скоростей и ускорений) движения тела, а также скоростей и ускорений точек тела при плоском движении.

В отличие от предыдущего издания [1], в предлагаемых методических указаниях студентам представлена возможность реализации решения задачи на ЭВМ. Приведены численные расчеты с представлением результатов в традиционной форме в виде таблиц и графиков, а также анимационной картины движения звеньев рассматриваемого механизма, наблюдаемой на экране монитора.

І. УСЛОВИЯ ЗАДАНИЯ

Каждый вариант курсового задания содержит одну задачу. Рассматриваемая в задании механическая система имеет две степени свободы. Для каждого варианта заданы законы движения двух звеньев или одного звена и точки другого звена или нити.

На схемах механизмов указаны начала и положительные направления отсчета величин, определяющих законы движения. Законы движения справедливы в пределах отрезка времени $0 \leq t \leq t_1$, который содержит и расчетный момент времени t^* ($0 \leq t^* \leq t_1$, $t^* = 0, 1$ или 2 с). Схемы механических систем изображены на рисунках для расчетного момента времени t^* .

Для момента времени t^* надо определить:

1) скорости и ускорения точек A, B, C , угловые скорости и ускорения всех звеньев механизма; по векторным формулам построить многоугольники скоростей и ускорений точек;

2) найти положения мгновенного центра скоростей (МЦС) звеньев механизма и мгновенного центра ускорений (МЦУ) звена 2, с их помощью проверить правильность нахождения скорости и ускорения точки B ;

3) нанести на рисунок механизма векторы скоростей и ускорений точек A, B, C , обозначить круговыми стрелками направления угловых скоростей и ускорений звеньев;

4) составить кинематические уравнения для расчета скорости и ускорения точки B , угловых скоростей и ускорений звеньев в зависимости от времени с помощью ЭВМ. Расчеты провести для $0 \leq t \leq t_1$ с помощью формул для плоского движения твердого тела, построить графические зависимости рассчитанных величин от времени, изобразить несколько положений механизма при движении, сопоставить расчеты, выполненные вручную, с расчетами на ЭВМ для ряда моментов времени;

5) проверить составление уравнений по п. 4 другим методом (см. пример 1).

В задачах нити нерастяжимы и не скользят по телам. В ряде задач указано, что тело вращается вокруг оси $O(z)$. Это значит, что тело вращается вокруг оси, перпендикулярной плоскости рисунка и проходящей через точку O .

Использование ЭВМ при расчетах должно согласовываться с преподавателем. При защите курсового задания преподаватель рекомендует студенту определить скорость и ускорение какой-либо точки звена механизма, например точки D .

Во всех заданиях линейные координаты указаны в метрах (м), угловые координаты — в радианах (рад.), время — в секундах (с).

В вариантах заданий принят единый закон нахождения линейной и угловой координат в зависимости от времени:

$$\left. \begin{array}{l} S \\ \varphi \end{array} \right\} = bt^3 + ct^2 + dt + m + fe^{at} + l \sin \omega t.$$

Здесь S — в м, b — в м/с³, c — в м/с², d — в м/с, m, f, l — в м, a — в с⁻¹, ω — в рад/с или φ — в рад, b — в рад/с³, c — в рад/с², d — в рад/с, m, f и l — в рад.

Например:

а) $S = t^2 - t$, где $c = 1$ м/с², $d = -1$ м/с;

б) $\varphi = 1 - e^{-t}$, где $m = 1$ рад, $f = -1$ рад, $a = -1$ с⁻¹.

ІІ. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ

Пример 1. Механизм состоит из двух стержней 1 и 2, соединенных шарниром B . Концы стержней A и C движутся по заданным законам (рис. 1).

В момент времени $t^* = 0$ с требуется:

1) определить скорости и ускорения точек A, B и C , угловые скорости и ускорения звеньев 1 и 2 (по векторным формулам построить многоугольники скоростей и ускорений и с их помощью определить необходимые величины);

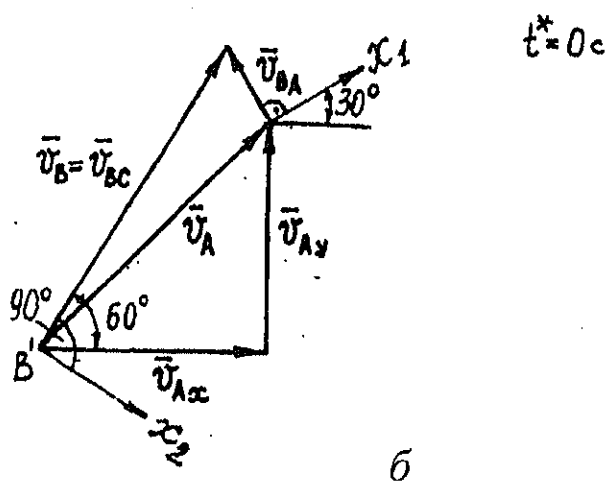
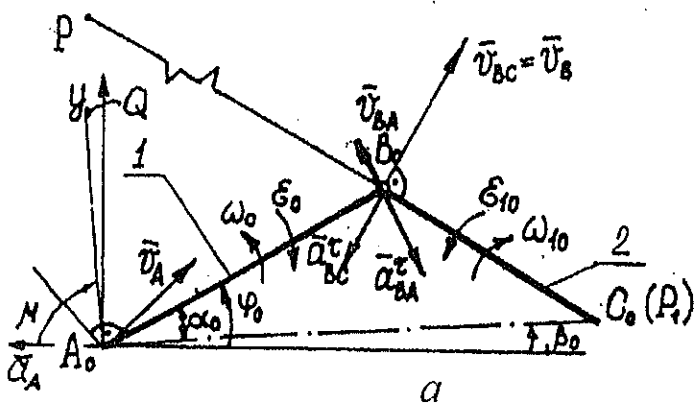
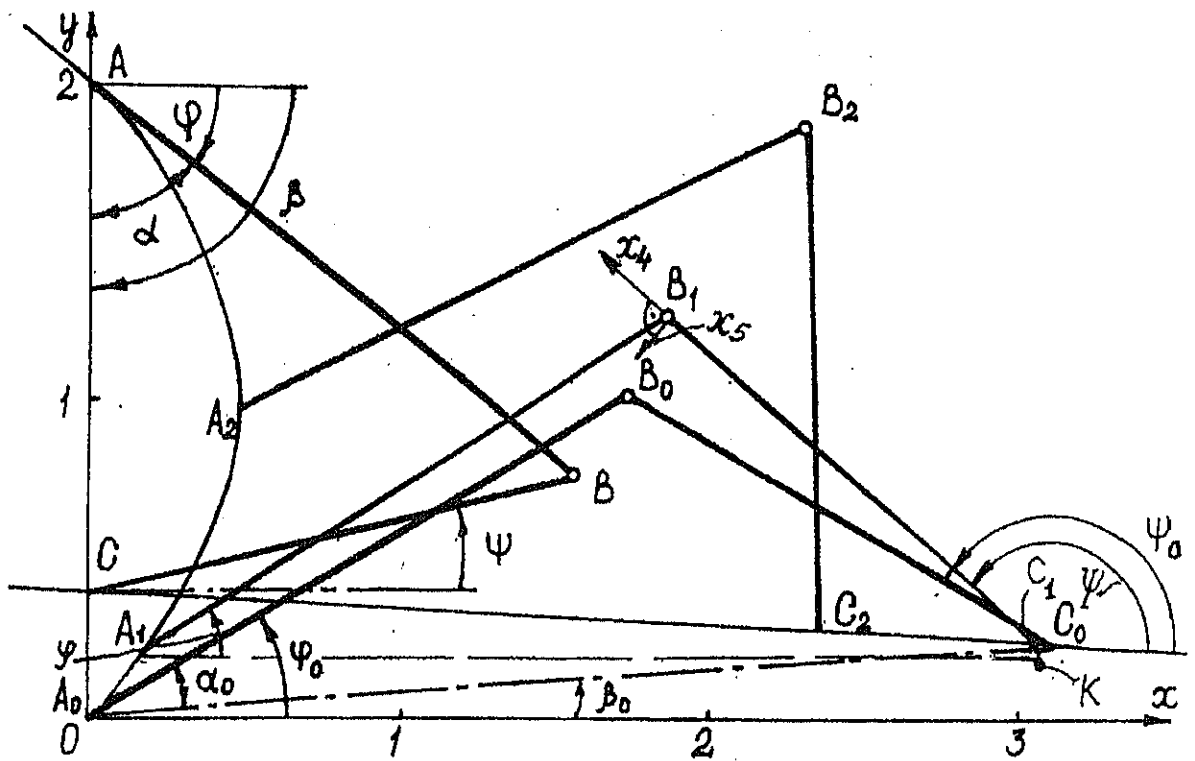


Рис. 1 (начало)

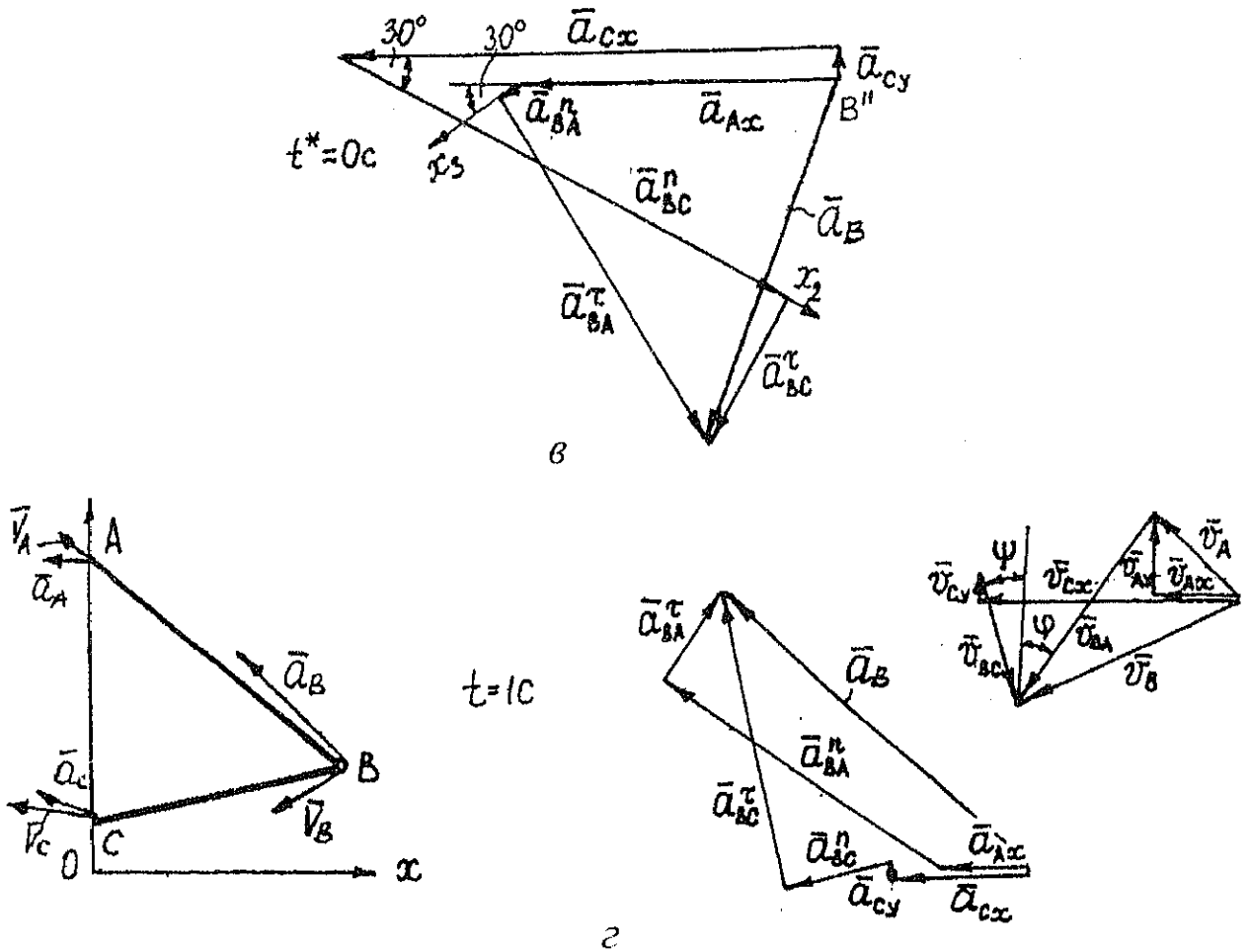


Рис. 1 (продолжение)

2) найти положения МЦС звеньев 1 и 2, а также МЦУ звена 1, с помощью МЦС и МЦУ определить скорость и ускорение точки B;

3) нанести на рисунок механизма векторы скоростей и ускорений точек A, B, C, круговые стрелки угловых скоростей и ускорений звеньев;

4) составить кинематические уравнения для расчета скорости и ускорения точки B, угловых скоростей и ускорений звеньев в зависимости от времени с помощью ЭВМ, провести расчеты для $0 \leq t \leq t_1$ (с помощью формул плоского движения тела), построить графические зависимости рассчитанных величин от времени, изобразить несколько положений механизма при движении, сопоставить расчеты, выполненные вручную, с расчетами на ЭВМ для ряда моментов времени;

5) проверить составление уравнений по п. 4 другими методами.

Принять в расчетах $AB = l = 2 \text{ м}$, $BC = l_1 = 1,6 \text{ м}$, $t^* = 0 \text{ с}$, $t_1 = 1 \text{ с}$; $x_A = 2(t - t^2) \text{ м}$, $x_C = 3,12(1 - t^2) \text{ м}$; $y_A = 2t \text{ м}$, $y_C = 0,2(1 + t^2) \text{ м}$, $\psi_0 = 150^\circ$, $\varphi_0 = 30^\circ$ (см. рис. 1, a).

Решение.

1. Определим скорости точек A и C при $t^* = 0 \text{ с}$:

$$v_{Ax} = \dot{x}_A = 2(1 - 2t) \text{ м/с}, v_{Cx} = \dot{x}_C = -6,24t \text{ м/с};$$

$$v_{Ay} = \dot{y}_A = 2 \text{ м/с}, v_{Cy} = \dot{y}_C = 0,4t \text{ м/с}.$$

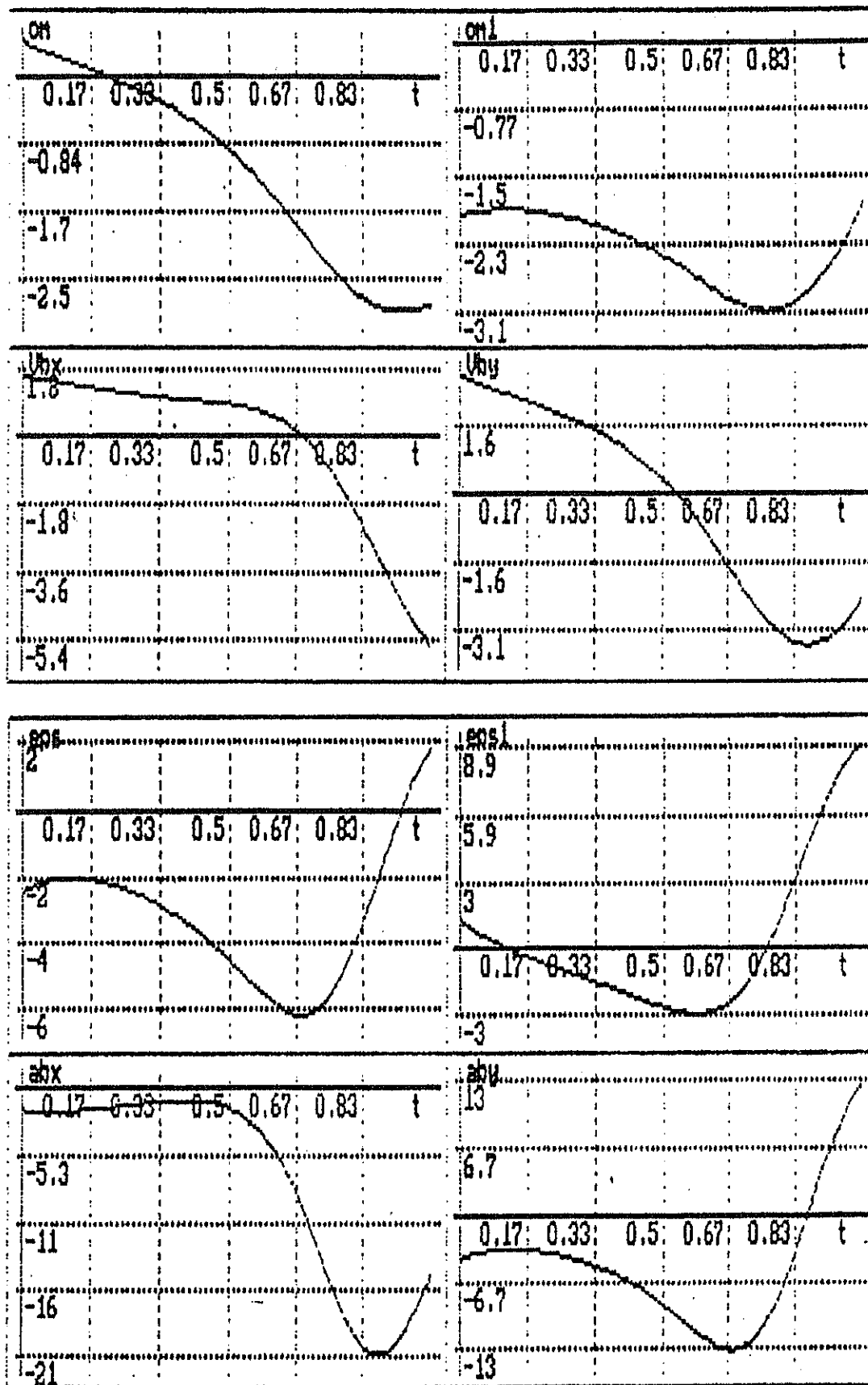
При $t^* = 0 \text{ с}$ имеем

$$v_{Ax} = 2 \text{ м/с}, v_{Ay} = 2 \text{ м/с}, v_A = 2,83 \text{ м/с};$$

$$v_{Cx} = 0, v_{Cy} = 0, v_C = 0 \text{ м/с}.$$

2. Рассмотрим движение звена 1, которому принадлежат точки A и B. Для звена 1, приняв точку A за полюс, получим

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}. \quad (1.1)$$



0

Рис. 1 (окончание)

В уравнении (1.1) вектор скорости \bar{v}_A известен по модулю и направлению (подчеркнут двумя чертами), \bar{v}_{BA} — только по направлению ($\bar{v}_{BA} \perp \overline{AB}$, подчеркнут одной чертой).

Для звена 2, приняв точку C за полюс, запишем для точки B , принадлежащей также и звену 2, скорость

$$\bar{v}_B = \underline{\bar{v}_C} + \bar{v}_{BC}. \quad (1.2)$$

В уравнении (1.2) вектор скорости \bar{v}_C известен полностью, $\bar{v}_{BC} \perp \overline{CB}$. Вектор скорости \bar{v}_B в уравнениях (1.1) и (1.2) неизвестен, поэтому, исключив \bar{v}_B из (1.1) и (1.2), получим

$$\underline{\bar{v}_A} + \bar{v}_{BA} = \underline{\bar{v}_C} + \bar{v}_{BC}. \quad (1.3)$$

Решение уравнения (1.3) проведем с помощью построения многоугольника скоростей и проецирования этого уравнения на оси.

Построим векторы $\bar{v}_A, \bar{v}_C = 0$ (в точке B') в выбранном масштабе (см. рис. 1, б). Через конец вектора \bar{v}_A проведем прямую, параллельную направлению вектора $\bar{v}_{BA} (\bar{v}_{BA} \perp \overline{AB})$. Через точку B' (так как $\bar{v}_C = 0$) проведем прямую, параллельную направлению вектора $\bar{v}_{BC} (\bar{v}_{BC} \perp \overline{CB})$. Эти прямые пересекутся и замкнут многоугольник скоростей.

Направления векторов скоростей \bar{v}_{BA} и \bar{v}_{BC} соответствуют формуле (1.3).

3. Запишем уравнение (1.3) в проекции на ось $x_1 (\bar{v}_C = 0)$:

$$v_{Ax_1} + v_{BAx_1} = v_{Cx_1} + v_{BCx_1} \text{ или } v_{Ax} \cos 30^\circ + v_{Ay} \cos 60^\circ = v_{BC} \cos 30^\circ. \quad (1.4)$$

Из (1.4) получим $v_{BC} = 3,15 \text{ м/с}$, а $\omega_1 = \frac{v_{BC}}{CB} = \frac{v_{BC}}{l_1}$; $\omega_1 = 1,97 \text{ рад/с}$. Ось x_1 была выбрана перпендикулярной \bar{v}_{BA} , чтобы в уравнении (1.4) было лишь одно неизвестное v_{BC} .

Перенесем вектор скорости \bar{v}_{BC} на рисунок механизма в точку B и определим направление круговой стрелки ω_1 (по ходу часовой стрелки) при вращении звена 2 вокруг полюса C (см. рис. 1, б).

Чтобы в уравнение не включалась величина \bar{v}_{BC} , необходимо составить уравнение проекции (1.3) на ось x_2 , где ось x_2 направлена перпендикулярно $BC (\bar{v}_C = 0)$:

$$v_{Ax_2} + v_{BAx_2} = v_{Cx_2} + v_{BCx_2} \text{ или } v_{Ax} \cos 30^\circ - v_{Ay} \sin 30^\circ - v_{BA} \cos 30^\circ = 0. \quad (1.5)$$

Из (1.5) получим $v_{BA} = 0,845 \text{ м/с}$; $\omega = \frac{v_{BA}}{AB} = \frac{v_{BA}}{l}$; $\omega = 0,423 \text{ рад/с}$.

На рис. 1, а обозначено $\omega_0 = \omega|_{t^*=0c}$, $\omega_{10} = \omega_1|_{t^*=0c}$.

Перенесем вектор скорости \bar{v}_{BA} на рисунок механизма в точку B и определим направление круговой стрелки ω (против хода часовой стрелки) при вращении звена 1 вокруг полюса A .

Определим скорость точки B . Проекция уравнения (1.1) на оси x и y имеют вид

$$v_{Bx} = v_{Ax} - v_{BA} \cos 60^\circ, \quad (1.6)$$

$$v_{By} = v_{Ay} + v_{BA} \cos 30^\circ. \quad (1.7)$$

Из (1.6) и (1.7) получим $v_{Bx} = 1,577 \text{ м/с}$, $v_{By} = 2,733 \text{ м/с}$ и $v_B = 3,155 \text{ м/с}$.

4. Определим ускорения точек A и C :

$$a_{Ax} = \ddot{x}_A = -4 \text{ м/с}^2, a_{Cx} = \ddot{x}_C = -6,24 \text{ м/с}^2,$$

$$a_{Ay} = \ddot{y}_A = 0 \text{ м/с}^2, a_{Cy} = \ddot{y}_C = 0,4 \text{ м/с}^2, a_A = 4 \text{ м/с}^2, a_C = 6,25 \text{ м/с}^2 \text{ для всех } t.$$

5. Определим угловые ускорения звеньев 1, 2 и ускорение точки B . Для звена 1, приняв точку A за полюс, получим

$$\bar{a}_B = \underline{\bar{a}_A} + \underline{\bar{a}_{BA}^n} + \bar{a}_{BA}^t. \quad (1.8)$$

Для звена 2, приняв точку C за полюс, получим

$$\bar{a}_B = \underline{\bar{a}_C} + \underline{\bar{a}_{BC}^n} + \bar{a}_{BC}^t. \quad (1.9)$$

В (1.8) и (1.9) $\bar{a}_A, \bar{a}_C, \bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BC}^n$ известны полностью. Величины a_{BA}^n и a_{BC}^n равны:

$$a_{BA}^n = \omega^2 AB, a_{BC}^n = \omega_1^2 CB. \quad (1.10)$$

Используя рассчитанные значения ω и ω_1 , по формулам (1.10) получим $a_{BA}^n = 0,358 \text{ м/с}^2$, $a_{BC}^n = 6,21 \text{ м/с}^2$. Векторы $\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BC}^n$ направлены от точки B к полюсам A и C вдоль звеньев 1 и 2. Вектор $\bar{a}_{BA}^t \perp \overline{AB}$, вектор $\bar{a}_{BC}^t \perp \overline{CB}$.

Исключив из (1.8) и (1.9) вектор \bar{a}_B , получим

$$\bar{a}_A + \bar{a}_{BA}^n + \bar{a}_{BA}^t = \bar{a}_C + \bar{a}_{BC}^n + \bar{a}_{BC}^t. \quad (1.11)$$

Решение уравнения (1.11) проведем с помощью построения многоугольника ускорений и проецирования этого уравнения на оси координат.

Построим в точке B'' векторы ускорений $\bar{a}_C(\bar{a}_{Cx}, \bar{a}_{Cy})$ и $\bar{a}_A(\bar{a}_{Ax}, 0)$, а также известные векторы $\bar{a}_{BA}^n, \bar{a}_{BC}^n$. Через концы этих векторов проведем перпендикулярные прямые, параллельные ускорениям \bar{a}_{BA}^t и \bar{a}_{BC}^t . Эти прямые, пересекаясь, замыкают многоугольник ускорений (см. рис. 1, в).

Проекция уравнения (1.11) на оси x_2, x_3 имеют вид соответственно

$$\begin{aligned} a_{BC}^n - |a_{Cx}| \cos 30^\circ - a_{Cy} \cos 60^\circ &= -|a_{Ax}| \cos 30^\circ + a_{BA}^t \cos 30^\circ - a_{BA}^n \sin 30^\circ, \\ a_{BA}^n + |a_{Ax}| \cos 30^\circ &= |a_{Cx}| \cos 30^\circ - a_{Cy} \sin 30^\circ - a_{BC}^n \cos 60^\circ + a_{BC}^t \cos 30^\circ. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Модули ускорений $\bar{a}_{BA}^t, \bar{a}_{BC}^t$ определим, решая уравнения (1.12):

$$|a_{BA}^t| = 4,91 \text{ м/с}^2, |a_{BC}^t| = 1,99 \text{ м/с}^2.$$

Угловые ускорения звеньев 1 и 2 равны $\varepsilon = \frac{|a_{BA}^t|}{AB}$, $\varepsilon = 2,455 \text{ рад/с}^2$, $\varepsilon_1 = \frac{|a_{BC}^t|}{CB}$, $\varepsilon_1 = 1,24 \text{ рад/с}^2$.

На рис. 1, а обозначено $\varepsilon_0 = \varepsilon|_{t^*=0c}$, $\varepsilon_{10} = \varepsilon_1|_{t^*=0c}$.

Направления векторов $\bar{a}_{BA}^t, \bar{a}_{BC}^t$ определяют направления угловых ускорений $\varepsilon, \varepsilon_1$. Перенесем векторы $\bar{a}_{BA}^t, \bar{a}_{BC}^t$ в точку B механизма. Определим направление $\varepsilon(-)$ (по ходу часовой стрелки) поворотом \bar{a}_{BA}^t вокруг полюса A . Направление $\varepsilon_1(+)$ против хода часовой стрелки определяет направление ускорения \bar{a}_{BC}^t при повороте его вокруг полюса C .

Проекция ускорения \bar{a}_B на оси x и y равны (см. (1.8))

$$a_{Bx} = a_{Ax} - a_{BA}^n \cos 30^\circ + a_{BA}^t \sin 30^\circ; \quad a_{By} = a_{Ay} - a_{BA}^n \sin 30^\circ - a_{BA}^t \cos 30^\circ; \quad a_{Ay} = 0. \quad (1.13)$$

Из (1.13) получим $a_{Bx} = -1,855 \text{ м/с}^2$, $a_{By} = -4,43 \text{ м/с}^2$, $a_B = 4,8 \text{ м/с}^2$.

6. Определим положение МЦС звеньев 1 и 2. Для звена 1 расстояние от точки A до МЦС P $AP = \frac{v_A}{|\omega|} = 6,69 \text{ м}$. Отложим отрезок AP на перпендикуляре к \bar{v}_A , причем так, чтобы было соответствие направления вектора \bar{v}_A и круговой стрелки ω (при повороте \bar{v}_A вокруг точки P).

Определим модуль вектора \bar{v}_B с помощью МЦС (P):

$$v_B = \omega PB = 0,423 \cdot 7,46 = 3,156 \text{ м/с}.$$

Аналогично для звена 2 получим $CP_1 = \frac{v_C}{\omega_1} = 0$ и $v_B = \omega_1 P_1 B = 3,152 \text{ м/с}$. Определим положение МЦУ звена 1 (см. рис. 1, а)

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2} = 13,72, \quad \mu = 85,83^\circ, \quad AQ = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4}} = 1,63 \text{ м}.$$

Отложим точку Q от точки A на отрезке AQ , проведенном к вектору \bar{a}_A под углом μ , отложенным в направлении круговой стрелки ε . Значение ускорения точки B

$$a_B = QB \sqrt{\varepsilon^2 + \omega^4} = 1,953 \sqrt{(2,455)^2 + (0,423)^4} = 4,807 \text{ м/с}^2.$$

7. Составим кинематические уравнения, удобные для расчета на ЭВМ значений $\omega, \omega_1, \varepsilon, \varepsilon_1, v_{Bx}, v_{By}, a_{Bx}, a_{By}$.

На рис. 1, а изображен механизм в процессе движения. Введем углы $\alpha, \varphi, \beta, \psi$. Значения этих углов в момент $t = 0$ с пометим индексом 0.

Используя рис. 1, *a–в*, составим уравнения проекций скоростей и ускорений на выбранные оси:

$$\begin{aligned}
 \text{Пр. } x(1.3) : v_{Ax} - \omega_z l \sin \varphi &= v_{Cx} - \omega_{1z} l_1 \sin \psi, \\
 \text{Пр. } x(1.1) : v_{Bx} &= v_{Ax} - \omega_z l \sin \varphi, \\
 \text{Пр. } y(1.1) : v_{By} &= v_{Ay} + \omega_z l \cos \varphi, \\
 \text{Пр. } x_4(1.3) : v_{Ax} \cos \psi + v_{Ay} \sin \psi + \omega_z l \sin(\psi - \varphi) &= v_{Cx} \cos \psi + v_{Cy} \sin \psi,
 \end{aligned} \tag{1.14}$$

$$\begin{aligned}
 \text{Пр. } x(1.11) : a_{Ax} - \omega^2 l \cos \varphi - \varepsilon_z l \sin \varphi &= a_{Cx} - \omega_1^2 l \cos \psi - \varepsilon_{1z} l_1 \sin \psi, \\
 \text{Пр. } x(1.8) : a_{Bx} &= a_{Ax} - \omega^2 l \cos \varphi - \varepsilon_z l \sin \varphi, \\
 \text{Пр. } y(1.8) : a_{By} &= a_{Ay} - \omega^2 l \sin \varphi + \varepsilon_z l \cos \varphi, \\
 \text{Пр. } x_4(1.11) : a_{Ax} \cos \psi + a_{Ay} \sin \psi + \varepsilon_z l \sin(\psi - \varphi) - \omega^2 l \cos(\psi - \varphi) &= \\
 &= a_{Cx} \cos \psi + a_{Cy} \sin \psi - \omega_1^2 l_1.
 \end{aligned} \tag{1.15}$$

Для проведения расчетов необходимы также зависимости

$$\begin{aligned}
 \varphi &= \alpha + \beta, \quad \cos \alpha = \frac{L^2 + l^2 - l_1^2}{2L \cdot l}, \quad L = \sqrt{(x_A - x_C)^2 + (y_A - y_C)^2}, \\
 \cos \beta &= \frac{x_C - x_A}{L}, \quad \sin \beta = \frac{y_C - y_A}{L}, \quad \sin \psi = \frac{l \cdot \sin \varphi + y_A - y_C}{l_1}, \\
 \cos \psi &= \frac{x_C - x_A - l \cos \varphi}{l_1},
 \end{aligned}$$

$$x_B = x_A + l \cos \varphi, \tag{1.16}$$

$$y_B = y_A + l \sin \varphi. \tag{1.17}$$

Системы уравнений (1.14) и (1.15) линейны относительно ω_z , ω_{1z} , v_{Bx} , v_{By} и ε_z , ε_{1z} , a_{Bx} , a_{By} соответственно, поэтому их решение проводится с помощью стандартной программы для решения систем линейных уравнений [2]. Значения угловых скоростей ω_z , ω_{1z} определяются в системе (1.14), хранятся в памяти ЭВМ и подаются в систему (1.15) как уже известные значения.

На рис. 1, *a* показаны различные положения механизма при его движении для $0 \leq t \leq 1$ с.

Для момента времени $t^* = 0$ рассчитанные вручную данные хорошо совпадают с результатами, полученными на ЭВМ. Проведена проверка решения для $t_1 = 1$ с (см. рис. 1, *з*), для этого момента времени построены многоугольники скоростей и ускорений.

На рис. 1, *д* представлены результаты расчетов на ЭВМ и графические зависимости от времени $\omega_z(OM)$, $\omega_{1z}(OM1)$, v_{Bx} , v_{By} , $\varepsilon_z(eps)$, $\varepsilon_{1z}(eps1)$, a_{Bx} , a_{By} .

8. Проверим уравнения систем (1.14) и (1.15), получив их методами кинематики точки.

На рис. 1, *a* имеем

$$x_A + l \cos \varphi = x_C + l_1 \cos \psi, \tag{1.18}$$

$$y_C - y_A = l \sin \varphi - l_1 \sin \psi. \tag{1.18a}$$

Дифференцируя уравнение (1.18), получим

$$\dot{x}_A - l \dot{\varphi} \sin \varphi = \dot{x}_C - l_1 \dot{\psi} \sin \psi, \tag{1.19}$$

что совпадает с первым уравнением системы (1.14), так как

$$\dot{x}_A = v_{Ax}, \dot{x}_C = v_{Cx}, \dot{\varphi} = \omega_z, \dot{\psi} = \omega_{1z}.$$

Дифференцируя (1.19) еще раз, получим

$$\ddot{x}_A - l \ddot{\varphi} \sin \varphi - l \dot{\varphi}^2 \cos \varphi = \ddot{x}_C - l_1 \ddot{\psi} \sin \psi - l_1 \dot{\psi}^2 \cos \psi, \tag{1.20}$$

что совпадает с первым уравнением системы (1.15), так как

$$\ddot{x}_A = a_{Ax}, \quad \ddot{x}_C = a_{Cx}, \quad \ddot{\varphi} = \varepsilon_z, \quad \ddot{\psi} = \varepsilon_{1z}.$$

Легко получаются вторые и третьи уравнения систем (1.14) и (1.15) дифференцированием уравнений (1.16) и (1.17).

Составим векторное уравнение $\overline{AK} + \overline{KC} + \overline{CB} = \overline{AB}$. Проецируя его на оси x_A, x_5 , получим

$$(x_C - x_A) \cos \psi + (y_C - y_A) \sin \psi + l_1 = l \cos(\psi - \varphi), \quad (1.21)$$

$$-(x_C - x_A) \sin \psi + (y_C - y_A) \cos \psi = -l \sin(\psi - \varphi). \quad (1.22)$$

Продифференцируем уравнение (1.21):

$$\begin{aligned} (\dot{x}_C - \dot{x}_A) \cos \psi - (x_C - x_A) \dot{\psi} \sin \psi + (\dot{y}_C - \dot{y}_A) \sin \psi + (y_C - y_A) \dot{\psi} \cos \psi = \\ = -l(\dot{\psi} - \dot{\varphi}) \sin(\psi - \varphi). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Учитывая (1.22), из (1.23) получаем четвертое уравнение системы (1.14) в виде

$$(\dot{x}_C - \dot{x}_A) \cos \psi + (\dot{y}_C - \dot{y}_A) \sin \psi = l \dot{\varphi} \sin(\psi - \varphi). \quad (1.23a)$$

Дифференцируя (1.23a) по времени, получим

$$\begin{aligned} (\ddot{x}_C - \ddot{x}_A) \cos \psi + (\ddot{y}_C - \ddot{y}_A) \sin \psi - (\dot{x}_C - \dot{x}_A) \dot{\psi} \sin \psi + (\dot{y}_C - \dot{y}_A) \dot{\psi} \cos \psi = \\ = l \ddot{\varphi} \sin(\psi - \varphi) + l \dot{\varphi}(\dot{\psi} - \dot{\varphi}) \cos(\psi - \varphi). \end{aligned} \quad (1.24)$$

Дифференцируя по времени (1.18a), получим

$$\dot{y}_C - \dot{y}_A = l \dot{\varphi} \cos \varphi - l_1 \dot{\psi} \cos \psi. \quad (1.25)$$

Уравнение (1.24) с помощью (1.19) и (1.25) преобразуется в четвертое уравнение системы (1.15).

Составление уравнений методами кинематики точки на этом этапе является проверкой систем (1.14) и (1.15) и подтверждает правильность их составления.

Следует заметить, что получение уравнений методами кинематики точки в данной задаче оказалось более трудоемким, чем методами кинематики плоского движения твердого тела.

Пример 2. Механизм состоит из стержней AB, BC, OC , соединенных шарнирами C и B . Кривошип OC вращается вокруг оси OZ по закону $\varphi = \pi t/3$ рад. Ползун A , связанный шарниром с AB , движется по горизонтальной направляющей по закону $S_A = 2 - t^2$ м. Принять $OC = CB = BA = 1$ м.

1. Для момента времени $t^* = 1$ с, соответствующего положению механизма, показанному на рис. 2, следует:

а) определить скорости и ускорения точек A, B, C , угловые скорости и ускорения звеньев $1, 2$ (по векторным формулам построить многоугольники скоростей и ускорений точек, вычислить требуемые величины);

б) нанести на рисунок механизма векторы скоростей и ускорений указанных точек звеньев;

в) найти положение МЦС звена 2 и МЦУ звена 1, с их помощью проверить скорость и ускорение точки B .

2. Для диапазона времени $0 \leq t \leq 1$ с рассчитать с помощью ЭВМ [3]:

а) положение механизма (координаты точек A, B, C);

б) скорость и ускорение точки B ;

в) угловые скорости и ускорения звеньев 1 и 2 .

3. Построить графики: траектории движения точки B и зависимости $v_{Bx}(t), v_{By}(t), a_{Bx}(t), a_{By}(t), \omega_{1z}(t), \omega_{2z}(t), \varepsilon_{1z}(t), \varepsilon_{2z}(t)$.

Решение. В показанном на рис. 2, а механизме плоское движение совершают звенья 1 и 2 .

Расчет скоростей. Определение скоростей точек начнем с анализа кинематики тех звеньев, законы движения которых заданы.

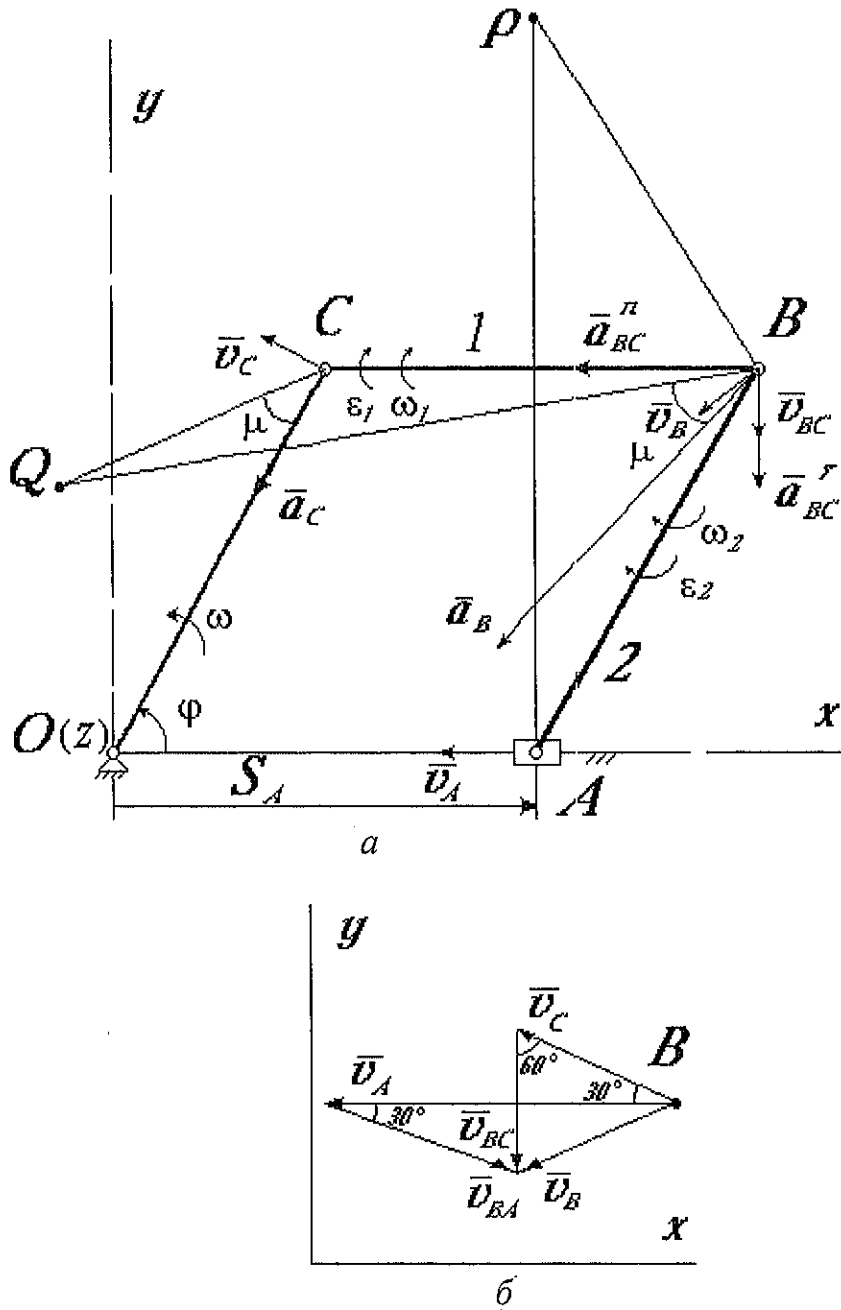


Рис. 2 (начало)

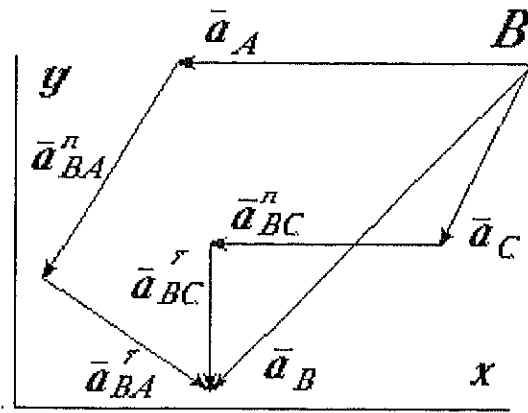
Точка C принадлежит кривошипу OC , совершающему вращательное движение, скорость точки C равна $\bar{v}_C = \bar{\omega} \times \overline{OC}$, где $\bar{\omega}$ — угловая скорость кривошипа, $\omega_z = \dot{\varphi} = \pi/3$ рад/с, для $t = 1$ с $v_C = \frac{\pi OC}{3} = \pi/3$ м/с. Вектор \bar{v}_C направлен перпендикулярно OC в соответствии с направлением круговой стрелки ω .

Поступательное движение ползуна задано. Рассматривая задание движения точки A естественным способом, запишем

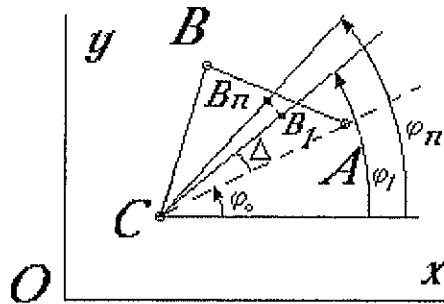
$$\bar{v}_A = v_{A\tau} \cdot \bar{\tau},$$

где $v_{A\tau} = \dot{S}_A = -2t$ и $v_{A\tau}(1) = -2$ м/с, так как при $t = 1$ с $\dot{S}_A < 0$, то вектор скорости точки A направлен в сторону убывания координаты S_A . Точка B принадлежит одновременно двум звеньям, совершающим плоское движение. Принимая за полюс для звена 1 точку C , а для звена 2 — точку A , получим

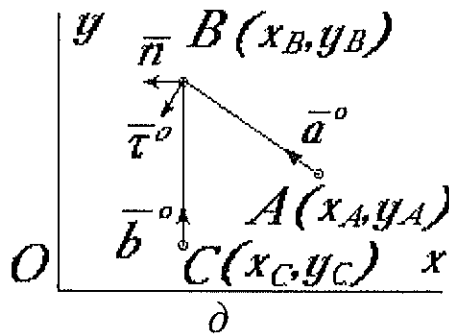
$$\bar{v}_B = \underline{\bar{v}_C} + \underline{\bar{v}_{BC}} \text{ и } \bar{v}_B = \underline{\bar{v}_A} + \underline{\bar{v}_{BA}}, \quad (2.1)$$



6



2



3

Рис. 2 (окончание)

где \bar{v}_{BC} , \bar{v}_{BA} — векторы скоростей, лежащие в плоскости механизма и направленные перпендикулярно CB и AB соответственно. Их модули $v_{BC} = \omega_1 BC$ и $v_{BA} = \omega_2 BA$ неизвестны, поэтому и подчеркнуты один раз. Приравняем правые части уравнений (2.1):

$$\underline{\bar{v}_C} + \underline{\bar{v}_{BC}} = \underline{\bar{v}_A} + \underline{\bar{v}_{BA}}. \quad (2.2)$$

Решение уравнения (2.2) проведем следующим образом. Построим в выбранном масштабе вектор \bar{v}_C с началом в точке B . Через конечную точку этого вектора проведем прямую, которая, как и вектор \bar{v}_{BC} , перпендикулярна CB . Также построим в точке B вектор \bar{v}_A и через конечную его точку проведем линию, перпендикулярную AB , как показано на рис. 2, б. Точка пересечения линий определит величины и направления векторов \bar{v}_{BC} , \bar{v}_{BA} , \bar{v}_B . Учитывая выбранный масштаб, нетрудно определить значения искомых скоростей. Более точные значения можно получить графоаналитическим методом. Из многоугольника скоростей видно, что $v_{BA} = 1,26 \text{ м/с}$, $v_{BC} = 1,15 \text{ м/с}$, $v_B = 1,11 \text{ м/с}$, ($v_{Bx} = -0,91 \text{ м/с}$, $v_{By} = -0,63 \text{ м/с}$).

Аналогичный результат можно получить путем проецирования (2.2) на оси координат. Спроецировав (2.2) на ось Ox , получим

$$-v_C \cos 30^\circ = -v_A + v_{BA} \cos 30^\circ,$$

откуда

$$v_{BA} = (v_A - v_C \cos 30^\circ) / \cos 30^\circ = 1,259 \text{ м/с.}$$

Спроецировав (2.2) на ось y , получим

$$v_C \sin 30^\circ - v_{BC} = -v_{BA} \sin 30^\circ,$$

откуда

$$v_{BC} = (v_C + v_{BA}) \sin 30^\circ = 1,154 \text{ м/с.}$$

Составляющие вектора скорости точки B можно найти, проецируя на оси Ox и Oy любое из векторных уравнений (2.1), например так:

$$v_{Bx} = v_{Cx} = -0,91 \text{ м/с,}$$

$$v_{By} = v_{Cy} - v_{BC} = -v_{BA} \sin 30^\circ = -0,63 \text{ м/с.}$$

Модули угловых скоростей звеньев 1 и 2

$$\omega_1 = \frac{v_{BC}}{BC} = 1,15 \text{ рад/с, } \omega_2 = \frac{v_{BA}}{BA} = 1,26 \text{ рад/с.}$$

Направление угловой скорости ω_1 определяется направлением вектора \vec{v}_{BC} . При этом в данный момент звено 1 должно вращаться вокруг полюса C по ходу часовой стрелки. Для звена 2 аналогичные рассуждения определяют направление ω_2 (оно также совпадает с направлением хода часовой стрелки).

Расчет ускорений. Определим ускорение точек C и A . Так как кривошип OC вращается равномерно ($\epsilon = 0$), тангенциальная составляющая ускорения точки C $a_C^t = \epsilon OC = 0$, а нормальная определится как $a_C^n = \omega^2 OC = \left(\frac{\pi}{3}\right)^2 \text{ м/с}^2$, тогда при $t = 1 \text{ с}$ $a_C = a_C^n = 1,1 \text{ м/с}^2$, вектор \vec{a}_C направлен от точки C к точке O .

Ускорение точки A : $\vec{a}_A = a_A^t \vec{\tau}$, где $a_A^t = \dot{v}_{At} = \ddot{S}_A = -2 \text{ м/с}^2 = \text{const}$. Вектор \vec{a}_A направлен по оси x в сторону убывания S_A .

Ускорение точки B определим по формулам

$$\vec{a}_B = \vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^t \text{ и } \vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t, \quad (2.3)$$

где вектор \vec{a}_{BC}^n направлен от точки B к полюсу C , а его модуль $a_{BC}^n = \omega_1^2 BC = 1,32 \text{ м/с}^2$; вектор \vec{a}_{BC}^t направлен перпендикулярно CB и неизвестен по модулю: $|a_{BC}^t| = \epsilon_1 BC$ (ϵ_1 — модуль углового ускорения звена 1), вектор \vec{a}_{BA}^n направлен от точки B к полюсу A , а его модуль $a_{BA}^n = \omega_2^2 BA = 1,587 \text{ м/с}^2$, вектор \vec{a}_{BA}^t направлен перпендикулярно AB и неизвестен по модулю: $|a_{BA}^t| = \epsilon_2 BA$ (ϵ_2 — модуль углового ускорения звена 2).

Исключая из уравнений (2.3) вектор \vec{a}_B , получим

$$\vec{a}_C + \vec{a}_{BC}^n + \vec{a}_{BC}^t = \vec{a}_A + \vec{a}_{BA}^n + \vec{a}_{BA}^t. \quad (2.4)$$

Строим векторный многоугольник, показанный на рис. 2, в. Методом проекций находим: $|a_{BC}^t| = 0,96 \text{ м/с}^2$, $|a_{BA}^t| = 1,06 \text{ м/с}^2$, $a_{Bx} = -1,88 \text{ м/с}^2$, $a_{By} = -1,91 \text{ м/с}^2$ и $a_B = 2,68 \text{ м/с}^2$.

Уточним результат. Проецируя (2.4) на ось x , получим

$$\begin{aligned} -a_C \cos 60^\circ - a_{BC}^n &= -a_A - a_{BA}^n \cos 60^\circ + |a_{BA}^t| \cos 30^\circ, \\ |a_{BA}^t| &= (a_A + a_{BA}^n \cos 60^\circ - a_C \cos 60^\circ - a_{BC}^n) / \cos 30^\circ = \\ &= (2 + 1,587 \cdot 0,5 - 1,1 \cdot 0,5 - 1,32) \cdot 2 / \sqrt{3} = 1,06 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Проецируя (2.4) на ось y , получим

$$\begin{aligned} -a_C \sin 60^\circ - |a_{BC}^t| &= -a_{BA}^n \sin 60^\circ - |a_{BA}^t| \sin 30^\circ, \\ |a_{BC}^t| &= a_{BA}^n \sin 60^\circ + |a_{BA}^t| \sin 30^\circ - a_C \sin 60^\circ = \\ &= 1,587 \cdot 0,5\sqrt{3} + 1,0648 \cdot 0,5 - 1,1 \cdot 0,5\sqrt{3} = 0,96 \text{ м/с}^2. \end{aligned}$$

Используя (2.3), найдем

$$a_{Bx} = -a_{BC}^n - a_C \cos 60^\circ = -1,32 - 1,1 \cdot 0,5 = -1,88 \text{ м/с}^2;$$

$$a_{By} = -|a_{BC}^t| - a_C \sin 60^\circ = -0,96 - 1,1 \cdot 0,5\sqrt{3} = -1,91 \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение звена 1

$$\varepsilon_1 = |a_{BC}^t|/BC = 0,96 \text{ рад/с}^2$$

и направлено по ходу часовой стрелки в соответствии с направлением вектора \vec{a}_{BC}^t — касательного ускорения точки B при повороте \vec{a}_{BC}^t вокруг полюса C .

Угловое ускорение звена 2

$$\varepsilon_2 = |a_{BA}^t|/BA = 1,06 \text{ рад/с}^2.$$

Оно также направлено по ходу часовой стрелки.

Определение МЦС звена 2 и МЦУ звена 1. Правильность нахождения скорости и ускорения точки B проверим с помощью МЦС и МЦУ. Расстояние от точки A до МЦС точки P вычислим по формуле

$$AP = \frac{v_A}{\omega_2} = \frac{2}{1,26} = 1,587 \text{ м.}$$

Координаты точки P , лежащей на перпендикуляре к вектору скорости точки A , $x_P = 1 \text{ м}$, $y_P = 1,59 \text{ м}$. Так как $x_B = 1,5 \text{ м}$, $y_B = 0,87 \text{ м}$, то расстояние от точки B до МЦС определим как

$$PB = \sqrt{(x_P - x_B)^2 + (y_P - y_B)^2} = \sqrt{(1 - 1,5)^2 + (0,87 - 1,59)^2} = 0,877 \text{ м.}$$

Тогда $v_B = \omega_2 PB = 1,26 \cdot 0,877 = 1,104 \text{ м/с}$, что согласуется с ранее найденным значением. Для определения МЦУ звена 1 точки Q вычислим

$$\operatorname{tg} \mu = \varepsilon_1/\omega_1^2 = 0,96/1,15^2 = 0,726 \text{ и } \mu = 36^\circ.$$

Точка Q лежит на луче, откладываемом от вектора \vec{a}_C по направлению ε_1 под углом μ . При этом

$$QC = a_C/\sqrt{\varepsilon_1^2 + \omega_1^4} = 1,1/\sqrt{0,92^2 + 1,15^4} = 0,672 \text{ м.}$$

Тогда

$$x_Q = x_C - QC \sin(\mu + 30^\circ) = 0,5 - 0,67 \cdot 0,914 = -0,112 \text{ м};$$

$$y_Q = y_C - QC \cos(\mu + 30^\circ) = 0,87 - 0,67 \cdot 0,4067 = 0,598 \text{ м.}$$

Расстояние

$$QB = \sqrt{(-0,112 - 1,5)^2 + (0,5975 - 0,87)^2} = 1,64 \text{ м};$$

$$a_B = QB \sqrt{\varepsilon_1^2 + \omega_1^4} = 2,68 \text{ м/с}^2,$$

что совпадает с ранее найденным значением.

Анализ кинематики механизма на ЭВМ. Обратимся к получению искомым кинематических характеристик в заданном интервале от нуля до единицы с использованием ЭВМ.

Рассмотрим последовательность решения. Определим конфигурацию механизма в каждый момент времени, т. е. рассчитаем координаты точки B по известным законам движения точек A и C в системе Oxy . Задача сводится к определению положения вершины B треугольника ABC .

Численно эту задачу можно решать следующим образом. Определим положение стороны CA с помощью угла φ_0 (см. рис. 2, з)

$$\varphi_0 = \operatorname{arctg} [(y_A - y_C)/(x_A - x_C)].$$

Сообщим этому углу приращение Δ и под углом $\varphi_1 = \varphi_0 + \Delta$ к оси x через точку C проведем луч и отложим на нем отрезок $CB_1 = CB$. Определив координаты точки B_1 по формулам

$$x_{B1} = x_C + CB \cos \varphi_1, y_{B1} = y_C + CB \sin \varphi_1, \quad (2.5)$$

найдем длину

$$B_1A = \sqrt{(x_{B1} - x_A)^2 + (y_{B1} - y_A)^2}. \quad (2.6)$$

Если $B_1A = BA$, то положение (координаты) точки B найдено, в противном случае повторим процедуру построения луча, но уже под углом $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta$, и определения координат B_2 и так до тех пор, пока B_nA (здесь n — номер текущего шага) не окажется равной BA . Диапазон изменения угла φ_n лежит в пределах $\varphi_0 < \varphi_n < \varphi_0 + \pi$.

Длина шага приращения угла определяется точностью δ , с которой требуется находить положение точки B ($\delta = |BA - B_nA|$). Требование высокой точности, приводящее к выбору очень малого значения Δ , увеличивает время счета. Точность можно задавать на основе допустимых отклонений на размеры звеньев механизма. В нашем случае $\delta = 0,001 \dots 0,002$ м, т. е. составляла $0,1 \dots 0,2\%$ длины AB , а $\Delta = 0,0005 \dots 0,001$ рад. Необходимые точности δ и Δ можно определять путем проведения «пристрелки» в ходе численных экспериментов.

Дальнейшее проведение расчетов строится на основе решения векторных уравнений (2.2) и (2.4).

Определим направление звеньев AB и CB единичными векторами \bar{a}^o и \bar{b}^o , найдем их проекции на оси координат по формулам

$$\begin{aligned} a_x^o &= (x_B - x_A)/a, a_y^o = (y_B - y_A)/a, \\ b_x^o &= (x_B - x_C)/b, b_y^o = (y_B - y_C)/b, \end{aligned} \quad (2.7)$$

где принято $a = AB, b = CB$ (см. рис. 2, δ).

Обозначим через $\bar{\tau}^o$ и \bar{n} единичные векторы, направленные перпендикулярно AB и BC соответственно (см. рис. 2, δ). Представив (2.2) в виде

$$\bar{v}_C + v_{BC}^n \cdot \bar{n} = \bar{v}_A + v_{BA}^{\tau} \cdot \bar{\tau}^o, \quad (2.8)$$

домножим его скалярно на \bar{a}^o , получим

$$\bar{v}_C \cdot \bar{a}^o + v_{BC}^n \cdot (\bar{n} \cdot \bar{a}^o) = \bar{v}_A \cdot \bar{a}^o, \quad (2.9)$$

откуда

$$v_{BC}^n = (\bar{v}_A - \bar{v}_C) \cdot \bar{a}^o / (\bar{n} \cdot \bar{a}^o), \quad (2.10)$$

или, в развернутом виде,

$$v_{BC}^n = [(v_{Ax} - v_{Cx}) \cdot a_x^o + (v_{Ay} - v_{Cy}) \cdot a_y^o] / (n_x \cdot a_x^o + n_y \cdot a_y^o). \quad (2.11)$$

Тогда угловая скорость звена 1 будет иметь вид

$$\omega_{1z} = v_{BC}^n / b. \quad (2.12)$$

Домножив (2.8) скалярно на \bar{b}^o , после несложных преобразований получим

$$v_{BA}^{\tau} = [(v_{Cx} - v_{Ax}) \cdot b_x^o + (v_{Cy} - v_{Ay}) \cdot b_y^o] / (\tau_x^o \cdot b_x^o + \tau_y^o \cdot b_y^o). \quad (2.13)$$

Угловую скорость звена 2 определим по формуле

$$\omega_{2z} = v_{BA}^{\tau} / a. \quad (2.14)$$

Проекции скорости точки B на оси координат вычислим по формулам

$$v_{Bx} = v_{Cx} + v_{BC}^n \cdot n_x, \quad v_{By} = v_{Cy} + v_{BC}^n \cdot n_y. \quad (2.15)$$

Умножив уравнение (2.4) скалярно на \bar{a}^o :

$$\bar{a}_C \cdot \bar{a}^o + \bar{a}_{BC}^n \cdot \bar{a}^o + \bar{a}_{BA}^{\tau} \cdot \bar{a}^o = \bar{a}_A \cdot \bar{a}^o + \bar{a}_{BA}^n \cdot \bar{a}^o,$$

и учитывая, что

$$\bar{a}_{BC}^n = -\omega_1^2 \cdot b \cdot \bar{b}^o, \quad \bar{a}_{BA}^n = -\omega_2^2 \cdot a \cdot \bar{a}^o, \quad \bar{a}_{BC}^r = a_{BC}^r \cdot \bar{n}, \quad (2.16)$$

найдем

$$a_{BC}^r = [(a_{Ax} - a_{Cx}) \cdot a_x^o + (a_{Ay} - a_{Cy}) \cdot a_y^o + \omega_1^2 \cdot b \cdot (b_x^o \cdot a_x^o + b_y^o \cdot a_y^o) - \omega_2^2 \cdot a] / (n_x a_x^o + n_y a_y^o). \quad (2.17)$$

Отсюда угловое ускорение звена 1

$$\epsilon_{1z} = a_{BC}^r / b. \quad (2.18)$$

Домножив (2.4) скалярно на \bar{b}^o и учитывая (2.16), определим

$$a_{BA}^r = [(a_{Cx} - a_{Ax}) \cdot b_x^o + (a_{Cy} - a_{Ay}) \cdot b_y^o + \omega_2^2 \cdot a \cdot (b_x^o \cdot a_x^o + b_y^o \cdot a_y^o) - \omega_1^2 \cdot b] / (\tau_x^o \cdot b_x^o + \tau_y^o \cdot b_y^o). \quad (2.19)$$

Тогда угловое ускорение звена 2

$$\epsilon_{2z} = a_{BA}^r / a. \quad (2.20)$$

Проекции ускорения точки B на оси координат вычислим по формулам

$$\begin{aligned} a_{Bx} &= a_{Cx} - \omega_1^2 \cdot b \cdot b_x^o + a_{BC}^r \cdot n_x, \\ a_{By} &= a_{Cy} - \omega_1^2 \cdot b \cdot b_y^o + a_{BC}^r \cdot n_y. \end{aligned} \quad (2.21)$$

Приведенный алгоритм был реализован в виде программы, ориентированной на расчет кинематики механизма, приведенного в разобранном примере.

В процессе работы программы на экране монитора наблюдалось движение звеньев механизма (рис. 3). Траектория точки B при этом прочерчивалась сплошной линией в виде графика зависимости y от x (рис. 3, а). По окончании счета на экран вызывались графические представления зависимостей $v_{Bx}(t), a_{Bx}(t), v_{By}(t), a_{By}(t), \omega_{1z}(t), \omega_{2z}(t), \epsilon_{1z}(t), \epsilon_{2z}(t)$, которым отвечают соответственно кривые в осях $V_{Bx} - t, V_{By} - t, A_{Bx} - t, A_{By} - t, W_{BC} - t, W_{AB} - t, E_{BC} - t, E_{AB} - t$ (см. рис. 3, б), или таблица, в которую сводились все результаты расчета.

1820527

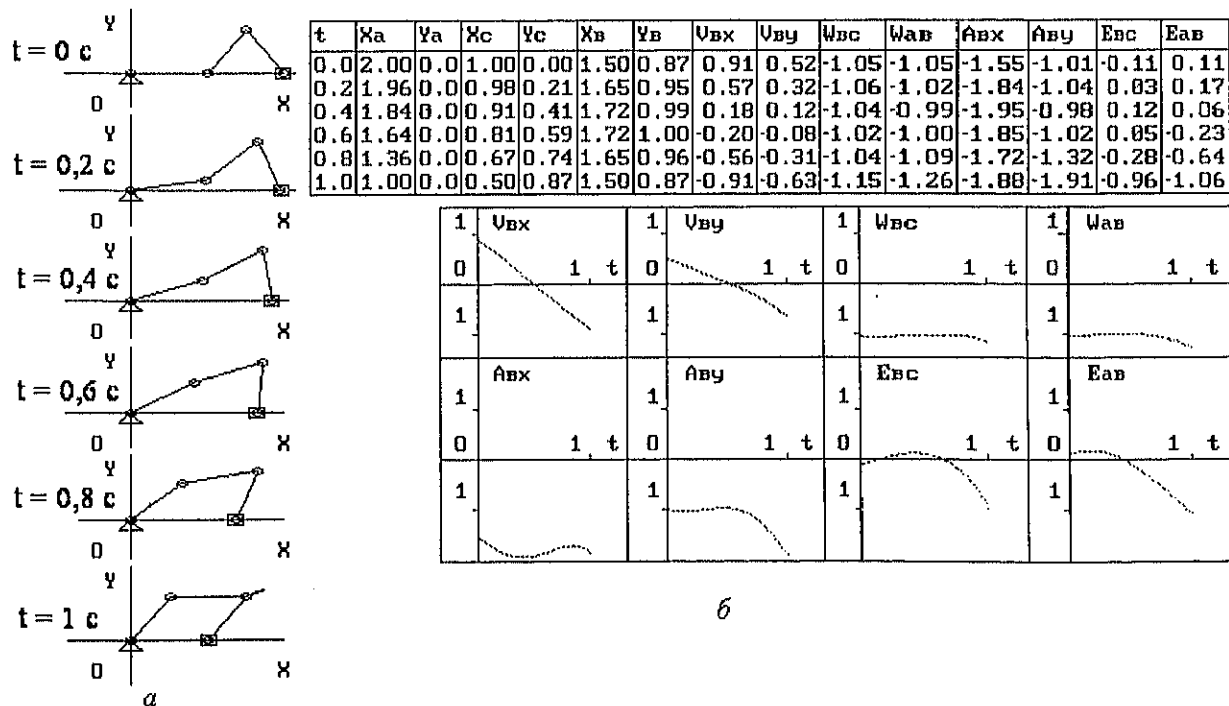


Рис. 3

Пример 3. Блок 1 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = t^2$ рад. Он связан нитью с двухступенчатым барабаном 2. Конек другой нити E движется вертикально по закону $S_E = t^2 - t$ м. При $t = 1$ с определить скорости и ускорения точек A, B, C , угловые скорости и ускорение барабана 2 (рис. 4).

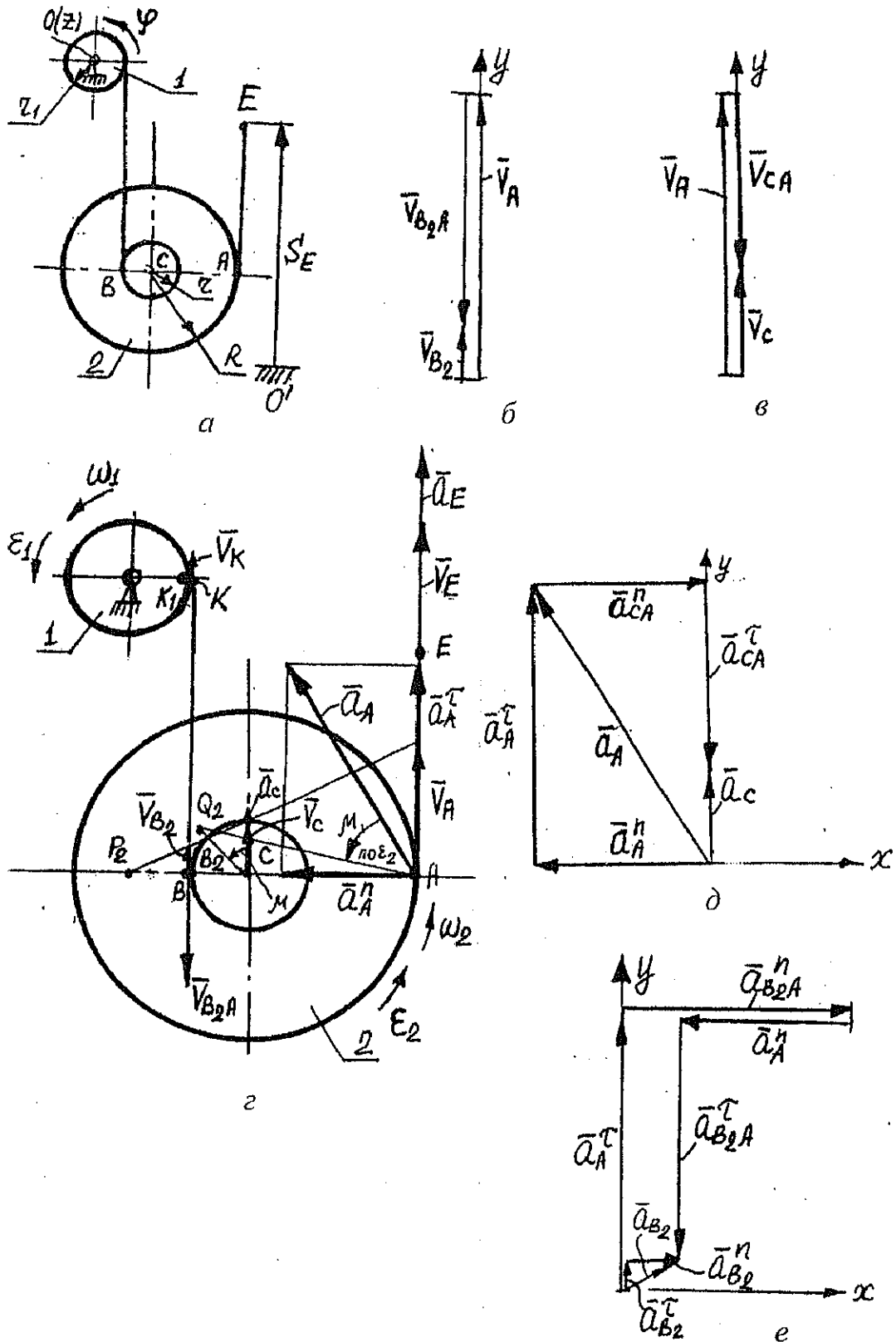


Рис. 4

Определить МЦС и МЦУ барабана 2.

Принять $r = 0,1 \text{ м}$, $R = 3r$, $r_1 = 0,1 \text{ м}$ (рис. 4, а).

Решение. 1. Определим угловую скорость и ускорение барабана 2, а также скорость и ускорение точки E : $\omega_{1z} = \dot{\phi} = 2t$, $\omega_{1z}|_{t=1\text{с}} = 2 \text{ рад/с}$, $\epsilon_{1z} = \ddot{\phi} = 2 \text{ рад/с}^2$, $v_{E\tau} = \dot{S}_E = 2t - 1$, $v_{E\tau}|_{t=1\text{с}} = 1 \text{ м/с} > 0$, $a_E^\tau = \dot{S}_E = 2 \text{ м/с}^2 > 0$.

2. Скорость точки A равна $\bar{v}_A = \bar{v}_E$, так как нить не растяжима и не скользит по барабану, $v_A = 1 \text{ м/с}$. Скорость точки K_1 блока 1

$$v_{K_1} = \omega_1 r_1, \quad v_{K_1} = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ м/с}.$$

Скорости точек касания блока 1 и нити равны ввиду отсутствия скольжения нити по блоку $\bar{v}_K = \bar{v}_{K_1}$. Кроме того, для нити $\bar{v}_B = \bar{v}_K$ и $\bar{v}_{B_2} = \bar{v}_B$ (точки B и B_2 принадлежат нити и барабану 2) $v_{B_2} = 0,2 \text{ м/с}$.

Запишем формулу сложения скоростей

$$\underline{\bar{v}_{B_2}} = \underline{\bar{v}_A} + \underline{\bar{v}_{B_2A}}. \quad (3.1)$$

Из уравнения (3.1) определим v_{B_2A} , угловая скорость барабана 2

$$\omega_2 = \frac{v_{B_2A}}{AB_2} = \frac{v_{B_2A}}{R+r}.$$

Уравнение (3.1) в проекции на ось y (см. рис. 4, б) примет вид

$$v_{B_2} = v_A - \omega_2 AB_2. \quad (3.2)$$

Из уравнения (3.2) получим $\omega_2 = \frac{v_A - v_{B_2}}{AB_2}$, $\omega_2 = \frac{1 - 0,2}{0,4} = 2 \text{ рад/с}$.

Направление круговой стрелки ω_2 определим с помощью направления вектора \bar{v}_{B_2A} по отношению к полюсу A (при повороте барабана 2 вокруг полюса A).

Скорость точки C определим по формуле

$$\bar{v}_C = \underline{\bar{v}_A} + \underline{\bar{v}_{CA}}, \quad (3.3)$$

где $v_{CA} = \omega_2 AC = \omega_2 \cdot R$, $v_{CA} = 2 \cdot 0,3 = 0,6 \text{ м/с}$.

Проекция векторов уравнения (3.3) на ось y примут вид (см. рис. 4, в)

$$v_{Cy} = v_A - \omega_2 \cdot AC, \quad v_{Cy} = 1 - 0,6 = 0,4 \text{ м/с}.$$

3. Определим расстояние от точки A до МЦС барабана 2:

$$AP_2 = \frac{v_A}{\omega_2}, \quad AP_2 = 0,5 \text{ м}.$$

Проверим значение скорости точки B с помощью МЦС барабана $v_B = BP_2 \omega_2$, $v_B = 0,1 \times 2 = 0,2 \text{ м/с}$ (см. рис. 4, з).

4. Определим ускорения точек A , B , C и угловое ускорение барабана 2, запишем формулу связи ускорений точек C и A барабана:

$$\underline{\bar{a}_C} = \underline{\bar{a}_A^\tau} + \underline{\bar{a}_A^n} + \underline{\bar{a}_{CA}^n} + \underline{\bar{a}_{CA}^\tau}, \quad (3.4)$$

где $a_{CA}^n = \omega_2^2 AC = \omega_2^2 R$, $a_{CA}^n = 2^2 \cdot 0,3 = 1,2 \text{ м/с}^2$ (вектор \bar{a}_{CA}^n направлен от точки C к полюсу A),

$$\bar{a}_A^\tau = \bar{a}_E, \quad a_A^\tau = 2 \text{ м/с}^2.$$

Спроецировав уравнение (3.4) на ось x , получим

$$0 = a_{Ax}^n + a_{CA}^n, \quad a_{Ax}^n = -1,2 \text{ м/с}^2, \quad a_A = \sqrt{(a_A^\tau)^2 + (a_A^n)^2}, \quad a_A = 2,33 \text{ м/с}^2.$$

Теперь запишем аналогичную формулу для точек B_2 и A :

$$\underline{\bar{a}_{B_2}^n} + \underline{\bar{a}_{B_2}^\tau} = \underline{\bar{a}_A^n} + \underline{\bar{a}_A^\tau} + \underline{\bar{a}_{B_2A}^n} + \underline{\bar{a}_{B_2A}^\tau}, \quad (3.5)$$

где $a_{B_2A}^n = \omega_2^2 AB = \omega_2^2(R+r)$, $a_{B_2A}^t = 2^2 \cdot 0,4 = 1,6 \text{ м/с}^2$ (вектор $\bar{a}_{B_2A}^n$ направлен от точки B_2 к полюсу A),

$$\bar{a}_{B_2}^t = \bar{a}_K^t, a_K^t = a_{K_1}^t = \varepsilon_1 \cdot r_1, a_{B_2}^t = 2 \cdot 0,1 = 0,2 \text{ м/с}^2.$$

Спроецировав векторы уравнения (3.5) на ось y , получим

$$a_{B_2}^t = a_A^t + a_{B_2Ay}^t, a_{B_2Ay}^t = -1,8 \text{ м/с}^2.$$

Угловое ускорение барабана 2

$$\varepsilon_2 = \frac{|a_{B_2A}^t|}{AB}, \varepsilon_2 = \frac{1,8}{0,4} = 4,5 \text{ рад/с}^2.$$

Направление круговой стрелки ε_2 определяется направлением поворота вектора $\bar{a}_{B_2A}^t$ вокруг полюса A . Зная теперь ε_2 , определим вектор \bar{a}_{CA}^t : $|a_{CA}^t| = \varepsilon_2 AC = \varepsilon_2 R$, $|a_{CA}^t| = 4,5 \cdot 0,3 = 1,35 \text{ м/с}^2$, направление вектора \bar{a}_{CA}^t определяется направлением круговой стрелки ε_2 . Достроим векторный многоугольник (см. рис. 4, δ) и определим значение ускорения точки C из уравнения (3.4):

$$a_{Cy} = a_A^t - |a_{CA}^t|, a_{Cy} = 0,65 \text{ м/с}^2 = a_C.$$

Достроим векторный многоугольник (см. рис. 4, e) и определим значение ускорения $\bar{a}_{B_2}^n$ из уравнения (3.5):

$$\text{Пр. } x : a_{B_2x}^n = -|a_{Ax}^n| + a_{B_2A}^n,$$

$$a_{B_2x}^n = 0,4 \text{ м/с}^2, a_{B_2}^n = \sqrt{(a_{B_2x}^n)^2 + (a_{B_2y}^n)^2}, a_{B_2}^n = 0,447 \text{ м/с}^2.$$

5. Определим МЦУ барабана 2:

$$\text{tg } \mu = \frac{|\varepsilon_2|}{\omega_2} = \frac{4,5}{2^2} = 1,125, \mu = 48,4^\circ; Q_2A = \frac{a_A}{\sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}}, Q_2A = 0,387 \text{ м}.$$

От вектора ускорения точки A построим угол μ в направлении круговой стрелки ε_2 , проведем луч, на котором от точки A на расстоянии Q_2A найдем точку Q_2 (см. рис. 4, z).

Ускорение точки B_2

$$a_{B_2} = Q_2B \sqrt{\varepsilon_2^2 + \omega_2^4}, a_{B_2} = 0,074 \sqrt{4,5^2 + 2^4} = 0,446 \text{ м/с}^2.$$

III. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ

Вариант 1. Два стержня 1 и 2 соединены между собой шарниром B , а другие концы стержней связаны с ползунами шарнирами A и C . Ползуны перемещаются по круговой направляющей по законам $S_A = R(e^t - 1 + 0,5\pi)$ м и $S_C = R(0,5\pi e^t + 0,5\pi)$ м. Принять $AB = BC = R, AD = BD, R = 1$ м, $t^* = 0$ с, $0 \leq t \leq 0,5$ с.

Вариант 2. В механизме звенья 1 и 2 связаны между собой шарниром B . Звено 2 соединено шарниром с ползуном A , перемещающимся по горизонтальной направляющей по закону $S_A = 0,05t^3 + 0,25$ м, а звено 1 связано с ползуном C , движущимся по направляющей, которая составляет угол 60° с горизонталью, по закону $S_C = 0,15t^2 + 0,15$ м. Принять $AB = BC = 0,3$ м, $AD = BD, t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 3. В механизме звенья 1 и 2 соединены шарниром B . Звено 1 крепится шарниром A к ползуну, перемещающемуся по вертикальной направляющей по закону $S_A = 2r(1+t^2)$ м, а звено 2 соединено шарниром C с ободом диска, который катится без скольжения по горизонтальной направляющей так, что центр (точка F) перемещается по закону $S_F = \pi r t$ м. Принять $AB = BC = 2r = 2$ м, $BD = CD, t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 4. В механизме концы звеньев 1 и 2 соединены шарниром B . Звено 1 крепится с помощью шарнира A к ободу маховика, вращающегося по закону $\varphi = 0,5\pi t$ рад вокруг оси, проходящей через точку F . Звено 2 посредством шарнира C соединено с ползуном, движущимся по закону $S_C = \sqrt{2}r \sin\left(\frac{\pi t}{4}\right)$ м вдоль прямолинейной горизонтальной направляющей. Принять $AB = BC = 2r$, $AD = BD$, $r = 0,5$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 5. Кривошип 3 механизма робота, расположенного в плоскости Oxy , вращается вокруг оси, проходящей через точку F , по закону $\varphi = \pi t^2/8$ рад, а точка A (схват робота) движется в этой же плоскости по закону $x_A = 0,5t^2$ м и $y_A = 2t$ м. Принять $FC = 1$ м, $AB = BC = 3/\sqrt{2}$ м, $AD = BD$, $t^* = 2$ с, $0 \leq t \leq 2$ с.

Вариант 6. В механизме звенья 1 и 2 связаны между собой шарниром B . Звено 1 крепится шарниром к ползуну A , перемещающемуся по круговой направляющей по закону $S_A = 0,5\pi R t$ м, а звено 2 крепится шарниром C к оси диска, катящегося без скольжения по горизонтальной направляющей по закону $S_C = R t^3$ м. Принять $AB = BC = R = 1$ м, $AD = BD$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 7. В механизме ползуны A и C перемещаются по прямолинейным горизонтальным направляющим по законам $S_A = 1 + t^2$ м, $S_C = 2t^2$ м. С ползунами шарнирно соединены звенья 1 и 2 , представляющие собой стержни, сочлененные друг с другом шарниром B . Принять $AB = BC = \sqrt{3}/3$ м, $AD = BD$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 8. Кривошип 3 механизма робота вращается вокруг оси, проходящей через точку F , по закону $\varphi = 0,5\pi t^2$ рад, а точка A (схват робота) движется по закону $x_A = 1 + t^2$ м, $y_A = 2t$ м. Принять $AB = BC = FC = 1$ м, $AD = BD$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 9. Кривошип 3 и диск 4 механизма вращаются по законам $\varphi_1 = 0,5\pi t^2$ рад, $\varphi_2 = 0,5\pi t$ рад соответственно вокруг осей, проходящих через точки F и E . Звенья 1 и 2 — стержни соединены между собой шарниром B , связаны со звеньями 3 и 4 посредством шарниров C и A . Принять $AB = BC = 3/\sqrt{2}$ м, $AD = BD$, $FC = r = 1$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 10. В механизме звенья 1 и 2 соединены между собой шарниром B . Стержень BC также шарнирно соединен с ползуном, перемещающимся по направляющей, которая составляет угол 45° с горизонталью, по закону $S_C = 0,5t^2 + 0,5$ м. Стержень AB крепится с помощью шарнира к ободу диска, вращающегося по закону $\varphi = \pi t$ рад вокруг оси, проходящей через точку F . Принять $AB = BC = \sqrt{2}/2$ м, $AD = BD$, $r = 0,2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 11. В механизме каток 3 катится без скольжения по окружности. Ось катка движется по закону $S_E = 0,1t^2$ м. Звено 2 механизма шарнирами C и B связано с ободом катка 3 и звеном 1 , соединенным шарниром A с ползуном, который движется по закону $S_A = 0,3 + 0,3t - 0,2t^2$ м. Принять $BC = 0,6\sqrt{2}$ м, $AB = 0,2\sqrt{2}$ м, $r = 0,2$ м, $R = 0,8$ м, $BD = DC$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 12. В механизме каток 3 катится без скольжения по окружности. Ось катка 3 движется по закону $S_E = 0,05t^2$ м. Звено 2 механизма шарниром C связано с ободом катка 3 и шарниром B со звеном 1 , соединенным шарниром A с ползуном. Движение ползуна происходит по закону $S_A = 0,2 - 0,1t^2$ м. Принять $AB = BC = 0,4\sqrt{2}$ м, $r = 0,2$ м, $R = 1,2$ м, $BD = DC$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 13. В механизме звено 3 шарниром A связано с ползуном, перемещающимся по закону $S_A = 0,15t^2 + 0,05$ м. Звено 2 с помощью шарнира C связано с центром двухступенчатого катка и шарниром B со звеном 3 . Каток 1 катится без скольжения по горизонтальной направляющей. На большую ступень катка намотан трос, конец которого E движется горизонтально по закону $S_E = 0,3t^2$ м. Принять $AB = BC = 0,4$ м, $r = 0,1$ м, $R = 0,2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 14. В механизме кривошип 3 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = \pi(1,5 + 0,5t^2)/8$ рад. Шатун 2 шарниром C связан с кривошипом 3 , а шарниром B — с центром двухступенчатого катка. Каток катится с проскальзыванием по горизонтальной направляющей. На большую ступень катка намотан трос, конец которого A_1 движется горизонтально по закону $S_{A_1} = 0,1t^2$ м. Принять $OC = CB = 0,8$ м, $r = 0,2$ м, $R = 0,4$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 15. В механизме кривошип 3 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = 0,5\pi t^2$ рад. С помощью звена 2 и шарнира B кривошип связан со звеном 1 . Звено 1 шарниром A соединено с ползуном, который движется по прямой $y = -x$ по закону $S_A = 0,1\sqrt{2}(3t - t^2)$ м. Принять $OC = 0,2$ м, $BC = 0,4$ м, $BD = DC$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 16. В механизме кривошип 3 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = \pi(3t - t^2)/8$ рад и шарниром C связан со звеном 2. Звено 2 шарниром B соединено с центром двухступенчатого катка 1, который катится с проскальзыванием по горизонтальной направляющей. На большую ступень катка намотан трос, конец которого A_1 движется горизонтально по закону $S_{A_1} = 0,1t^2$ м. Принять $OC = CB = 0,6\sqrt{2}$ м, $r = 0,3$ м, $R = 0,4$ м, $DC = BD$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 17. Кривошип 3 механизма робота, состоящего из звеньев 1, 2, 3, вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = \pi(1,5t - 0,5t^2)/4$ рад. Точка A (схват робота) движется по закону $x_A = 0,25 + 0,05t$ м и $y_A = 0,1 + 0,05t - 0,05t^2$ м. Принять $AB = BC = CO = 0,1\sqrt{2}$ м, $BD = DC$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 18. Кривошип 3 механизма робота, состоящего из звеньев 1, 2, 3, вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = 0,25\pi e^{t-1}$ рад. Точка A (схват робота) движется по закону $x_A = 0,4 + 0,4 \cos[\pi(1+t)/2]$ м и $y_A = 1,2 - 0,4 \sin[\pi(1+t)/2]$ м. Принять $AB = 0,4$ м, $BC = 0,8$ м, $OC = 0,4\sqrt{2}$ м, $BD = DC$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 19. В механизме двухступенчатый каток 1 катится без проскальзывания по горизонтальной рейке 3. Звено 2 шарниром A соединено с ползуном, который движется по закону $S_A = 0,2 + 0,1t^2$ м, и шарниром C соединено с рейкой 3. На малую ступень катка намотан трос, конец которого E движется горизонтально по закону $S_E = t^2$ м. Принять $AC = 0,5$ м, $R = 2r = 0,2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 20. В механизме движение зубчатой рейки 1 описывается законом $S_{A_1} = 0,2t^2$ м. Шестерня 2 находится в зацеплении с рейками 1 и 3. Рейка 3 находится в зацеплении с шестерней 4, которая вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\varphi = t^2$ рад. Принять $R = 3r = 0,3$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 21. Механическая система состоит из груза 1, ступенчатого катка 2 и ступенчатого блока 3. Груз 1 движется вертикально по закону $S_{A_1} = 0,1t^2$ м на нити, наматывающейся на большую ступень блока 3. Малые ступени блока 3 и катка 2 связаны другой нитью. Каток катится по наклонной плоскости. Закон движения центра катка $S_E = 0,2t^2$ м. Принять $R = 2r = 0,2$ м, $r_3 = 0,075$ м, $R_3 = 0,1$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 22. Барабан 1, связанный нитью со ступенчатым блоком 2, вращается по закону $\varphi = 2t^2$ рад. На малую ступень блока 2 намотана вторая нить, конец которой закреплен на ползуне K . Ползун E движется горизонтально по закону $S_E = 0,08t^2$ м. Принять $R = 2r = 2r_1 = 0,2$ м, $KE = 0,6$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 23. Барабан 1, вращающийся вокруг неподвижной оси по закону $\varphi = t^2$ рад, связан нитью со ступенчатым катком 2. Рейка 3 находится в зацеплении с внешним ободом катка и движется прямолинейно по закону $S_{A_1} = 0,1t^2$ м. Принять $R = 2r = 2r_1 = 0,2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 24. В дифференциальном механизме шестерни 1, 2, 3 находятся в зацеплении. Шестерня 1 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\psi = t$ рад. Водило 4 вращается вокруг оси $O(z)$ независимо от шестерни 1 по закону $\varphi = t^2$ рад и несет на себе оси шестерен 2 и 3, проходящие через точки C и E . Принять $r_1 = r_3 = 2r_2 = 0,2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 25. В дифференциальном механизме шестерни 1, 2, 3 находятся в зацеплении. Шестерня 1 вращается вокруг оси $O(z)$ по закону $\psi = t^2$ рад. Водило 4 вращается вокруг оси $O(z)$ и несет на себе ось шестерни 2, проходящую через точку C . Закон вращения шестерни 3 вокруг своей оси $\varphi = t$ рад. Принять $r_1 = 3r_2 = 3r_3 = 0,45$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 26. В механизме резания летучих ножниц кривошип 1 вращается вокруг неподвижной оси $O(z)$ по закону $\varphi_1 = t^2$ рад. Кривошип 1 с помощью поводка 2 и шатуна 3 шарнирно связан с кривошипом 4, который вращается вокруг неподвижной оси $O_1(z)$ по закону $\omega_4 = 1$ рад/с. Принять $OA = AB = BC = O_1C = 2BD = 0,4$ м, $t^* = 0$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 27. В механизме мешалки кривошип 1 вращается вокруг неподвижной оси $O(z)$ по закону $\psi = t - t^2$ рад. Кривошип 1 шарнирно связан с лопастью 2, поводком 3 и диском 4, который вращается вокруг оси $O_1(z)$ по закону $\varphi = e^{-t} - 1$ рад. Принять $OA = 4BC = 0,8$ м, $R = 0,15$ м, $BD = 2AB$, $t^* = 0$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 28. В механизме кривошип 1 вращается вокруг неподвижной оси $O(z)$ по закону $\varphi = 0,25\pi t^2$ рад. Кривошип 1 шарнирно связан с диском 2, поводком 3 и кривошипом 4, который вращается вокруг оси $O_1(z)$ так, что скорость точки C постоянна по модулю $v_C = 0,21$ м/с. Принять $OA = BC = 0,4$ м, $R = 0,15$ м, $O_1C = 0,133$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 29. В механизме ползун A движется по закону $S_A = 0,35t^2$ м. Ползун A связан с ползуном B линейкой 1. На одной оси с ползуном находится диск 2, который может независимо от ползуна вращаться

вокруг оси $B(z)$. На диск намотана нить, которая движется прямолинейно по закону $S_{C_1} = 0, 2t^2$ м. Принять $AB = 0, 5$ м, $R = 0, 2$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 30. В механизме ползун A движется по закону $S_A = 0, 12t^2$ м. Ползун A связан с ползуном B линейкой 1 . На одной оси с ползуном B находится диск 2 , который может независимо от ползуна вращаться вокруг оси $B(z)$. На диск 2 и барабан 3 намотана нить. Барабан вращается по закону $\varphi = t^2$ рад. Принять $AB = 4R = 6r = 0, 6$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 31. Механическая система состоит из катка 1 , диска 2 , соединенных шарнирно стержнем BE . Центр диска A связан с ползуном A , который движется по закону $S_A = 0, 1t^2$ м. Диск может вращаться вокруг оси $A(z)$. Каток 1 катится без скольжения, закон его вращения имеет вид $\varphi = 0, 5\pi t^2$ рад. Принять $R = 2r = 0, 2$ м, $BE = 0, 5$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 32. Механическая система состоит из двух катков 1 и 2 , соединенных шарнирно стержнем AB . Каток 1 катится без скольжения, а каток 2 — со скольжением. Законы прямолинейного движения центров катков имеют вид $S_O = 0, 05\pi t^2$ м, $S_E = 0, 2t^2$ м. Принять $R = 0, 2$ м, $r = 0, 15$ м, $AB = 0, 7$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

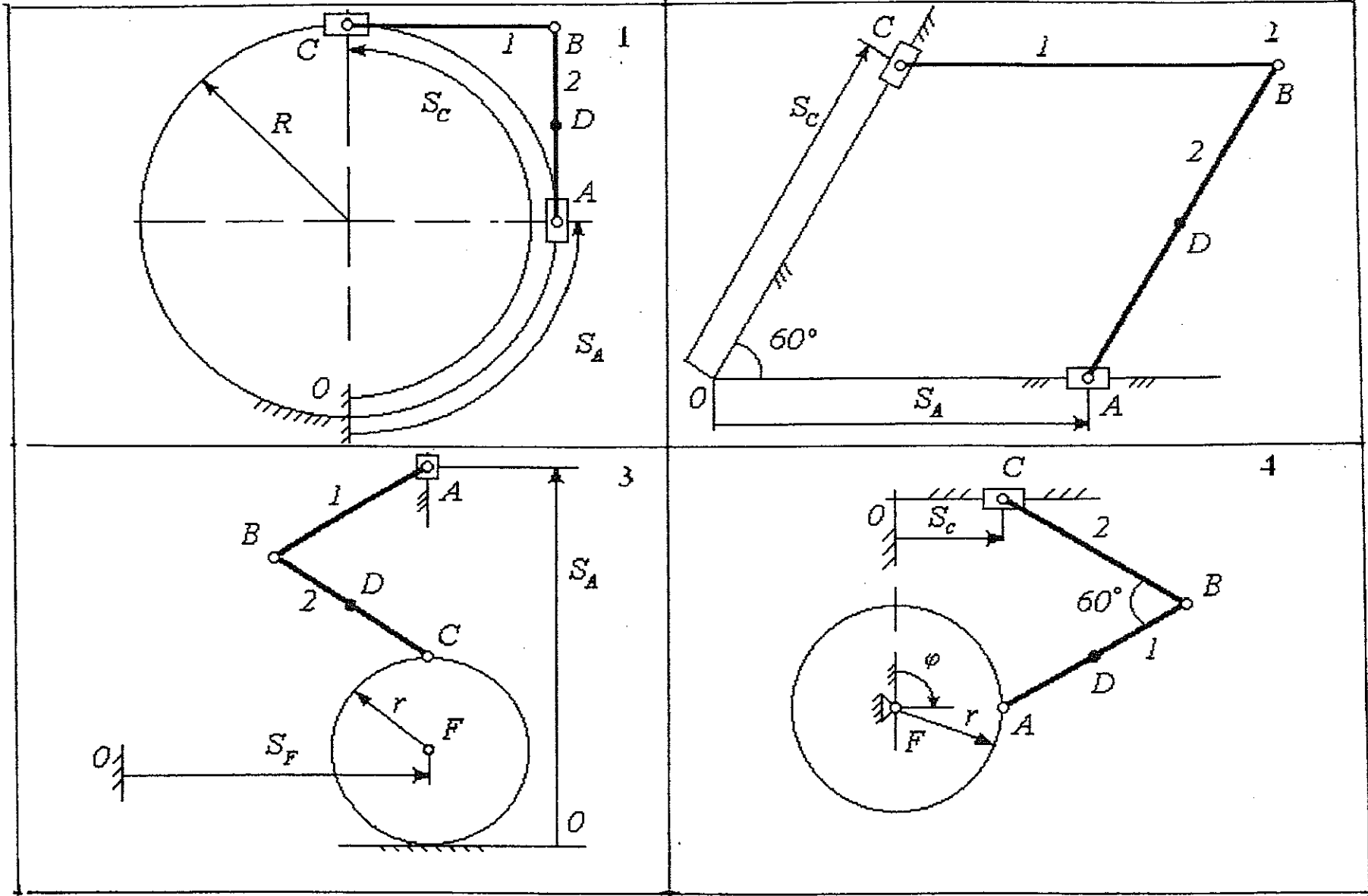
Вариант 33. Кривошипно-шатунный механизм, состоящий из кривошипа 1 и шатуна 2 , соединен шарнирно в точке B с катком 3 . Вращение кривошипа 1 вокруг оси $O(z)$ происходит по закону $\varphi = \pi t^2/3$ рад. Закон вращения катка 3 имеет вид $\psi = t^2$ рад (качение со скольжением). Принять $AB = 3AO = 4R = 0, 6$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Вариант 34. Кривошипно-ползунный механизм, состоящий из кривошипа 1 , шатуна 2 и ползуна B , соединен через ползун B с осью диска 3 . Ползун движется поступательно по горизонтальной направляющей. На диск 3 намотана нить, точка C_1 которой движется горизонтально по закону $S_{C_1} = 0, 1t^2$ м. Диск может вращаться вокруг своей оси $B(z)$. Закон вращения кривошипа 1 имеет вид $\varphi = \pi t^2/3$ рад. Принять $OA = 0, 2$ м, $R = 0, 15$ м, $AB = 0, 6$ м, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

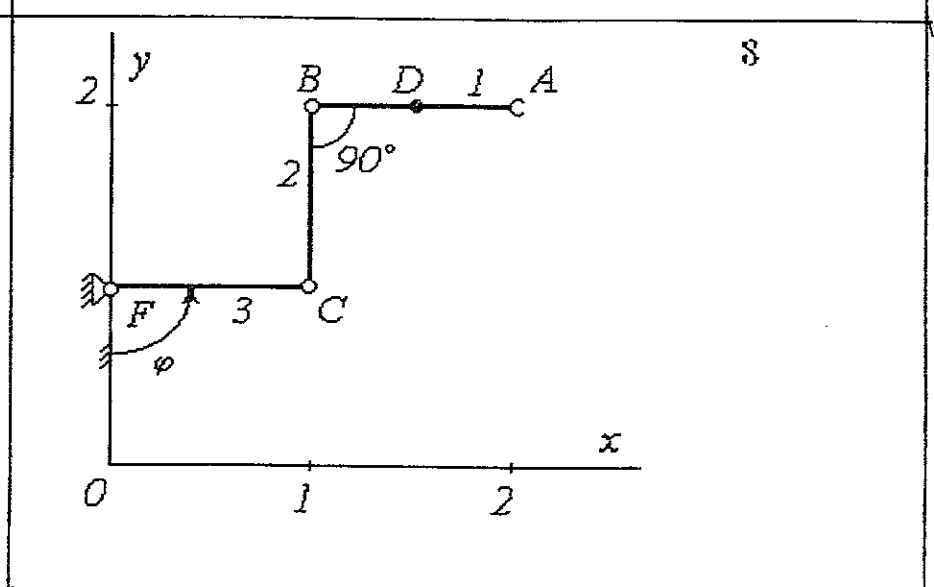
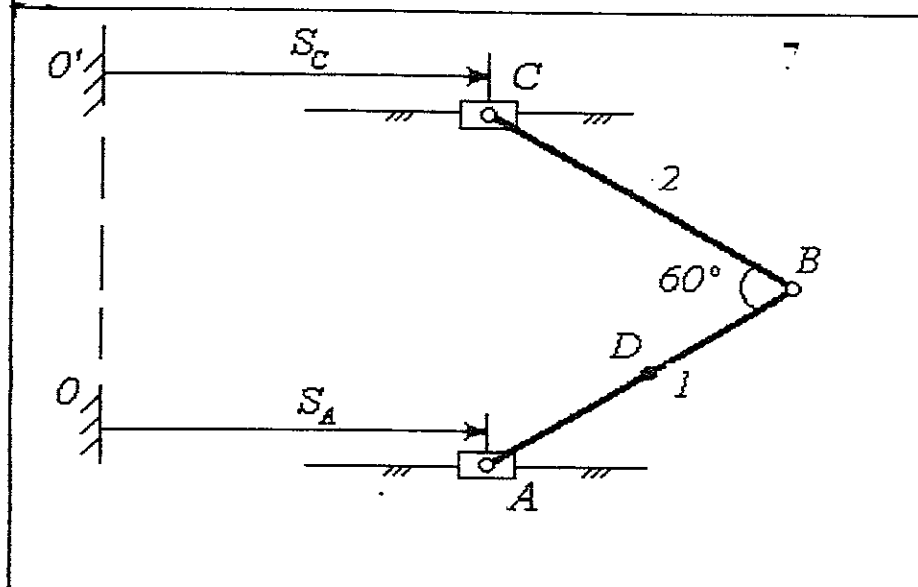
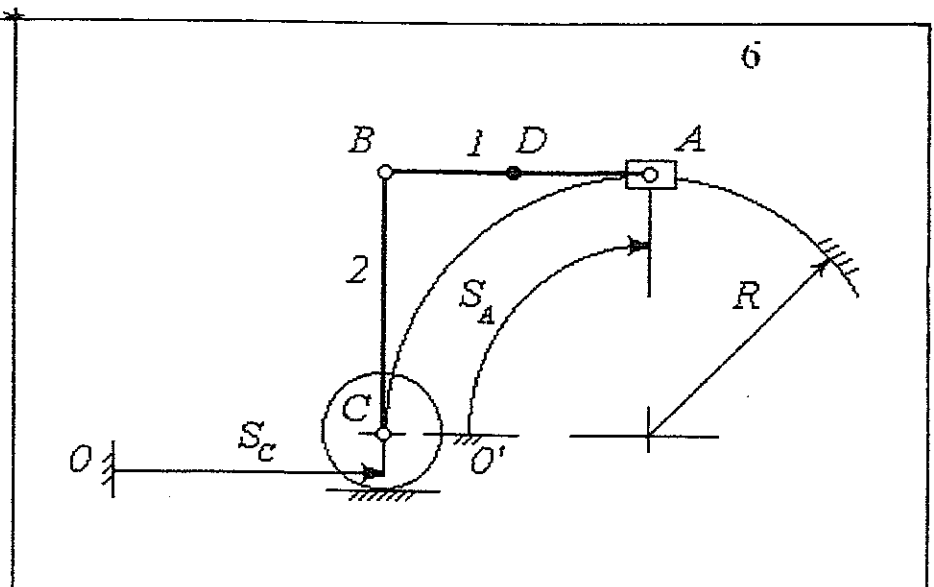
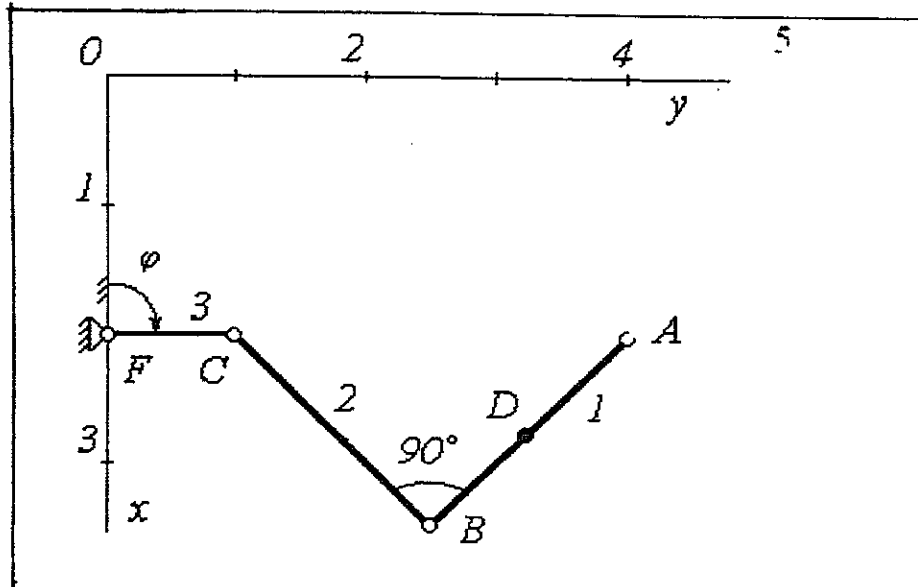
Вариант 35. Кривошипно-ползунный механизм, состоящий из кривошипа 1 , шатуна 3 и ползуна E , соединен шарнирно в точке B с колесом 2 . Закон движения точки E имеет вид $S_E = 0, 18 \sin(0, 25\pi t)$ м, закон вращения колеса 2 — $\varphi = \pi t^2/6$ рад. Принять $OA = 2BO/3 = 3R = 0, 3$ м, $\angle OAE = 90^\circ$, $t^* = 1$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

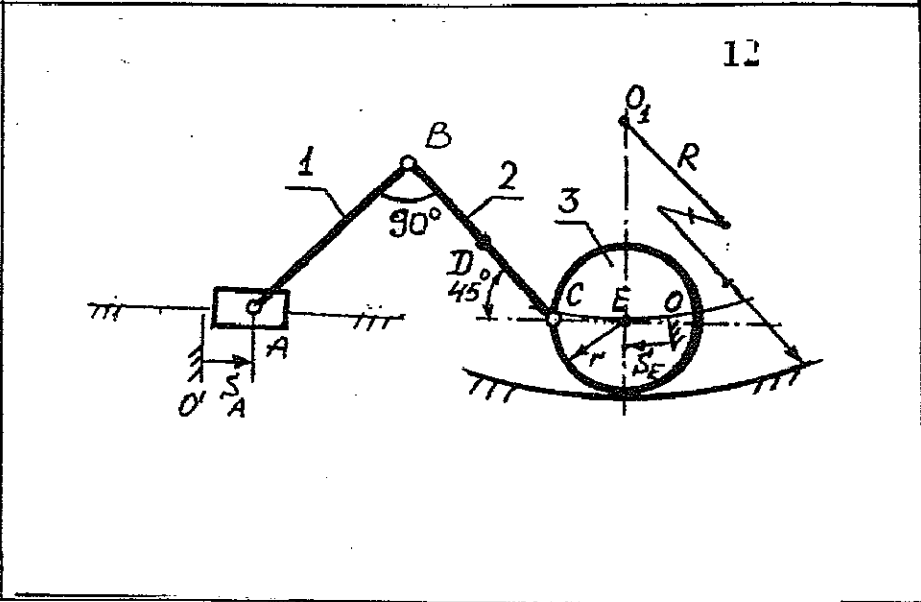
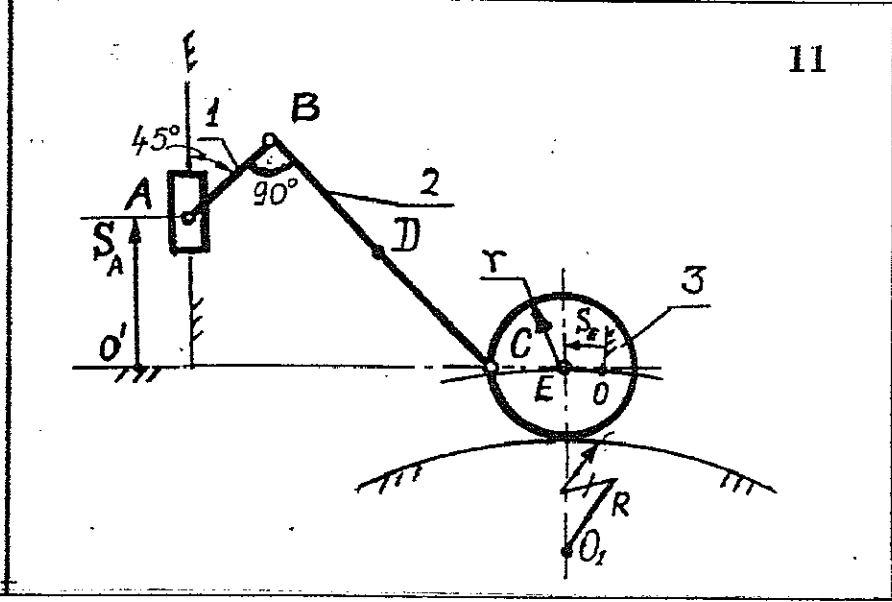
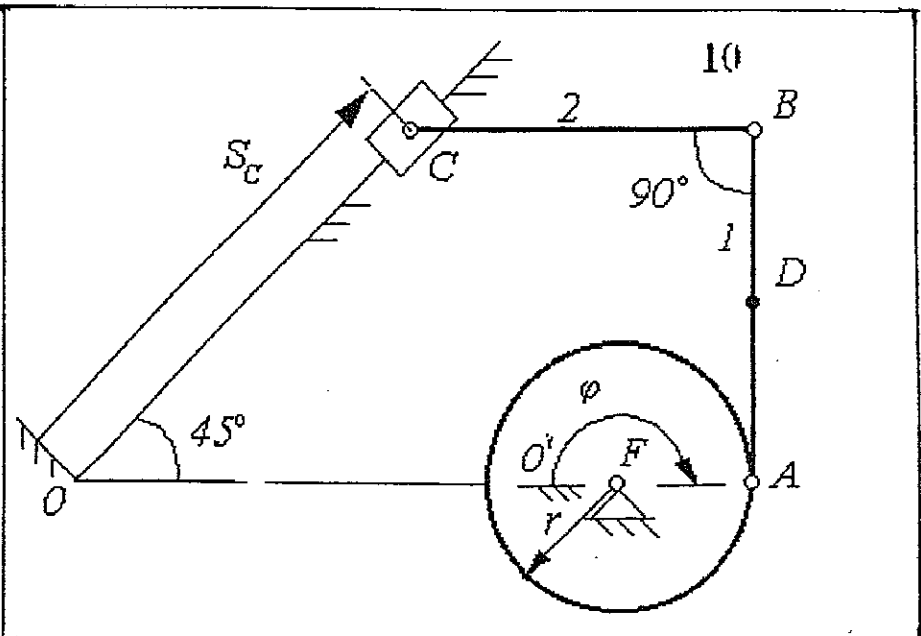
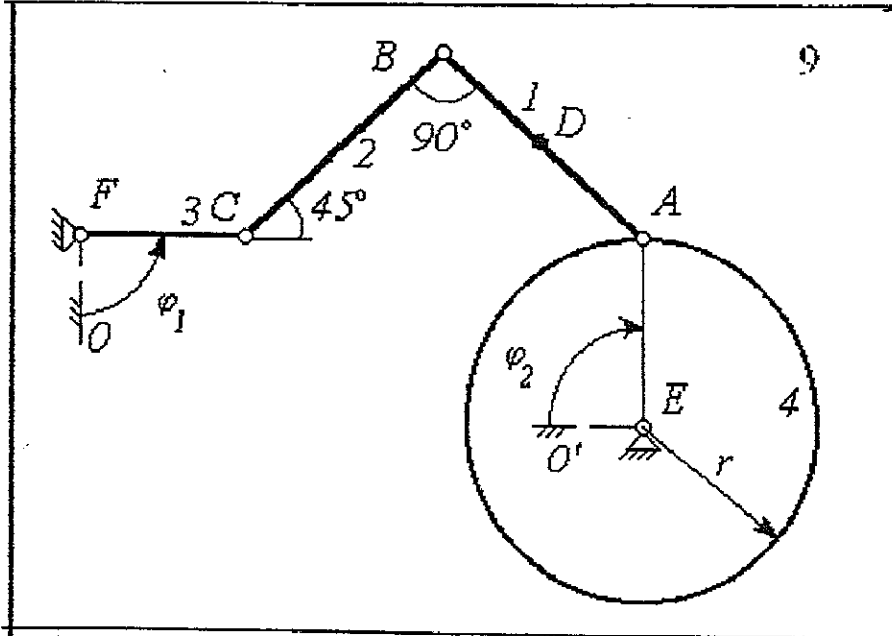
Вариант 36. В механизме каток 1 катится по горизонтальной направляющей, закон его вращения имеет вид $\varphi = 1 - e^{-t}$ рад. Каток шарнирно соединен в точке B со стержнем BE , закон движения точки E $x_E = 3, 23 - t$ м, $y_E = 1 - t^2$ м. Принять $R = 1, 5$ м, $BE = 2$ м, $t^* = 0$ с, $0 \leq t \leq 1$ с.

Схемы механических систем для вариантов задания показаны в разд. IV.

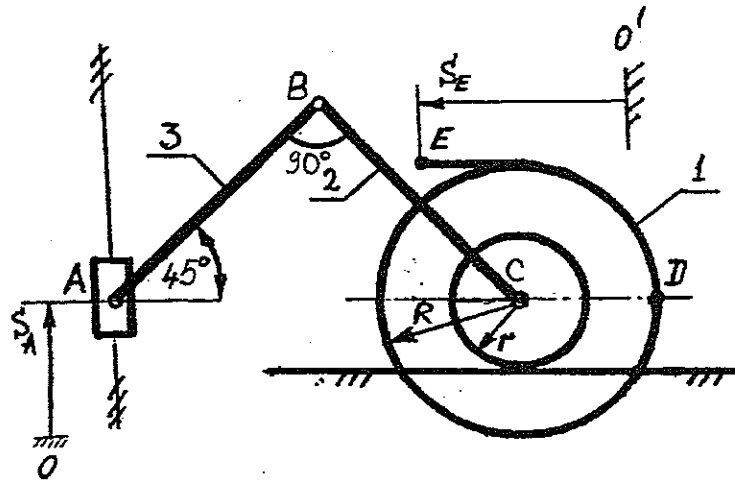


IV. СХЕМЫ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

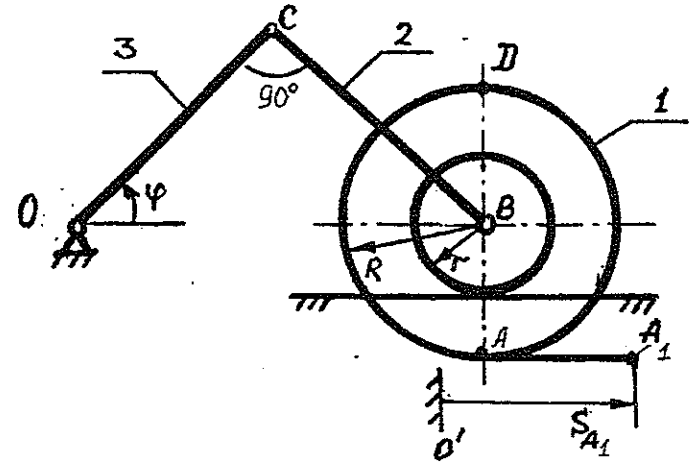




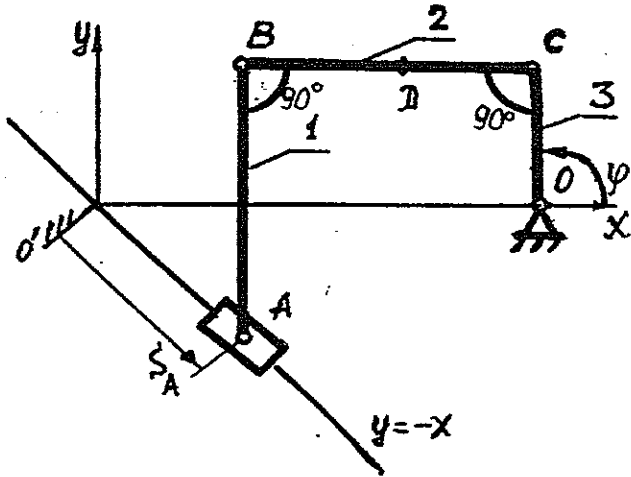
I3



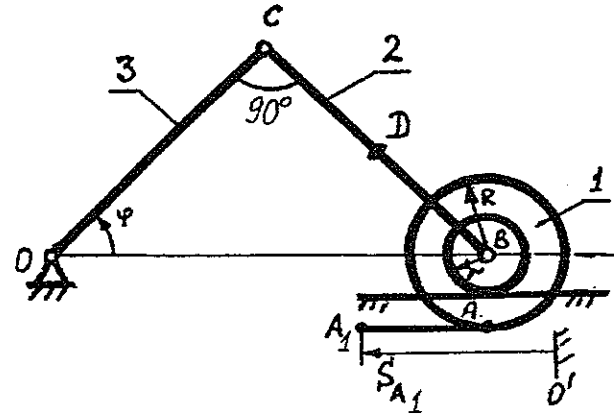
I4



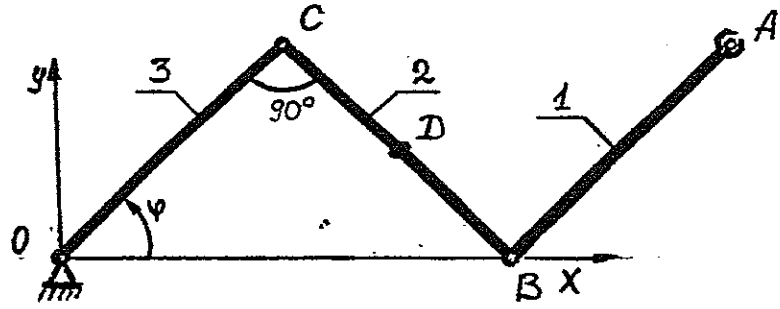
I5



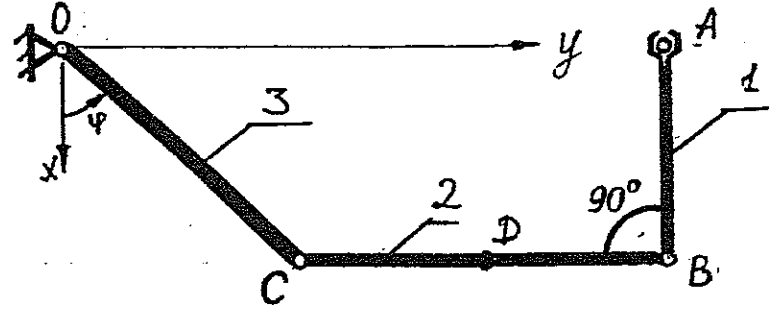
I6



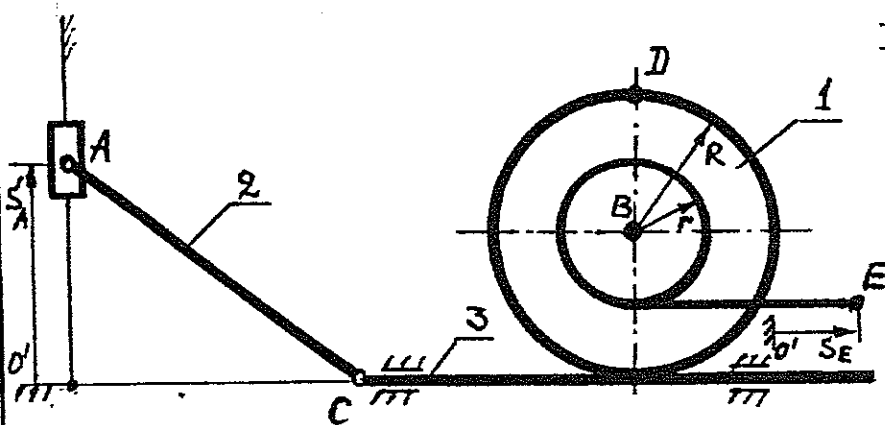
I7



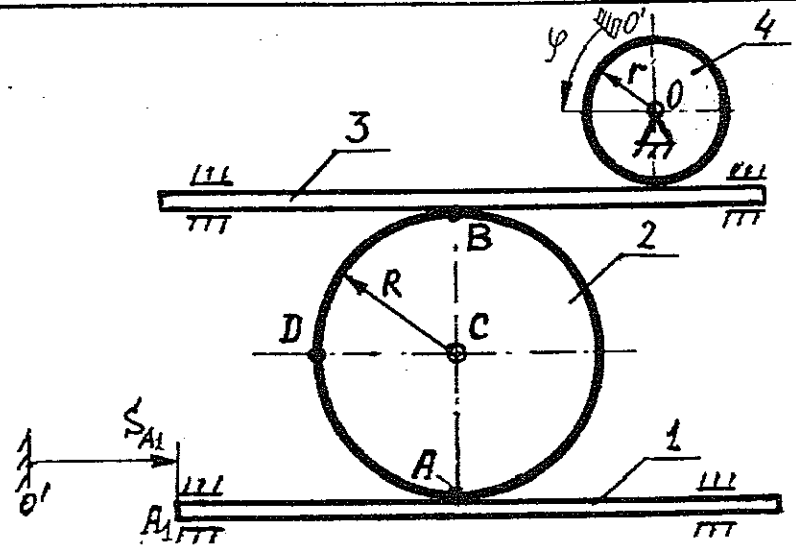
I8

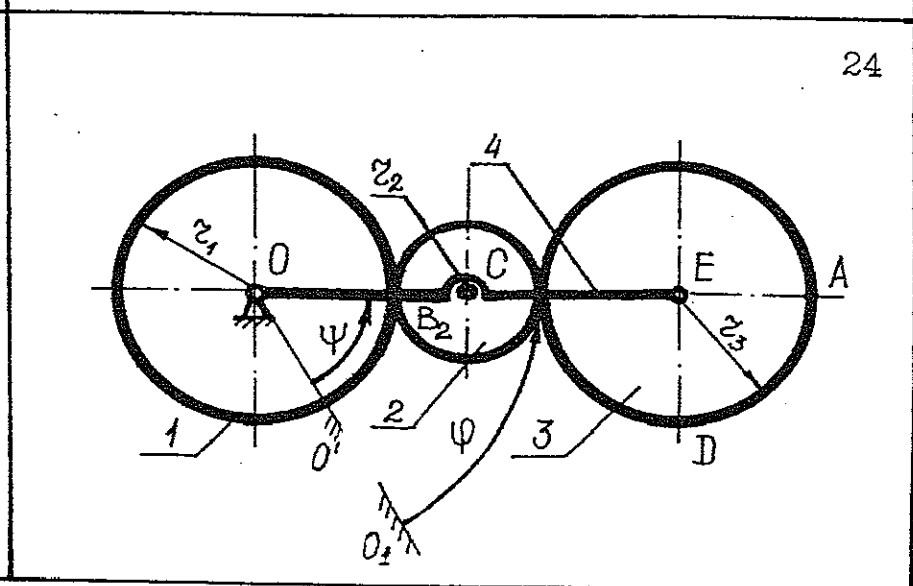
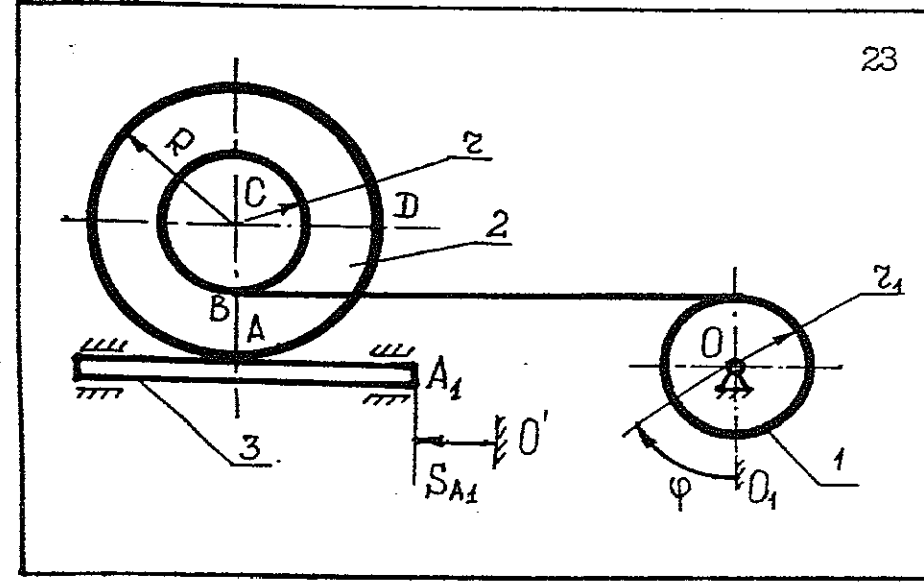
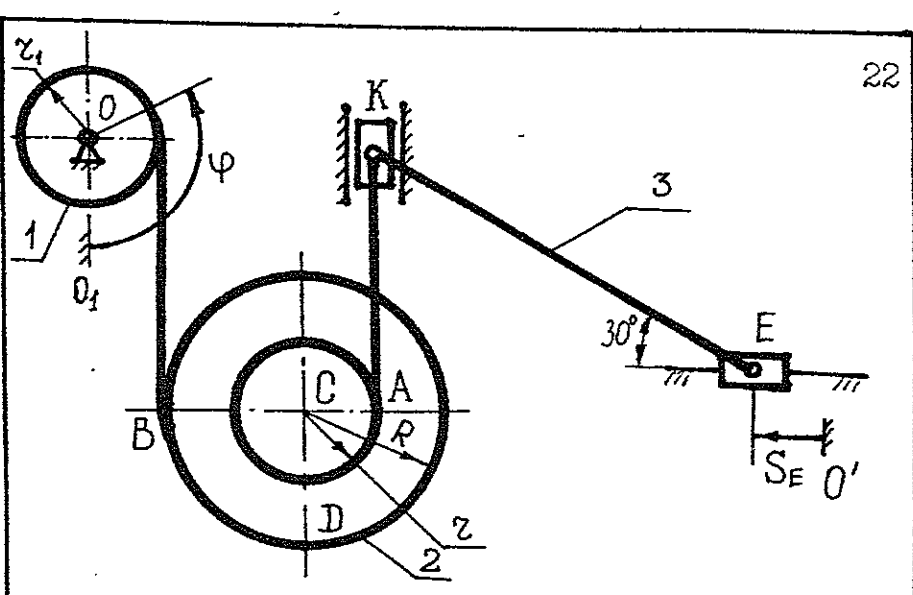
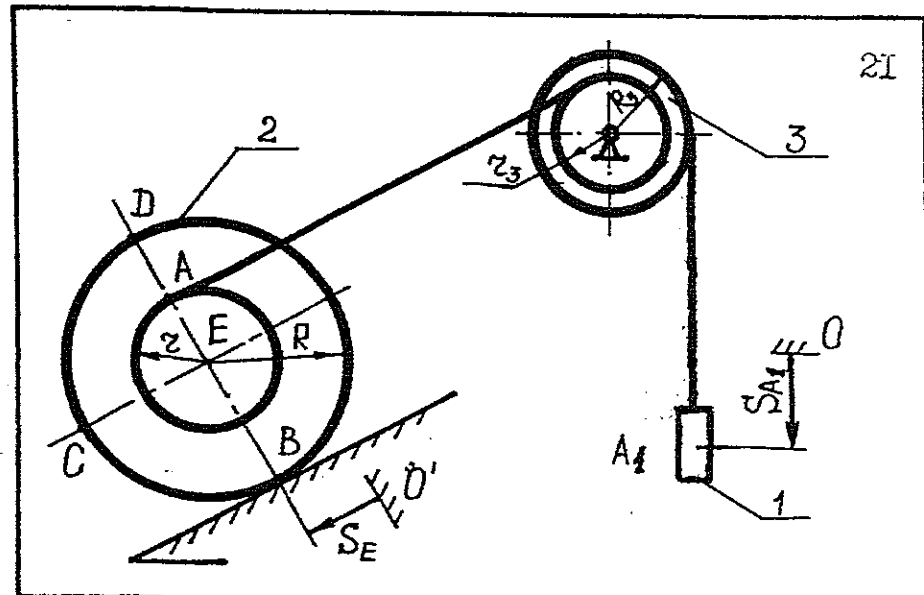


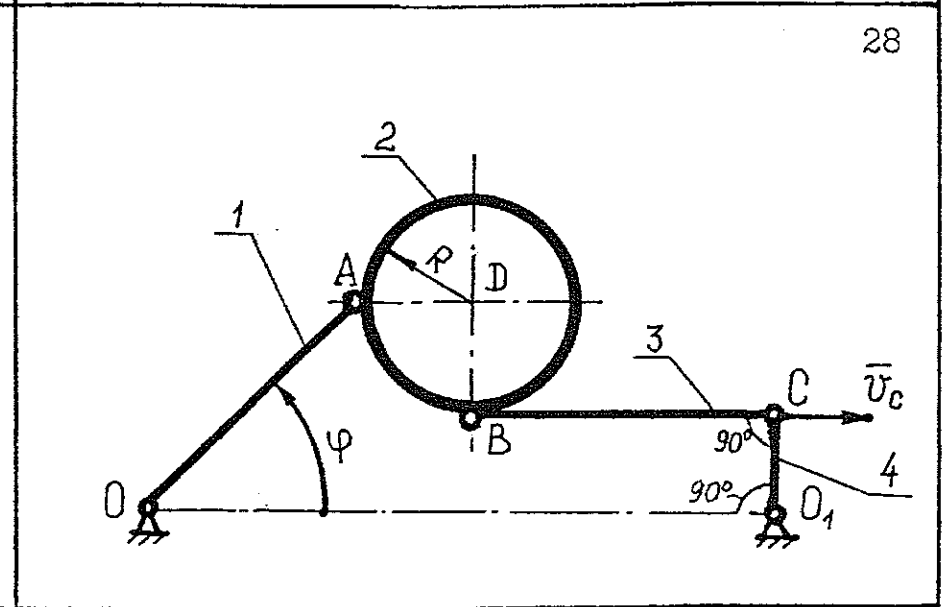
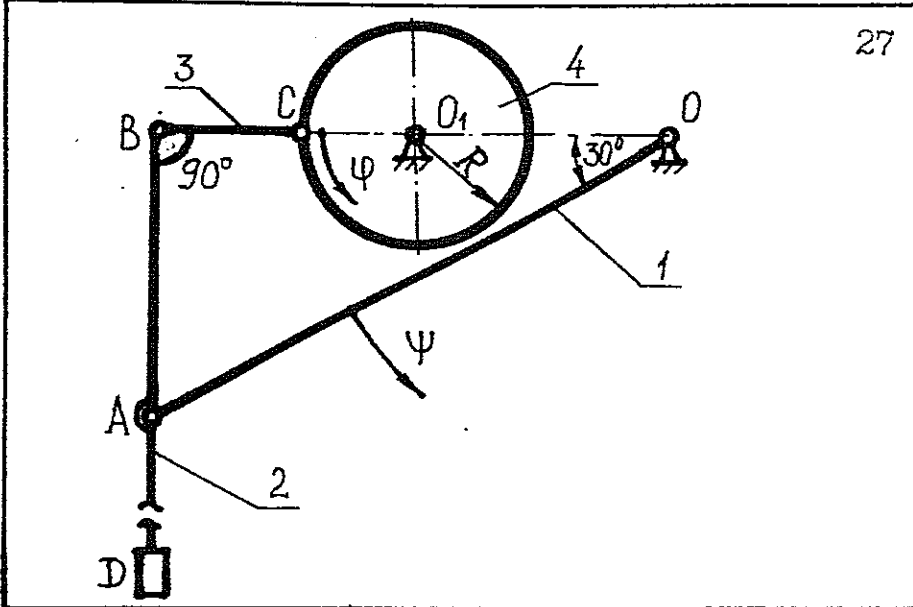
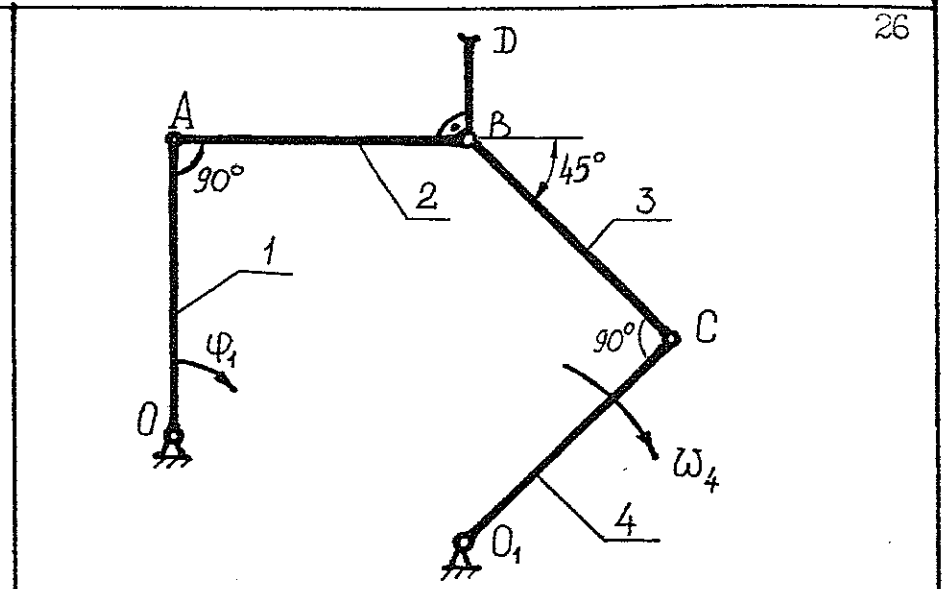
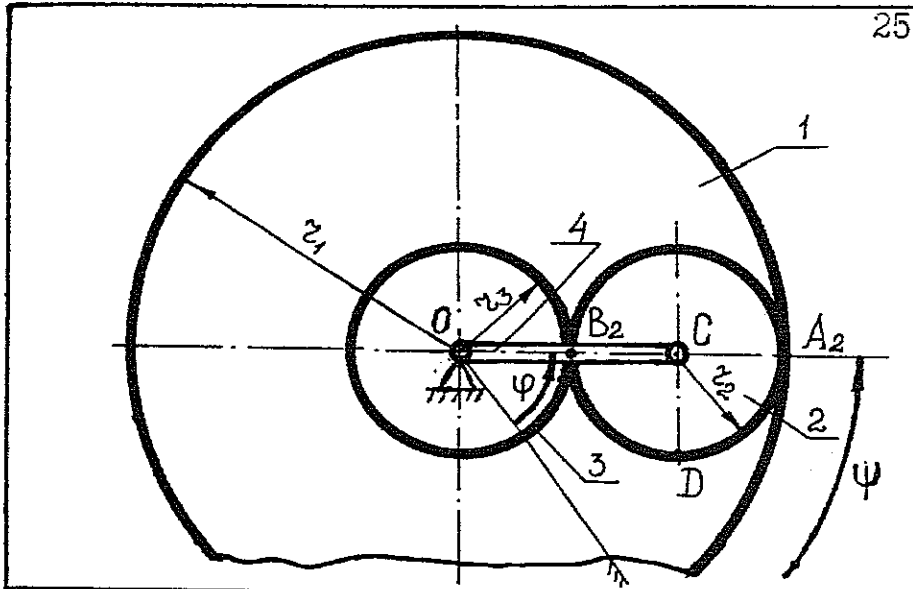
I9

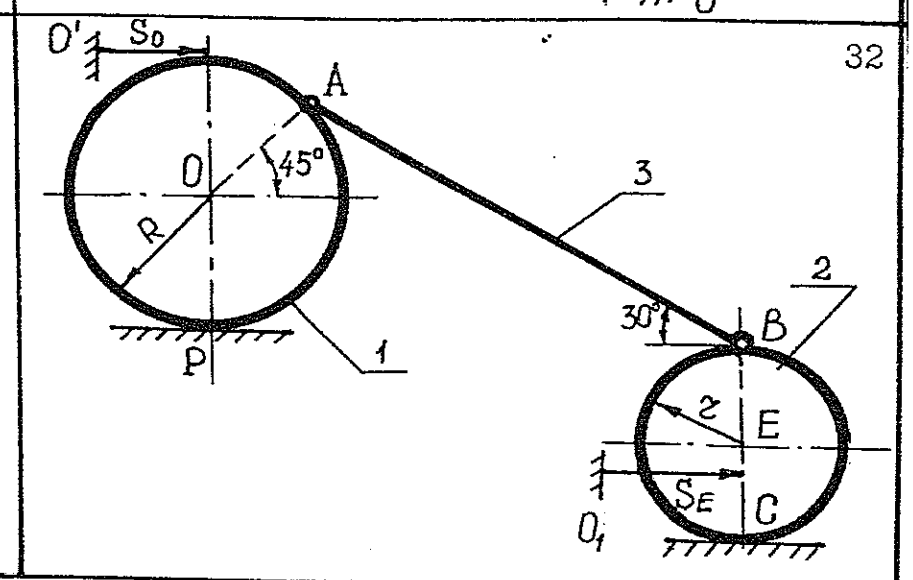
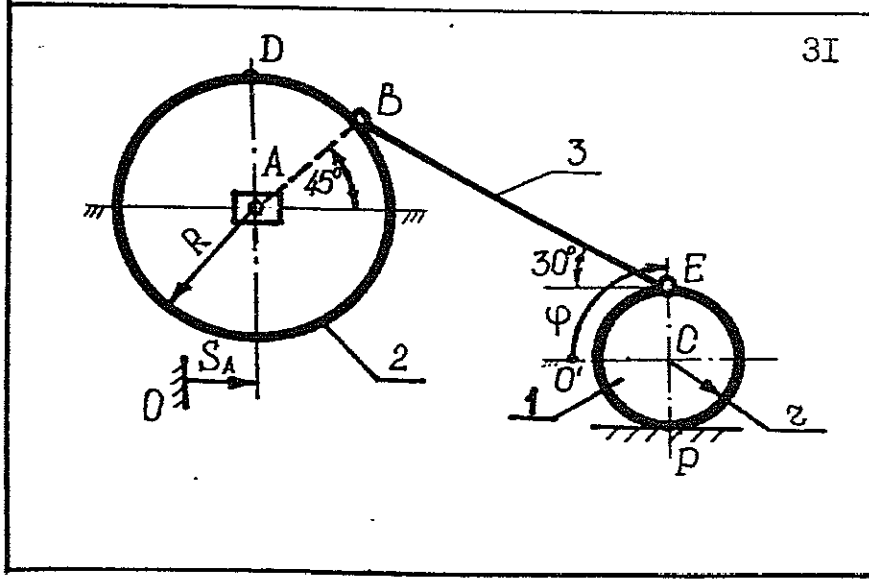
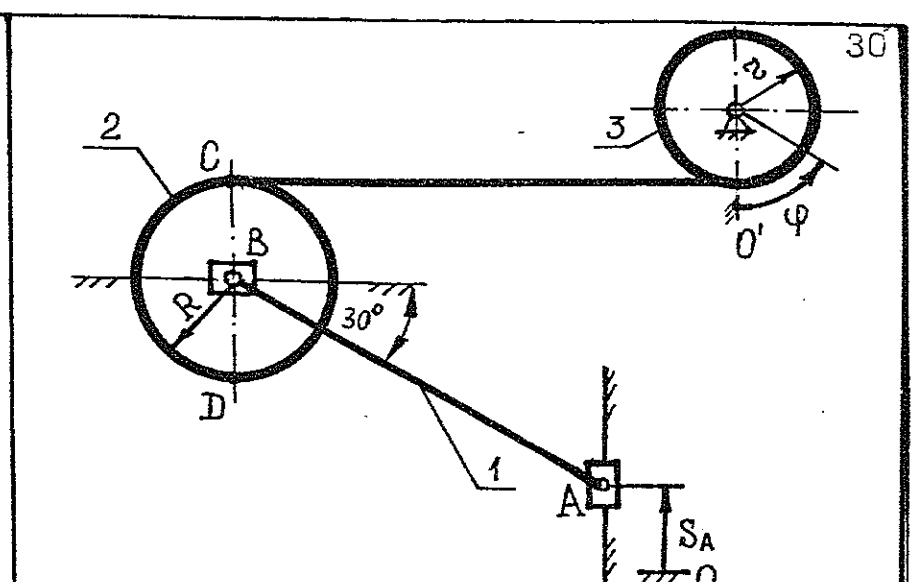
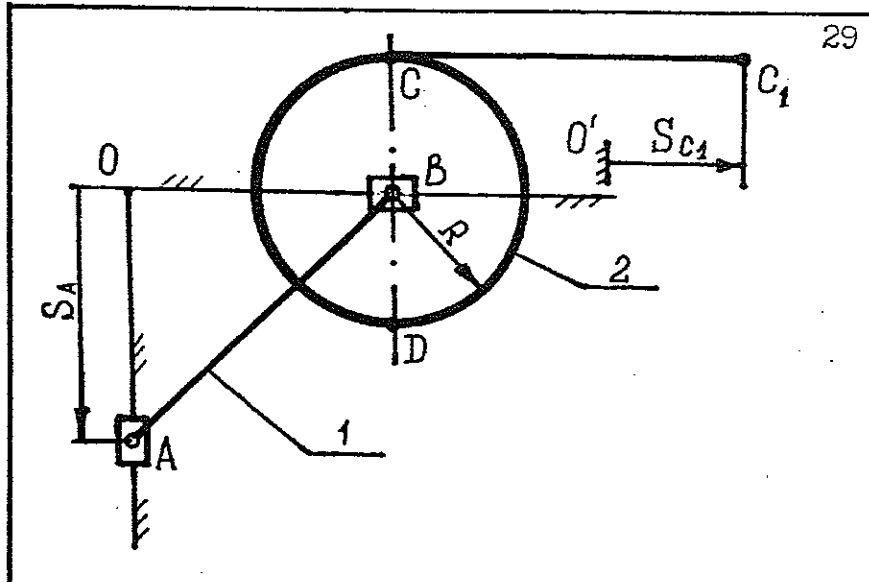


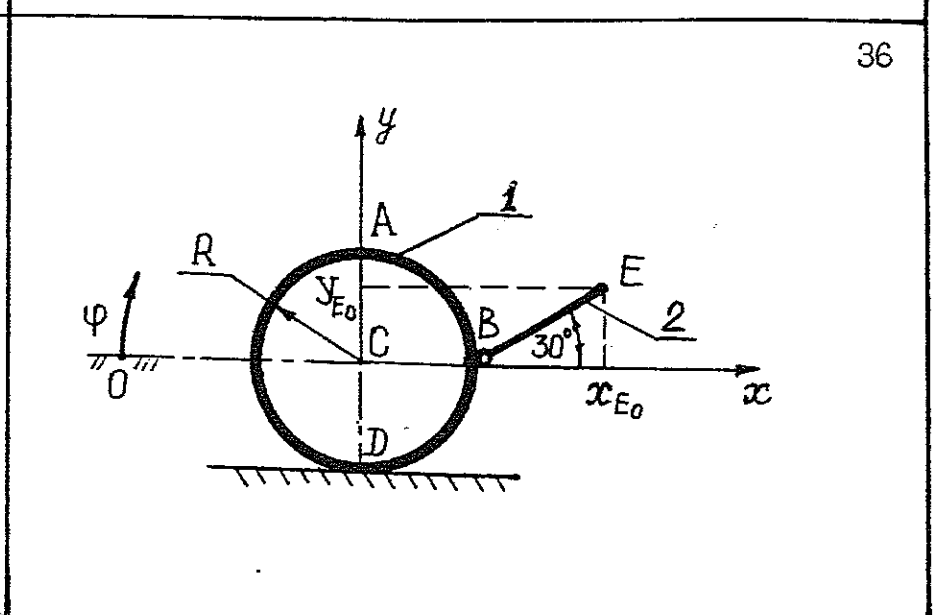
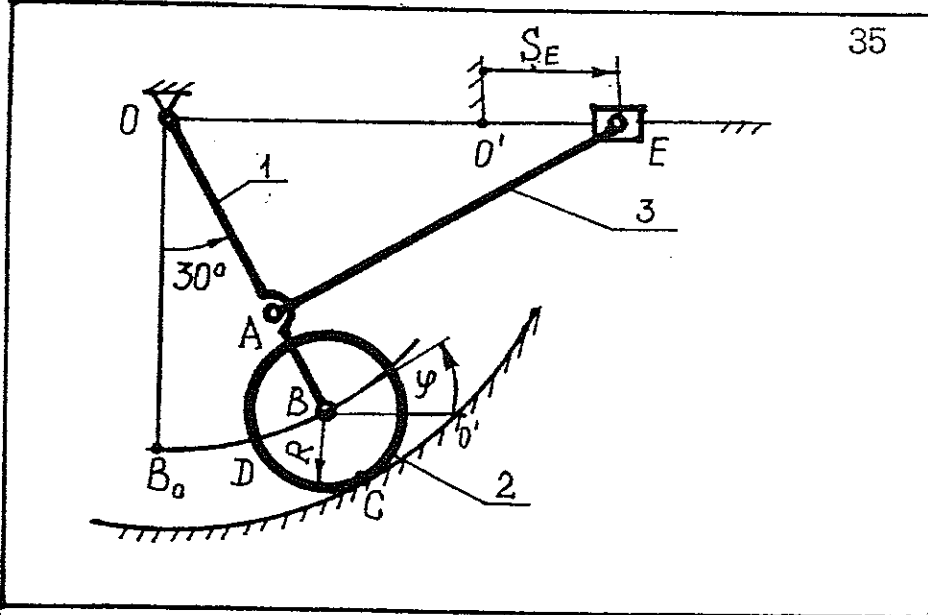
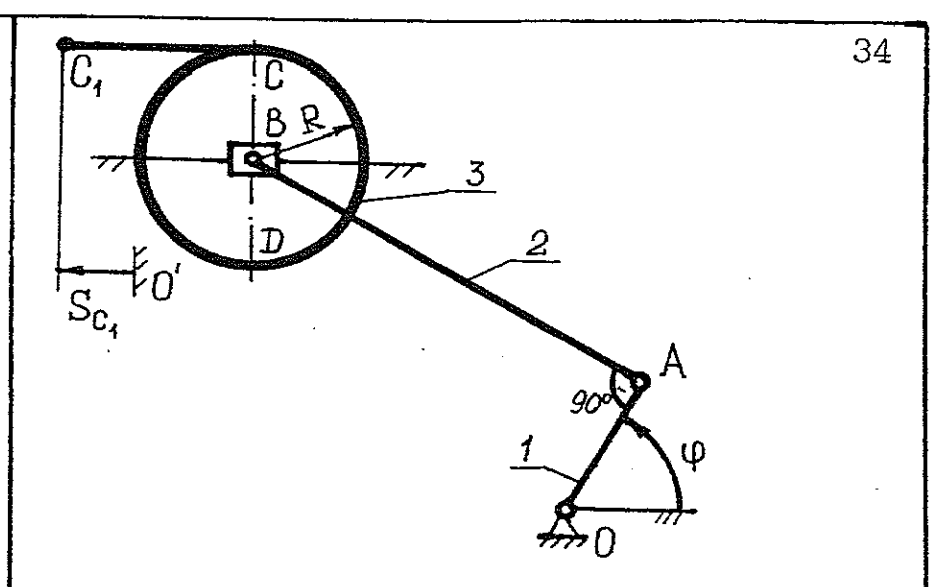
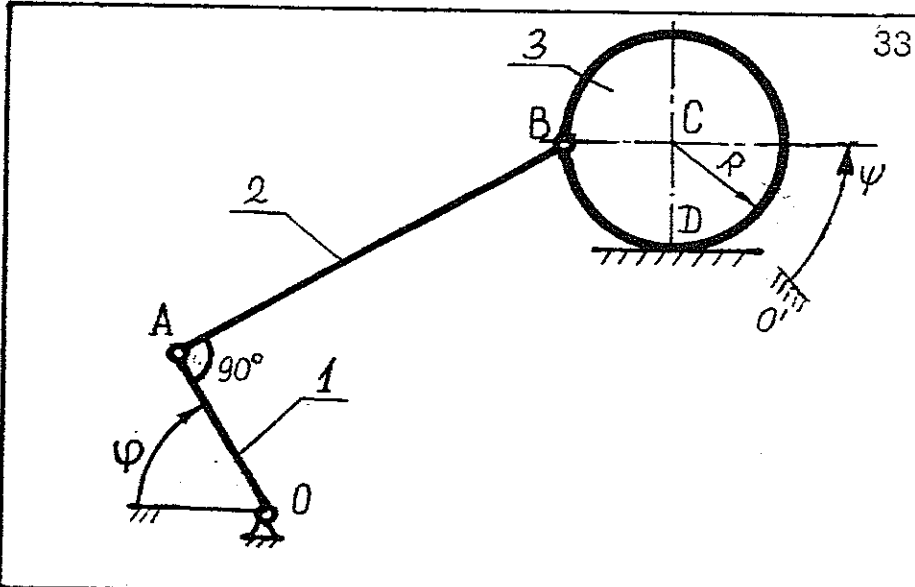
20











СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кинематика плоского движения твердого тела: Метод. указания и варианты курсового задания / В.В. Дубинин, Б.П. Назаренко, Л.В. Северова и др. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989. 48 с.
2. Статика и кинематика: Метод. указания по решению задач теоретической механики с помощью ЭВМ / П.Г. Русанов, Е.Н. Солохин, В.В. Дубинин и др. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1989. 42 с.
3. Кинематика плоского движения твердого тела: Метод. указания к решению задач и выполнению курсового задания / В.В. Дубинин, А.Ю. Карпачев, Б.П. Назаренко и др. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. 56 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	3
I. УСЛОВИЯ ЗАДАНИЯ.....	4
II. ПРИМЕРЫ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ.....	4
III. ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЯ.....	20
IV. СХЕМЫ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ.....	24
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	33

Методическое издание

**Владимир Валентинович Дубинин
Андрей Юрьевич Карпачев
Борис Петрович Назаренко
Людмила Васильевна Северова
Валерий Алексеевич Иванников**

КИНЕМАТИКА ПЛОСКОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА

Редактор *А.В. Сахарова*
Корректор *Л.И. Малюткина*
Компьютерная верстка *В.И. Товстоногов*

Подписано в печать 01.10.2007. Формат 60×84/8. Бумага офсетная.
Печ. л. 4,5. Усл. печ. л. 4,19. Уч.-изд. л. 3,75 Тираж 1500 экз. Изд. № 72.
Заказ 832

Издательство МГТУ им. Н.Э. Баумана
Типография МГТУ им. Н.Э. Баумана
105005, Москва, 2-я Бауманская, 5