**Индивидуальная работа по математике № 2**

за I курс по темам «Введение в математический анализ», «Дифференциальное исчисление функции одной переменной».

*Сроки сдачи работы – 18-25 декабря.*

№ 1.

 Вычислить пределы. Выбрать задачу в соответствии с номером по списку:

1)$\lim\_{x\to 0}\frac{4^{\sin(x)}-1}{\sin(2x)}$; 2)$\lim\_{x\to 1}\frac{\cos(\left(\frac{πx}{2}\right))}{x+1}$; 3)$\lim\_{x\to -1}\frac{x+1}{\sqrt[3]{x-7}+2}$; 4)$\lim\_{x\to 1}\frac{x-1}{lnx}$;

5) $\lim\_{x\to 0}\frac{\left(1+x\right)\left(1+2x\right)\left(1+3x\right)-1}{x}$; 6)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\left(1+x\right)^{5}-\left(1+5x\right)}{x^{2}+x^{5}}$; 7)$\lim\_{x\to \infty }\frac{\left(x-1\right)\left(x-2\right)\left(x-3\right)\left(x-4\right)\left(x-5\right)}{\left(5x-1\right)^{5}}$;

8) $\lim\_{x\to \infty }\frac{\left(2x-3\right)^{20}\left(3x+2\right)^{30}}{\left(2x+1\right)^{50}}$; 9)$ \lim\_{x\to 1}\frac{x^{3}-3x+2}{x^{4}-4x+3}$; 10)$ \lim\_{x\to 2}\frac{\left(x^{2}-x-2\right)^{20}}{\left(x^{3}-12x+16\right)^{10}}$; 11)$\lim\_{x\to 1}\frac{x+x^{2}+…+x^{n}-n}{x-1}$; 12)$ \lim\_{x\to 1}\frac{x^{100}-2x+1}{x^{50}-2x+1}$; 13)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\sqrt[3]{27+x}-\sqrt[3]{27-x}}{x+2\sqrt[3]{x^{4}}}$; 14)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+\frac{x}{3}}-\sqrt{1+\frac{x}{4}}}{1-\sqrt{1-\frac{x}{2}}}$;

15)$\lim\_{x\to \infty }x^{\frac{1}{3}}\left(\left(x+1\right)^{\frac{2}{3}}-\left(x-1\right)^{\frac{2}{3}}\right)$;

16)$ \lim\_{x\to +\infty }x^{\frac{3}{2}}\left(\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)$; 17)$ \lim\_{x\to 1}\left(1-x\right)tg\frac{πx}{2}$;

18)$ \lim\_{x\to \frac{π}{4}}tg2x∙tg\left(\frac{π}{4}-x\right)$; 19)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\sin(\left(a+2x\right))-2\sin(\left(a+x\right))+\sin(a)}{x^{2}}$;

20)$ \lim\_{x\to \frac{π}{6}}\frac{2sin^{2}x+sinx-1}{2sin^{2}x-3sinx+1}$; 21)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+tgx}-\sqrt{1+\sin(x)}}{x^{3}}$; 22)$ \lim\_{x\to 0}\frac{\sqrt{\cos(x)}-\sqrt[3]{\cos(x)}}{sin^{2}x}$;

23)$ \lim\_{x\to 0}\frac{1-\sqrt{\cos(x)}}{1-\cos(\sqrt{x})}$; 24)$ \lim\_{x\to 0}x^{x}$; 25)$ \lim\_{x\to 0}\left(\frac{1+tgx}{1+\sin(x)}\right)^{\frac{1}{\sin(x)}}x$;  26)$ \lim\_{x\to \frac{π}{4}}\left(tgx\right)^{tg2x}$;

27)$ \lim\_{x\to a}\frac{lnx-lna}{x-a}$; 28)$ \lim\_{x\to 0}\frac{e^{x}-e^{-x}}{ln\left(1+x\right)}$; 29)$ \lim\_{x\to +\infty }\left(\sqrt{x^{2}+4x}-x\right)$;  30)$ \lim\_{x\to +\infty }\frac{π-2arctgx}{e^{\frac{3}{x}}-1}$.

№ 2.

Найти производные $y'\_{x}=\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

1) $y=\left(a+1\right)^{Nx}∙x^{N+a}$;

2) $y=ln\left(x+N\right)∙\cos(\left(N+a\right)x)-e^{\left(N+1\right)x}tg\left(a+2\right)x$;

3) $x=a\cos(t)$, $y=a\sin(t)$;

4) $x\sin(\left(ay\right)+y\cos(\left(Nx\right)))=x+y$.

В задачах №№ 3, 4, 5 исследовать заданные функции методами дифференциального исчисления и, используя результаты исследования, построить ее график. Исследование функций и построение графиков рекомендуется проводить по следующей схеме:

1. найти область определения функции;
2. исследовать функцию на непрерывность; найти точки разрыва функции, и ее односторонние пределы в точках разрыва;
3. определить, является ли данная функция четной или нечетной;
4. найти точки экстремума функции и определить интервалы ее монотонности;
5. найти точки перегиба графика функции и определить интервалы выпуклости и вогнутости графика;
6. найти асимптоты графика;
7. построить график функции.

№ 3.

$f\left(x\right)=a∙x^{3}+11x^{2}+\left(N-20\right)x-N+15$*.*

№ 4.

$y\left(x\right)=\frac{x+N-15}{x^{2}-a^{2}}$.

№ 5.

 Выбрать функцию в соответствии с номером по списку:

1) $y=\frac{lnx}{\sqrt{x}}$;  2) $y=e^{2x-x^{2}}$;  3) $y=ln\left(x^{2}-4\right)$; 4) $y=ln\left(x^{2}+1\right)$;

5) $y=ln\left(9-x^{2}\right)$;  6) $y=xe^{-x^{2}}$; 7) $y=x^{2}-2lnx$;  8) $y=e^{\frac{1}{2-x}}$;  9) $y=\left(2+x^{2}\right)e^{-x^{2}}$; 10) $y=\left(x-1\right)e^{3x+1}$; 11) $y=2x-3\sqrt[3]{x^{2}}$;

12) $y=x-ln\left(x+2\right)$; 13) $y=\frac{e^{x-1}}{x}$; 14) $y=ln\left(x^{2}+2x+2\right)$;

15) $y=2xlnx$; 16) $y=\frac{\sqrt{e^{x}}}{x}$; 17) $y=\frac{3lnx}{x}$; 18) $y=4xe^{-\frac{x^{2}}{2}}$; 19) $y=4xe^{-x}$; 20) $y=ln\left(x^{2}+4x+5\right)$; 21) $y=\sqrt{x}lnx$; 22) $y=\sqrt[3]{x\left(x-3\right)^{2}}$;

23) $y=\left(x-6\right)e^{-\frac{1}{x}}$; 24) $y=x^{2}ln^{2}x$; 25) $y=x^{2}e^{-x}$;

26) $y=2x+4arcctgx$;  27) $y=xln^{\frac{2}{3}}x$; 28) $y=xarctgx-\left(\frac{π}{4}+\frac{1}{2}\right)x$; 29) $y=\sqrt[3]{\left(x+2\right)^{2}}+\sqrt[3]{\left(x-2\right)^{2}}$; 30) $y=\sqrt[3]{\left(x-2\right)^{3}}-\sqrt[3]{\left(x+2\right)^{2}}$.

№ 6.

 Линия задана уравнением $r=r\left(φ\right)=\frac{a}{7+\left(N-10\right)\cos(φ)}$ в полярной системе координат. ***Требуется:***

1. построить линию по точкам, начиная от $φ=0$до $φ=2π$ и придавая $φ$ значения через промежуток $\frac{π}{8}$;
2. найти уравнение данной линии в прямоугольной декартовой системе координат, у которой начало совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью;
3. по полученному уравнению определить, какая это линия.

№ 7.

 Построить график функции $y=Nsin\left(a∙x+\frac{π}{3}\right)$ преобразованием графика функции $y=\sin(x)$.

№ 8.

 Построить график функции $y=Ncos\left(a∙x+\frac{π}{4}\right)$ преобразованием графика функции $y=\cos(x)$.

№ 9.

Найти наибольшее и наименьшее значения функции

$F\left(x\right)=a∙x^{3}+N∙x^{2}-x+1$ на отрезке $\left[N-a-10; N+a\right]$*.*

№ 10.

 Выбрать задачу в соответствии с номером $N$.

1. Каковы должны быть размеры прямоугольника наибольшей площади, вписанного в круг радиуса 6 см?
2. Проволока длиной 40 см согнута в прямоугольник. Каковы должны быть размеры этого прямоугольника, чтобы площадь его была наибольшей?
3. Найти наибольший объем цилиндра, у которого полная поверхность равна $S=24π$ *(м2).*
4. Найти наибольший объем конуса, образующая которого равна $l=\sqrt{3} м$.
5. Турист идет из пункта $A$, находящегося на шоссейной дороге, в пункт $B$, расположенный в 8 км от шоссе. Расстояние от $A$ до $B$ по прямой составляет 17 км. В каком месте туристу следует свернуть с шоссе, чтобы в кратчайшее время прийти в пункт $B$, если его скорость передвижения по шоссе 5 км/ч, а по бездорожью 3 км/ч?
6. Объем правильной треугольной призмы равен $V=16$ м3. Какова должна быть длина стороны основания призмы, чтобы ее полная поверхность была наименьшей?
7. Открытый чан имеет форму цилиндра объема $V=27π$ м3. Каковы должны быть радиус основания и высота чана, чтобы на его изготовление ушло наименьшее количество материала?
8. Требуется изготовить коническую воронку с образующей, равной 20 см. Какова должна быть высота воронки, чтобы ее объем был наибольшим?
9. Требуется изготовить ящик с крышкой, объем которого был бы равен 72 см3, причем стороны основания относились бы как 1:2. Каковы должны быть размеры всех сторон, чтобы полная поверхность была наименьшей?
10. Сечение оросительного канала имеет форму равнобочной трапеции, боковые стороны которой равны меньшему основанию. При каком угле наклона боковых сторон сечение канала будет иметь наибольшую площадь?
11. Требуется изготовить полотняный шатер, имеющий форму прямого кругового конуса заданной вместимости $V=\frac{9}{2}π$ м3. Каковы должны быть размеры конуса (высота и радиус основания), чтобы на шатер ушло наименьшее количество полотна?
12. Из прямоугольного листа жести размером 24×9 см требуется изготовить открытую коробку, вырезая по углам листа равные квадраты и загибая оставшиеся боковые полосы под прямым углом. Какова должна быть сторона вырезаемых квадратов, чтобы вместимость коробки была наибольшей?
13. Найти треугольник наибольшей площади, если сумма длин его катета и гипотенузы постоянна и равна 4 см.
14. Число 8 разбить на два таких слагаемых, чтобы сумма их кубов была наименьшей.
15. Число 8 разбить на два таких слагаемых, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.
16. Какое положительное число, будучи сложенным с обратным ему числом, дает наименьшую сумму?
17. Деталь из листового железа имеет форму равнобедренного треугольника с боковой стороной 10 см. Каким должно быть основание треугольника, чтобы его площадь была наибольшей?
18. Огород прямоугольной формы огорожен изгородью, длина которой 72 м. Каковы должны быть размеры огорода, чтобы его площадь была максимальной?
19. Требуется огородить забором прямоугольный участок земли площадью 294 м2 и разделить затем этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора будет наименьшей?
20. Требуется изготовить открытый сверху цилиндрический сосуд максимальной вместимости. Каковы должны быть размеры сосуда (радиус R и высота Н), если на его изготовление имеется $S=84,82$ дм2 материала ($S≈27π$)?
21. Требуется вырыть яму конической формы (воронку) с образующей

 м. При какой глубине объем воронки будет наибольшим?

1. Найти высоту цилиндра наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R.
2. Требуется изготовить закрытый цилиндрический бак максимальной вместимости. Каковы должны быть размеры бака (радиус $R$ и высота $H$), если на его изготовление имеется $S=18,84$ м2 материала ($S≈6π$)?
3. Резервуар, открытый сверху, имеет форму прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием. Каковы должны быть размеры резервуара, чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество материала, если он должен вмещать 256 л воды?
4. Требуется вырыть яму цилиндрической формы с круглым основанием и вертикальной боковой поверхностью заданного объема $V=25$ м2 ($V≈8π$). Каковы должны быть линейные размеры ямы (радиус $R$ и высота $H$), чтобы на облицовку ее дна и боковой поверхности пошло наименьшее количество материала?
5. Из круглого бревна радиуса $R=2\sqrt{3}$ требуется вырезать балку прямоугольного сечения с основанием $b$ и высотой $h$. Прочность балки пропорциональна $bh^{2}$. При каких значениях $b$ и $h$ прочность балки будет наибольшей?
6. Требуется изготовить палатку в форме правильной четырехугольной пирамиды заданной боковой поверхности $S=4\sqrt{3}$ м2. Каковы должны быть размеры палатки (сторона основания $a$ и высота $H$), чтобы вместимость палатки была наибольшей?
7. Равнобедренный треугольник, периметр которого $P=12$, вращается вокруг основания. Найти основание $a$, при котором полученное тело вращения имеет наибольший объем.
8. Цистерна имеет форму прямого кругового цилиндра, завершенного с одной стороны полушаром. Вместимость цистерны $V=41,89$ м2 ($V≈{40π}/{3}$). Найти радиус цилиндра $R$, при котором цистерна будет иметь наименьшую полную поверхность.
9. Найти высоту конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса $R$.