

# КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ПО КИНЕМАТИКЕ

## ЛИТЕРАТУРА

1. Тарг, С. М. Краткий курс теоретической механики: учеб. для высш. техн. учеб. заведений / С. М. Тарг. – М.: Высшая школа, 2008 и предыдущие издания.
2. Яблонский, А. А. Курс теоретической механики: Статика. Кинематика: учебник для вузов по техн. специальностям/ А. А. Яблонский, В. М. Никифорова. – М.: КноРус , 2010 и предыдущие издания.
3. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики Т. 1: Статика и кинематика: учеб. пособие для вузов по техн. специальностям: в 2 т. / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – СПб. и др.: Лань, 2009 и предыдущие издания.

## ЗАДАЧА №1

По заданным уравнениям движения точки  $M$  в декартовых координатах определить вид ее траектории и для момента времени  $t_1$  найти и показать на рисунке:

1. положение точки на траектории;
2. скорость точки;
3. полное, касательное и нормальное ускорения точки.

Определить для заданного момента времени радиус кривизны траектории точки, а также характер ее движения (ускоренное, замедленное, равномерное).

Исходные данные для решения задачи приведены в таблице 2.

Таблица 2

Вариант	$x = x(t), \text{ м}$	$y = y(t), \text{ м}$	$t_1, \text{ с}$
1	$2e^{2t}$	$8e^{-2t}$	0,25
2	$3t$	$0,5 + \sin \pi t$	0,3
3	$2 + e^{2t}$	$3e^t$	0,5
4	$0,1t^4 - 0,6$	$t^2$	2
5	$-e^{4t}$	$4e^{-4t}$	0,25
6	$-0,5 \cos 2t$	$2 \sin t$	$\frac{\pi}{6}$
7	$-\sin^2 t$	$2 \sin t$	$\frac{\pi}{6}$
8	$0,5(1 + \sin^2 t)$	$\cos t$	$\frac{\pi}{6}$
9	$\sin \frac{\pi t}{2}$	$2t$	0,5
10	$-4e^t$	$0,5e^{2t} - 1$	1
11	$3t^2 - 1$	$4t$	0,5
12	$2 \cos t$	$2 - \sin^2 t$	$\frac{\pi}{3}$

13	$-\sin t$	$0,5 \sin 2t - 1$	$\frac{\pi}{3}$
14	$-2\sin t$	$\cos 2t$	$\frac{4\pi}{3}$
15	$4e^{-3t}$	$e^{3t}$	0,3
16	$2t$	$0,5 \cos 2\pi t - 0,25$	0,3
17	$e^{-2t} + 0,5$	$e^{-t}$	1
18	$3t^2$	$4 - t^4$	1
19	$-8e^{-0,5t}$	$2e^{0,5t}$	2
20	$\cos^2 t - 0,75$	$\sin t$	$\frac{2\pi}{3}$
21	$\cos^2 t - 1,25$	$\cos t$	$\frac{2\pi}{3}$
22	$0,5 \cos 2t$	$\cos t$	$\frac{\pi}{3}$
23	$-16e^{-0,25t}$	$-4e^{0,25t}$	2
24	$2 \cos \frac{\pi t}{3}$	$1,5t$	4
25	$1,5e^{-t}$	$2 - e^{-2t}$	0,5
26	$-2t$	$0,5t^2 + 1$	2
27	$\sin t$	$-\cos^2 t$	$\frac{5\pi}{6}$
28	$-2 \cos t$	$\cos 2t$	$\frac{\pi}{6}$
29	$-3e^{0,2t}$	$-12e^{-0,2t}$	5
30	$\cos t$	$-(\cos^2 t + 1)$	$\frac{5\pi}{6}$

## ЗАДАЧА №2

По заданному закону движения колеса 1  $\varphi_1 = 5t^2 - 12t$  (рад) определить для момента времени  $t_1$  и показать на рисунке:

1. Алгебраические угловые скорости и ускорения колес 2 и 3;
2. Скорость и ускорение груза 4;
3. Скорость, нормальное, касательное и полное ускорения точки  $M$  колеса 2.

Проскальзывание зубчатых колес, находящихся в зацеплении, относительно друг друга, проскальзывание между шкивами, тросом и ремнем отсутствует. Трос считать нерастяжимым. Схемы механизмов приведены на рис. 1 – 5, исходные данные – в таблице 3.

Таблица 3

Вариант	Радиусы колёс, м					Время
	$R_1$	$R_2$	$r_2$	$R_3$	$r_3$	$t_1, c$
1	0,2	0,3	0,15	0,05	-	0,5
2	0,1	0,55	0,2	0,4	0,15	1
3	0,15	0,4	0,2	0,4	-	1,5
4	0,1	0,4	0,3	0,5	-	2
5	0,1	0,5	0,25	0,3	-	2,5
6	0,15	0,5	0,3	0,2	-	0,5
7	0,15	0,4	-	0,5	0,2	1
8	0,3	0,5	-	0,5	0,2	1,5
9	0,1	0,2	-	0,3	0,25	2
10	0,1	0,4	0,2	0,8	-	2,5
11	0,15	0,4	0,2	0,25	-	0,5
12	0,1	0,5	0,3	0,15	-	1
13	0,1	0,5	0,3	0,5	-	1,5
14	0,15	0,45	0,3	0,1	-	2
15	0,1	0,5	0,25	0,5	-	2,5
16	0,1	-	0,2	0,05	-	0,5
17	0,2	-	0,1	0,05	-	1
18	0,2	0,3	0,15	0,2	0,1	1,5
19	0,1	0,2	-	0,4	0,2	2
20	0,1	0,4	0,2	0,3	0,1	2,5
21	0,1	-	0,05	0,4	0,2	0,5
22	0,2	0,3	0,5	0,05	-	1
22	0,15	0,3	0,5	0,2	0,1	1,5
24	0,2	0,3	0,15	0,2	0,1	2
25	0,2	0,1	-	0,4	0,2	2,5
26	0,2	0,3	0,15	0,1	-	0,5
27	0,2	0,3	0,15	0,1	-	1
28	0,3	0,1	-	0,3	0,15	1,5
29	0,2	0,3	0,2	0,3	0,1	2
30	0,2	0,1	-	0,3	0,1	2,5

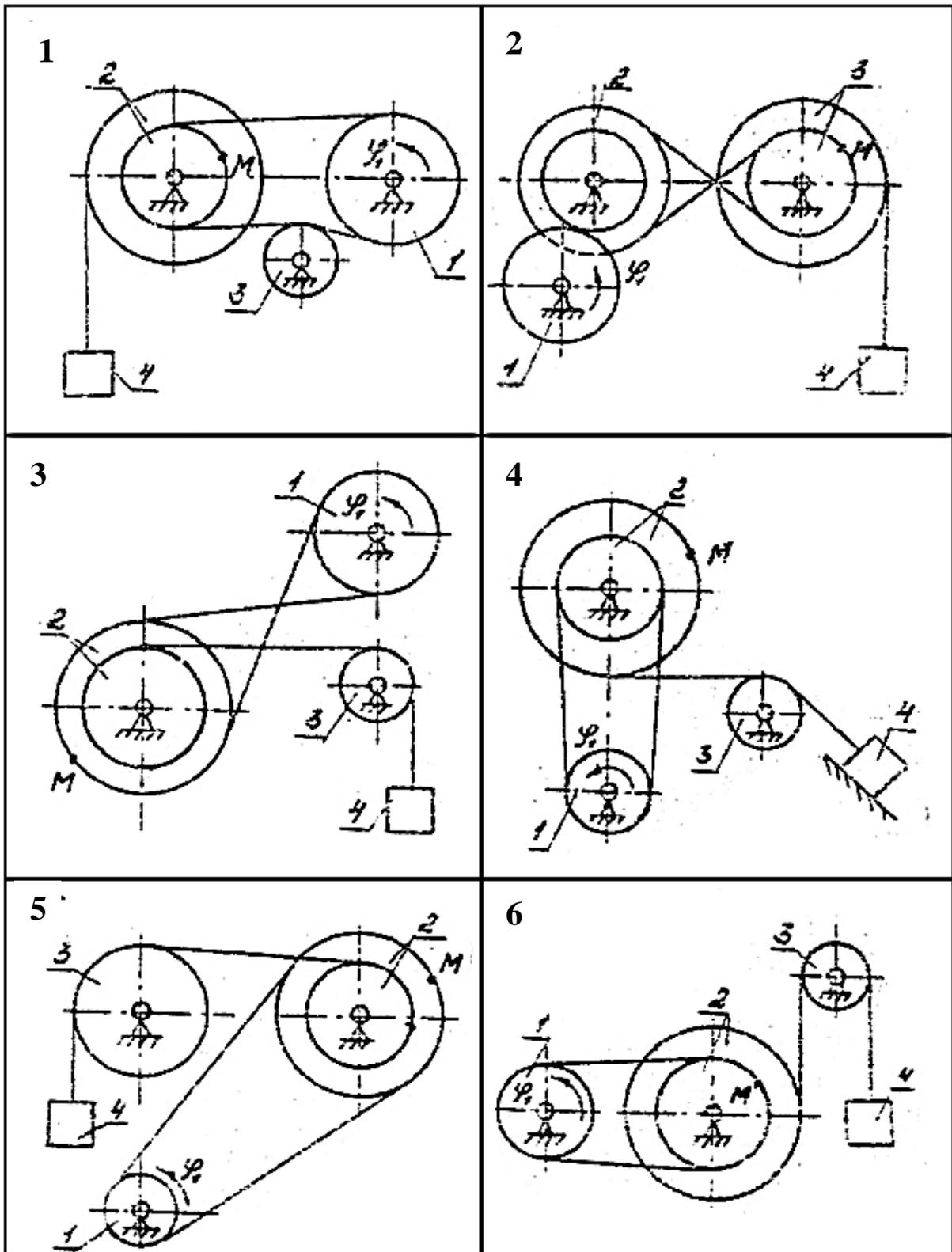


Рис. 1

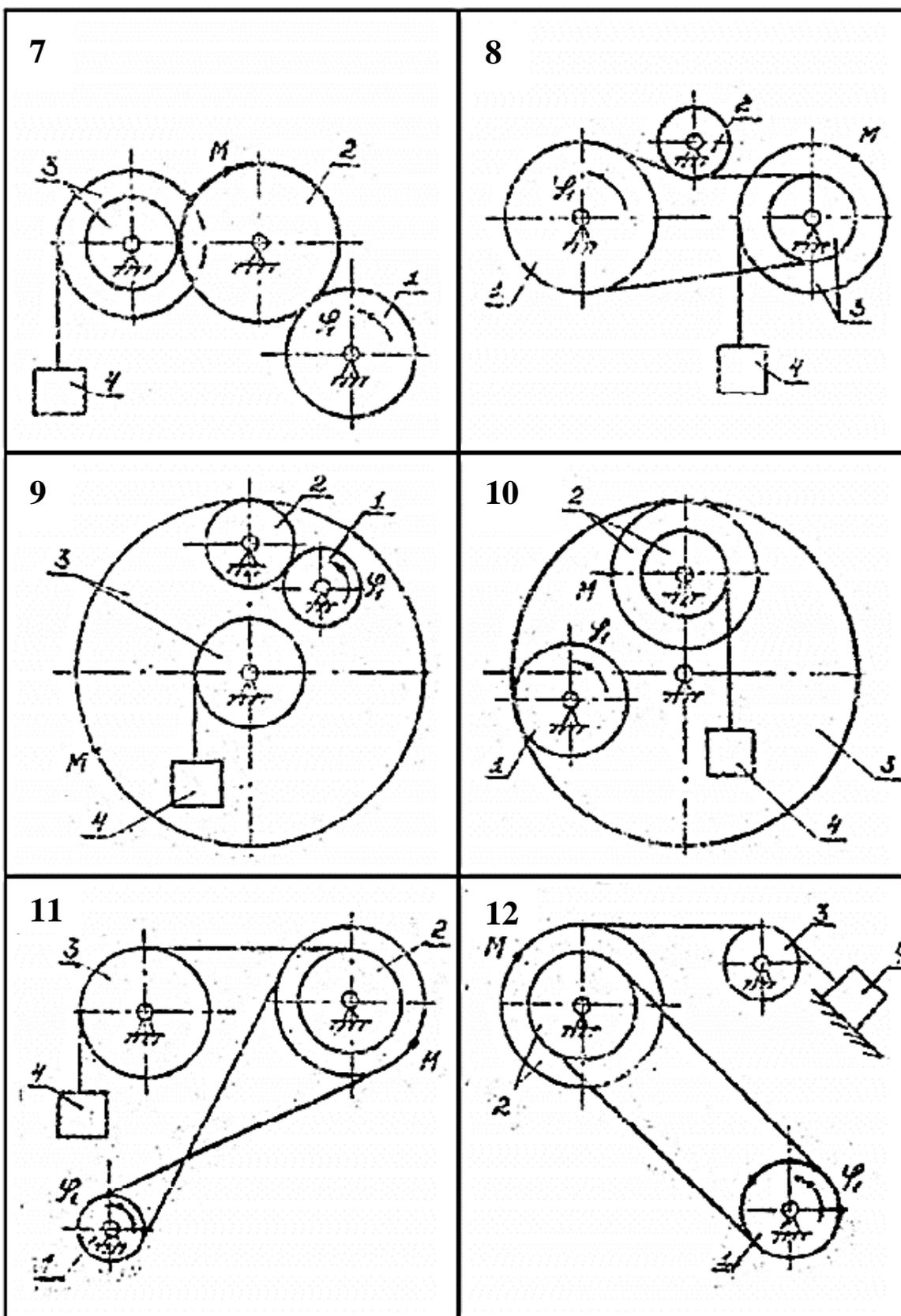


Рис. 2

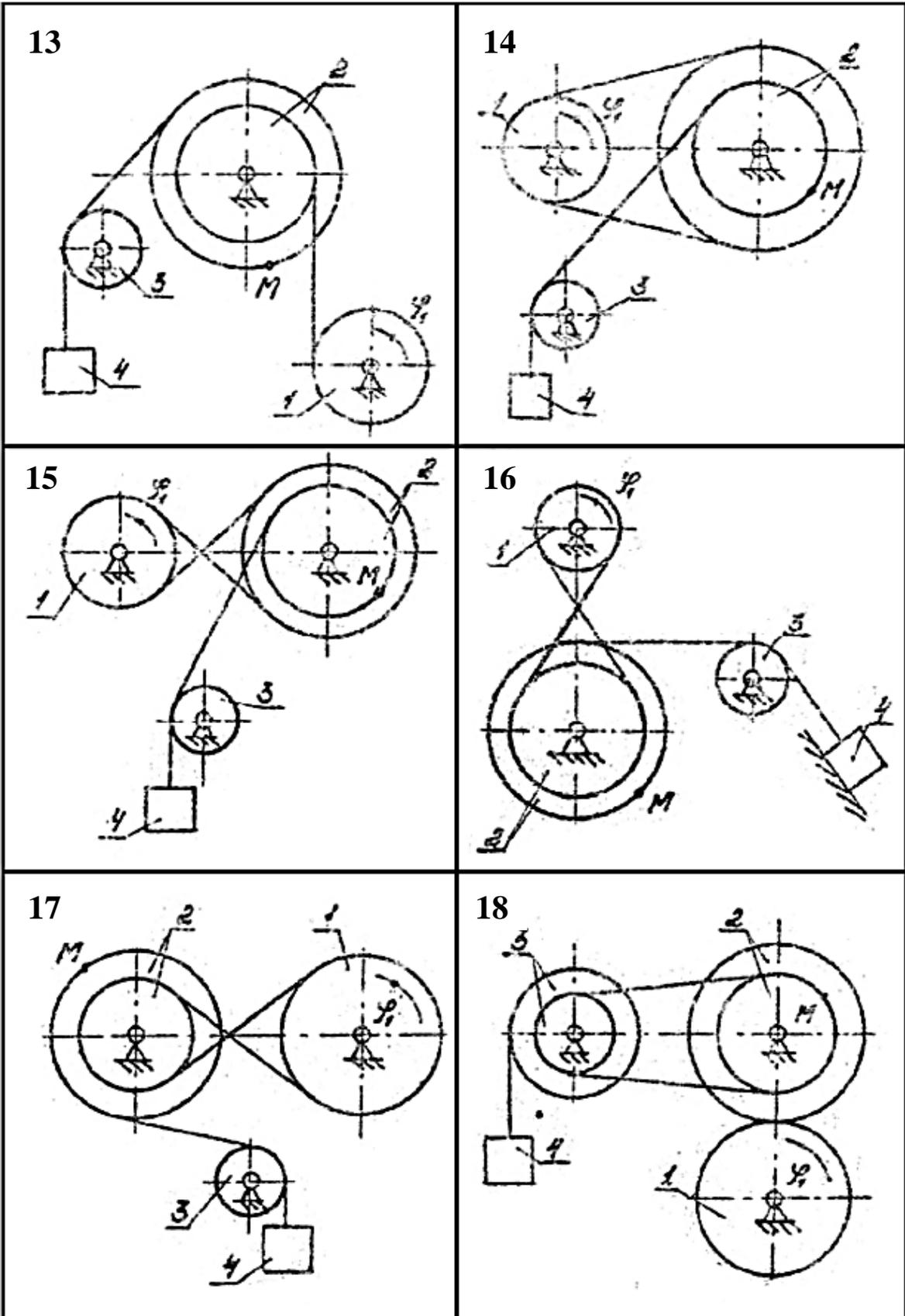


Рис. 3

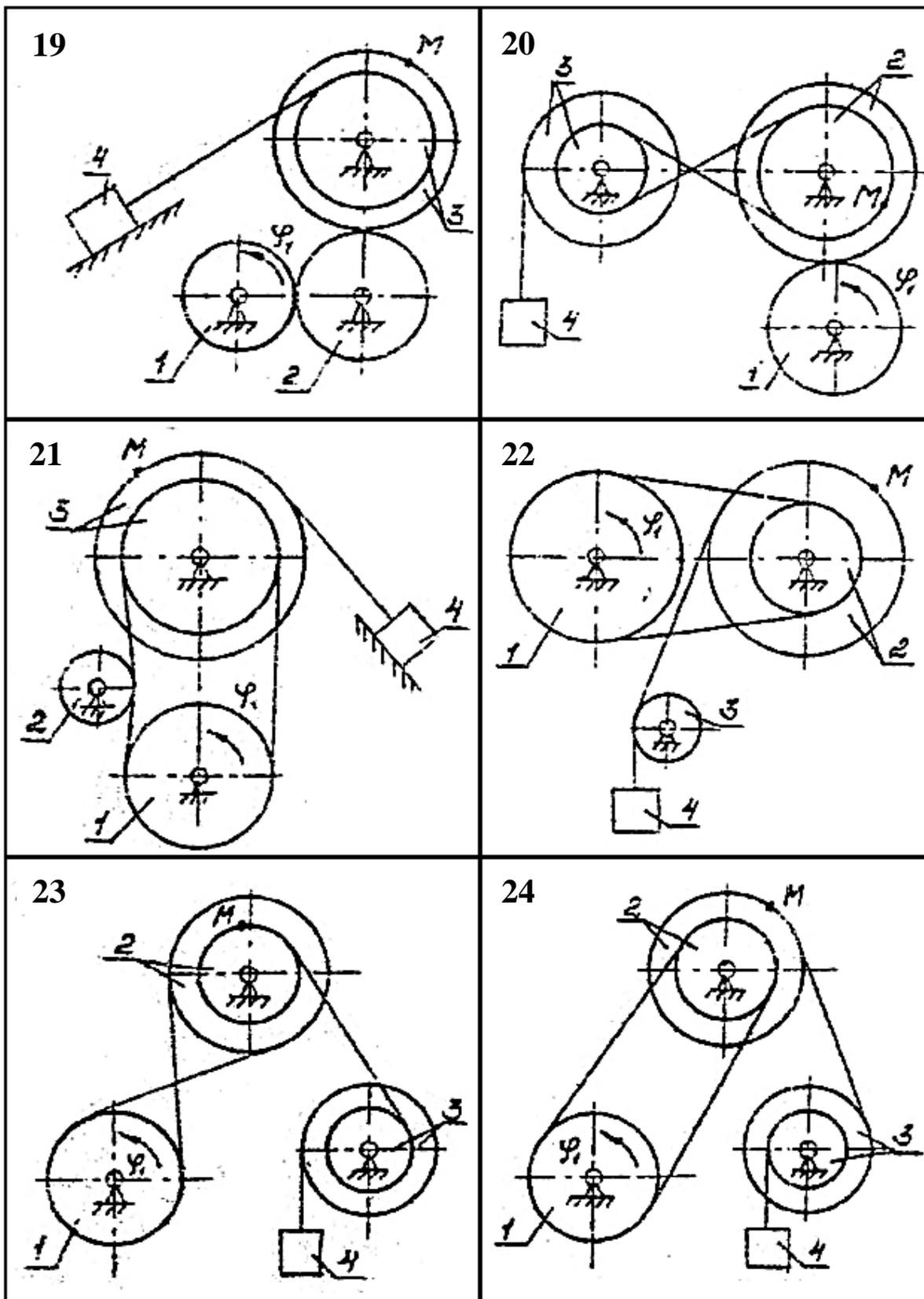


Рис. 4

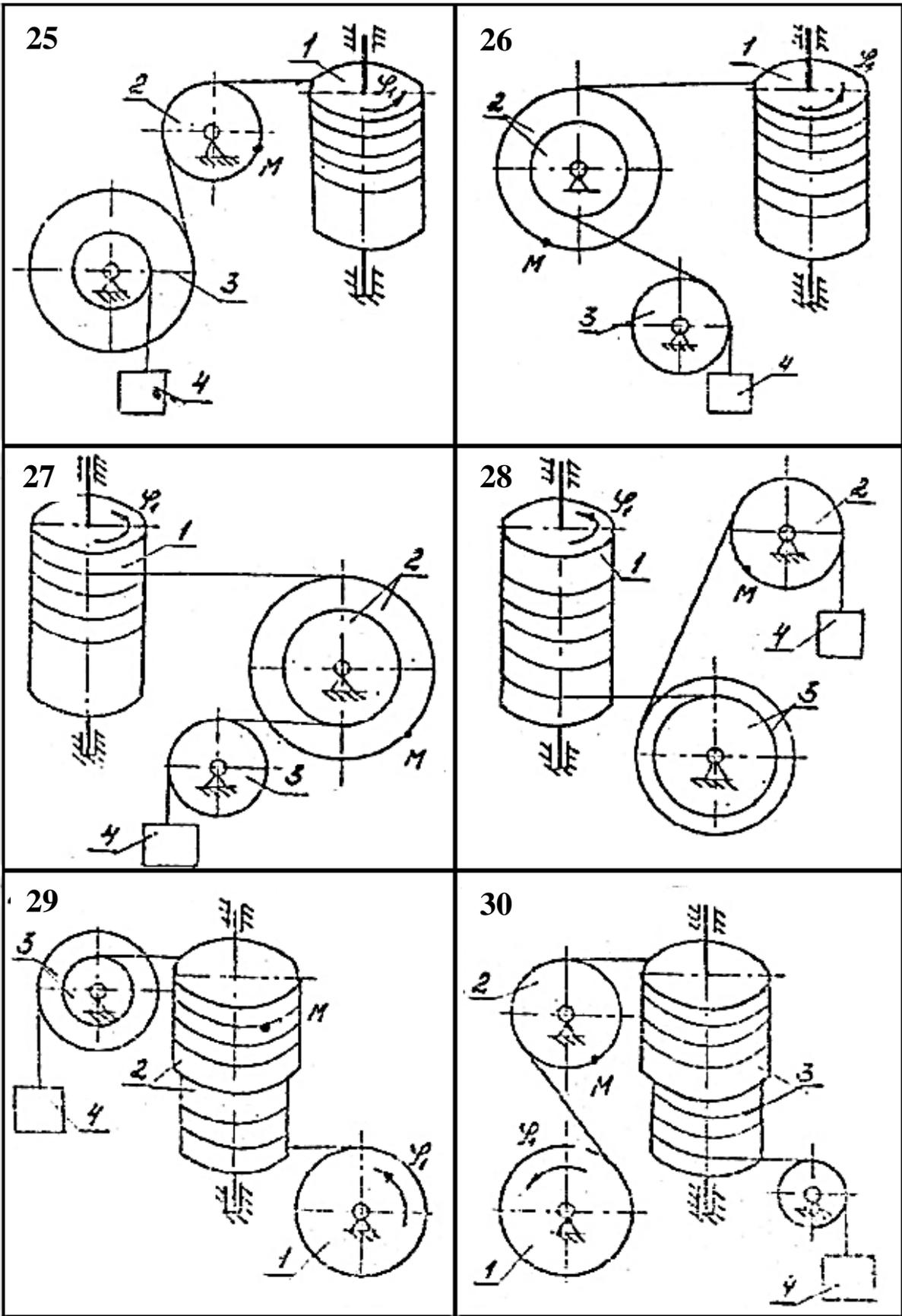


Рис. 5

## ЗАДАЧА №3

### Кинематический анализ плоского механизма

Найти для заданного положения механизма скорости и ускорения точек  $B$  и  $C$ , а также угловую скорость и угловое ускорение звена, которому эти точки принадлежат.

Номер варианта	Размеры, см				$\omega_{OA}$ , рад/с	$\omega_1$ , рад/с	$\varepsilon_{OA}$ , рад/с <sup>2</sup>	$v_A$ , см/с	$a_A$ , см/с <sup>2</sup>
	$OA$	$r$	$AB$	$AC$					
1	40	15	—	8	2	—	2	—	—
2	30	15	—	8	3	—	2	—	—
3	—	50	—	—	—	—	—	50	100
4	35	—	—	45	4	—	8	—	—
5	25	—	—	20	1	—	1	—	—
6	40	15	—	6	1	1	0	—	—
7	35	—	75	60	5	—	10	—	—
8	—	—	20	10	—	—	—	40	20
9	—	—	45	30	—	—	—	20	10
10	25	—	80	20	1	—	2	—	—
11	—	—	30	15	—	—	—	10	0
12	—	—	30	20	—	—	—	20	20
13	25	—	55	40	2	—	4	—	—
14	45	15	—	8	3	12	0	—	—
15	40	15	—	8	1	—	1	—	—
16	55	20	—	—	2	—	5	—	—
17	—	30	—	10	—	—	—	80	50
18	10	—	10	5	2	—	6	—	—
19	20	15	—	10	1	2,5	0	—	—
20	—	—	20	6	—	—	—	10	15
21	30	—	60	15	3	—	8	—	—
22	35	—	60	40	4	—	10	—	—
23	—	—	60	20	—	—	—	5	10
24	25	—	35	15	2	—	3	—	—
25	20	—	70	20	1	—	2	—	—
26	20	15	—	10	2	1,2	0	—	—
27	—	15	—	5	—	—	—	60	30
28	20	—	50	25	1	—	1	—	—
29	12	—	35	15	4	—	6	—	—
30	40	—	—	20	5	—	10	—	—

- **Примечание.**  $\omega_{OA}$  и  $\varepsilon_{OA}$  — угловая скорость и угловое ускорение кривошипа  $OA$  при заданном положении механизма;  $\omega_1$  — угловая скорость колеса 1 (постоянная);  $v_A$  и  $a_A$  — скорость и ускорение точки  $A$ . Качение колес происходит без скольжения.

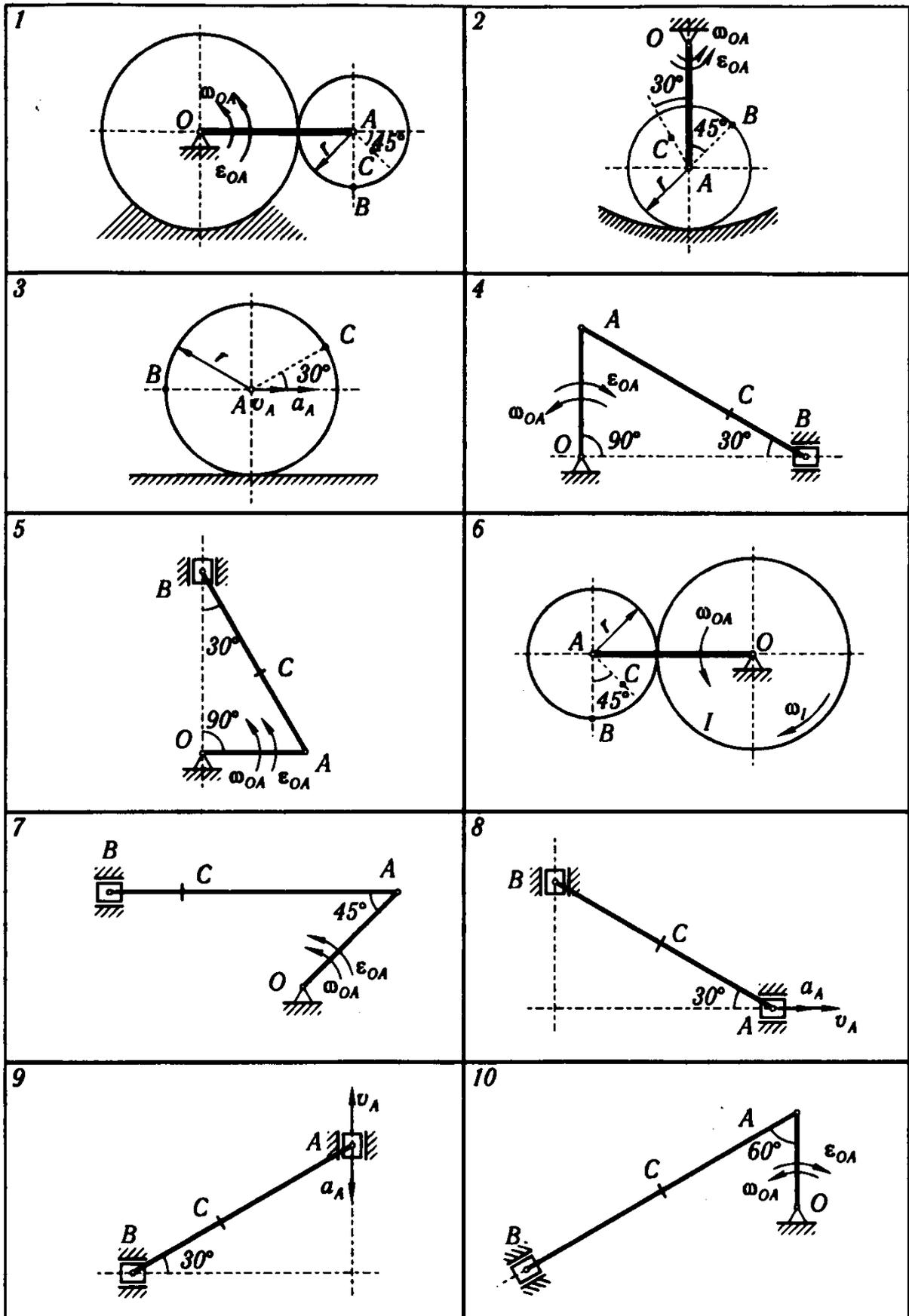


Рис. 6

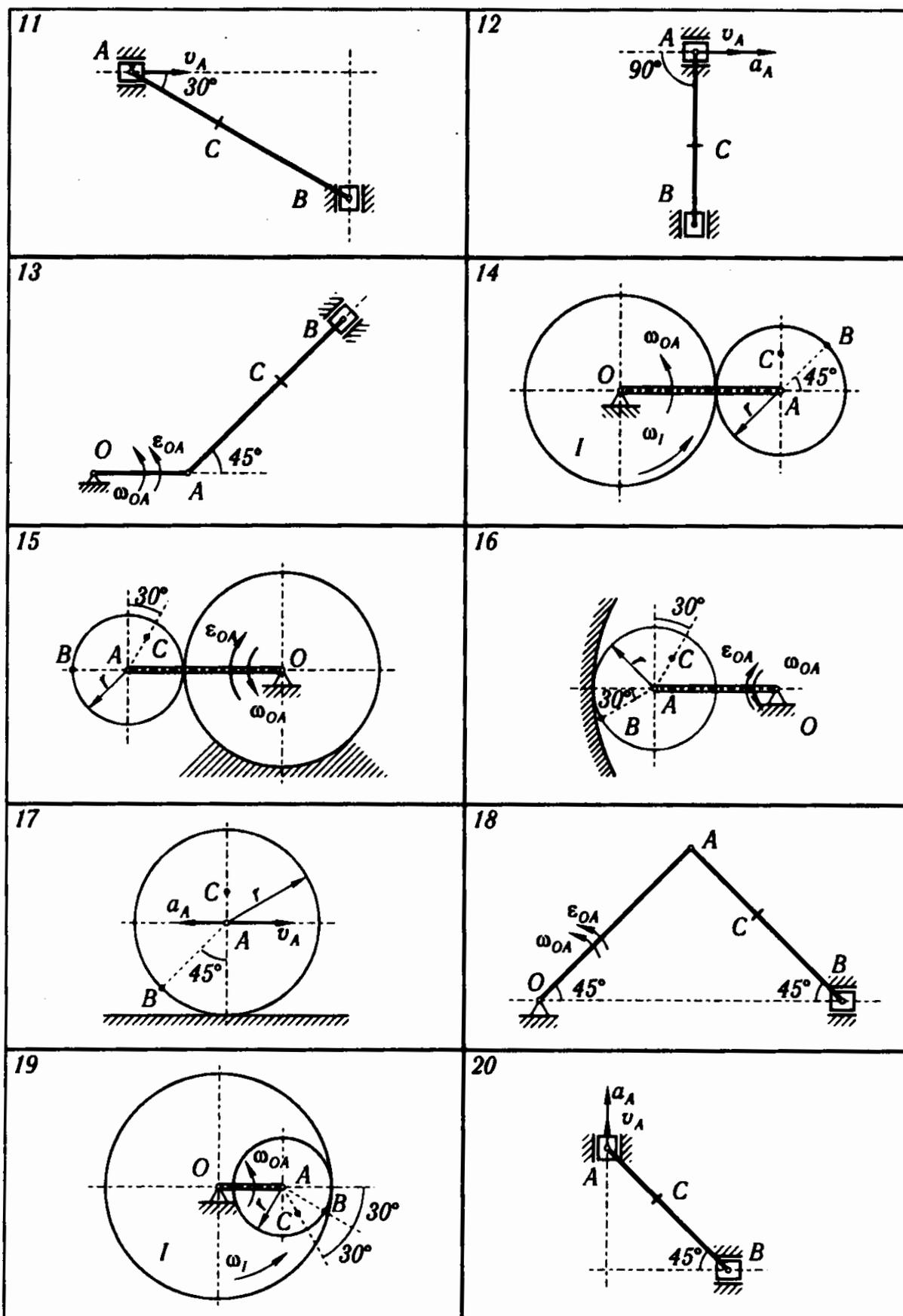


Рис. 7

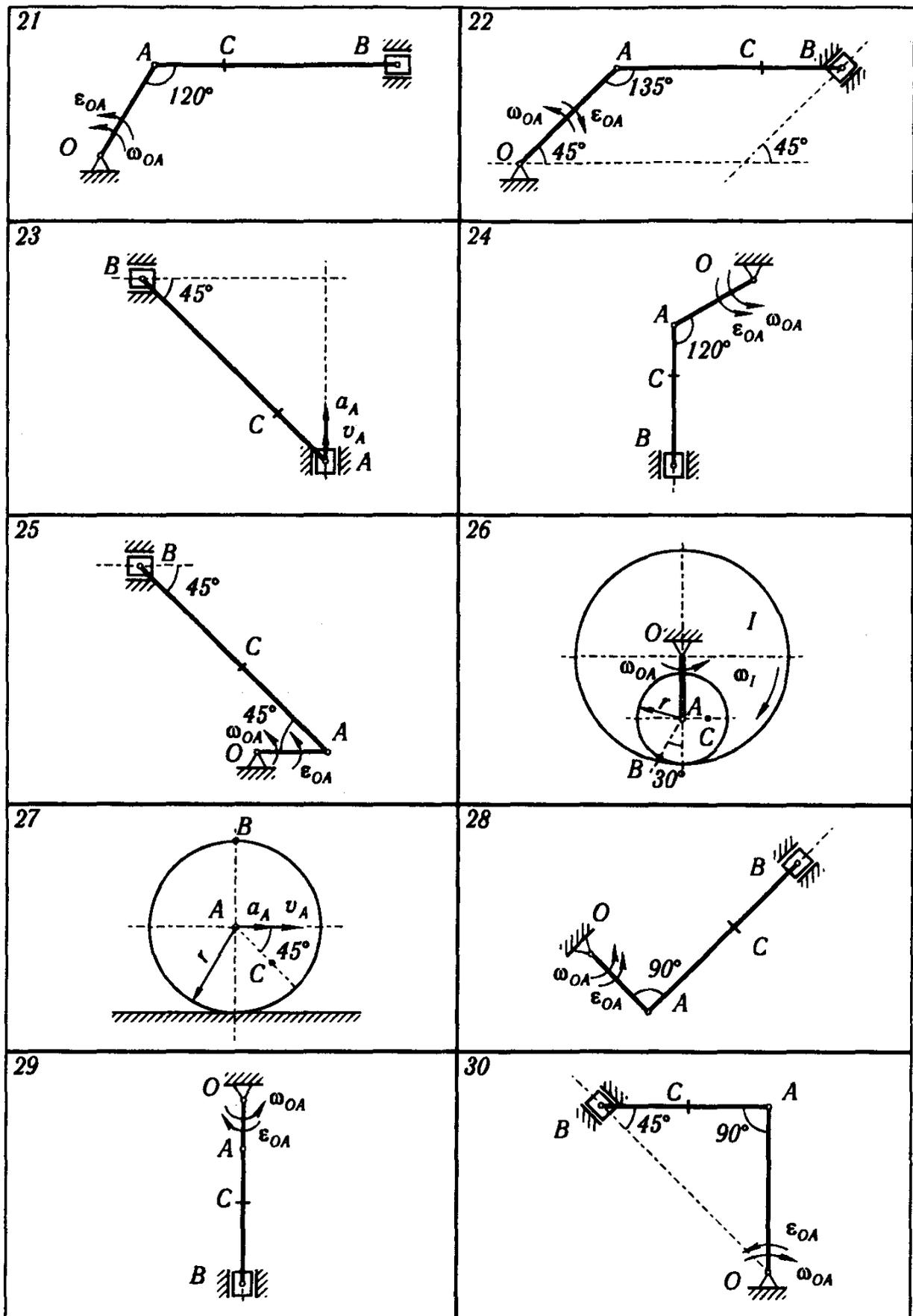
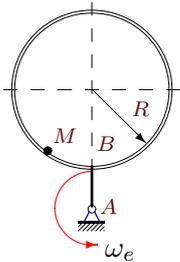
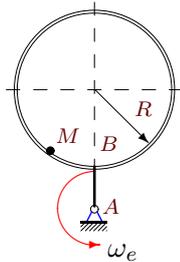
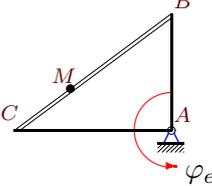
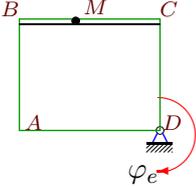
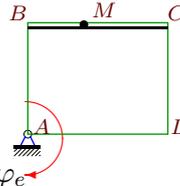
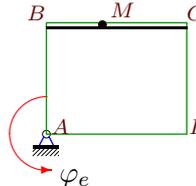
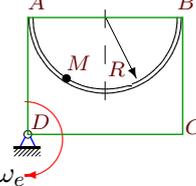
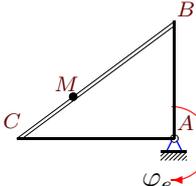


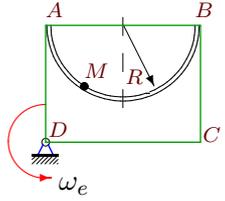
Рис. 8

# ЗАДАЧА № 4

## Сложное движение точки

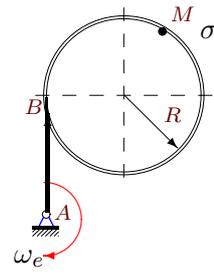
Геометрическая фигура вращается вокруг оси, перпендикулярной ее плоскости. По каналу, расположенному на фигуре, движется точка  $M$  по известному закону  $\sigma(t)$ . Найти абсолютную скорость и абсолютное ускорение точки при  $t = t_1$ . Даны функция  $\sigma(t)$ , закон вращения фигуры  $\varphi_e(t)$  (или постоянная угловая скорость  $\omega_e$ ), время  $t_1$  и размеры фигуры.  $BM$  или  $AM$  — длина отрезка прямой или дуги окружности.

<p><b>Задача 1</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{\pi}{3}(t^2 + 52)</math> см.</p> <p><math>\omega_e = 0.1</math> рад/с,  <math>R = 61</math> см,  <math>AB = 2</math> см,  <math>t_1 = 3</math> с.</p>	<p><b>Задача 2</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{\pi}{4}(t^2 + 50)</math> см.</p> <p><math>\omega_e = 0.04</math> рад/с,  <math>R = 51</math> см,  <math>AB = 2</math> см,  <math>t_1 = 1</math> с.</p>
<p><b>Задача 3</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{3}{4}(t^2 + 6t)</math> см.</p> <p><math>\varphi_e = 0.08t^2</math>,  <math>AB = 14</math> см,  <math>AC = 24</math> см,  <math>t_1 = 3</math> с.</p>	<p><b>Задача 4</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{2}{3}(t^3 + 3)</math> см.</p> <p><math>\varphi_e = 0.28t^2</math>,  <math>AB = 6</math> см,  <math>BC = 11</math> см,  <math>t_1 = 2</math> с.</p>
<p><b>Задача 5</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{3}{4}(t^2 + 51)</math> см.</p> <p><math>\varphi_e = 0.02t^2</math>,  <math>AB = 28</math> см,  <math>BC = 55</math> см,  <math>t_1 = 2</math> с.</p>	<p><b>Задача 6</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{1}{2}(t^2 + 2t)</math> см.</p> <p><math>\varphi_e = 0.4t^2</math>,  <math>AB = 2</math> см,  <math>BC = 3</math> см,  <math>t_1 = 1</math> с.</p>
<p><b>Задача 7</b></p>  <p><math>\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{2}(t^3 + 4)</math> см.</p> <p><math>\omega_e = 1.37</math> рад/с,  <math>R = 31</math> см,  <math>AD = 33</math> см,  <math>t_1 = 3</math> с.</p>	<p><b>Задача 8</b></p>  <p><math>\sigma(t) = BM = \frac{5}{6}(t^2 + 2t)</math> см.</p> <p><math>\varphi_e = 0.69t^2</math>,  <math>AB = 2</math> см,  <math>AC = 4</math> см,  <math>t_1 = 1</math> с.</p>

**Задача 9**


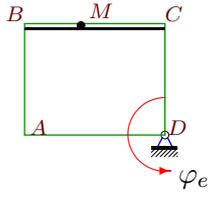
$\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{6}(t^3 + 4)$  см.

$\omega_e = 0.79$  рад/с,  
 $R = 31$  см,  
 $AD = 33$  см,  
 $t_1 = 3$  с.

**Задача 10**


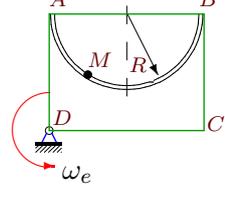
$\sigma(t) = BM = \frac{4\pi}{3}(t^3 + 3)$  см.

$\omega_e = 2.84$  рад/с,  
 $R = 11$  см,  
 $AB = 16$  см,  
 $t_1 = 2$  с.

**Задача 11**


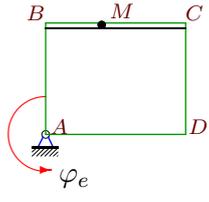
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{4}(t^3 + 4)$  см.

$\varphi_e = 0.04t^2$ ,  
 $AB = 16$  см,  
 $BC = 31$  см,  
 $t_1 = 3$  с.

**Задача 12**


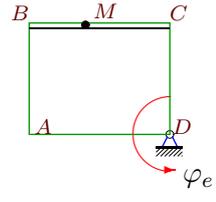
$\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{6}(t^2 + 4t)$  см.

$\omega_e = 0.51$  рад/с,  
 $R = 12$  см,  
 $AD = 14$  см,  
 $t_1 = 2$  с.

**Задача 13**


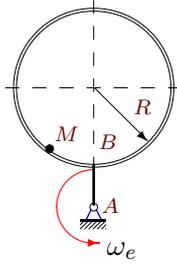
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{3}(t^2 + 51)$  см.

$\varphi_e = 0.01t^2$ ,  
 $AB = 28$  см,  
 $BC = 55$  см,  
 $t_1 = 2$  с.

**Задача 14**


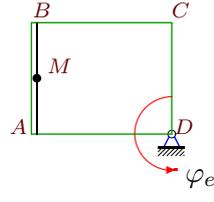
$\sigma(t) = BM = \frac{1}{4}(t^2 + 6t)$  см.

$\varphi_e = 0.02t^2$ ,  
 $AB = 14$  см,  
 $BC = 27$  см,  
 $t_1 = 3$  с.

**Задача 15**


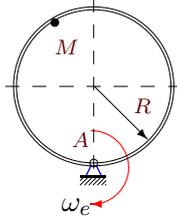
$\sigma(t) = BM = \frac{2\pi}{3}(t^3 + 2)$  см.

$\omega_e = 0.9$  рад/с,  
 $R = 3$  см,  
 $AB = 2$  см,  
 $t_1 = 1$  с.

**Задача 16**


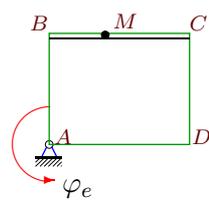
$\sigma(t) = AM = \frac{5}{6}(t^3 + 3)$  см.

$\varphi_e = 0.16t^2$ ,  
 $AB = 11$  см,  
 $BC = 13$  см,  
 $t_1 = 2$  с.

**Задача 17**


$\sigma(t) = AM = \frac{3\pi}{4}(t^2 + 4t)$  см.

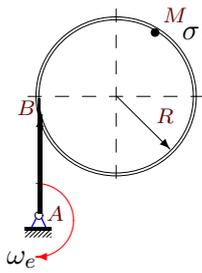
$\omega_e = 0.85$  рад/с,  
 $R = 12$  см,  
 $t_1 = 2$  с.

**Задача 18**


$\sigma(t) = BM = \frac{2}{3}(t^2 + 50)$  см.

$\varphi_e = 0.02t^2$ ,  
 $AB = 26$  см,  
 $BC = 51$  см,  
 $t_1 = 1$  с.

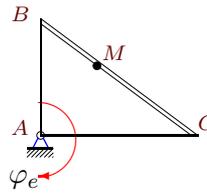
**Задача 19**



$$\sigma(t) = BM = \frac{3\pi}{2}(t^2 + 6t) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \omega_e &= 2.06 \text{ рад/с,} \\ R &= 27 \text{ см,} \\ AB &= 32 \text{ см,} \\ t_1 &= 3 \text{ с.} \end{aligned}$$

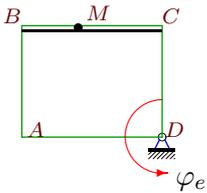
**Задача 20**



$$\sigma(t) = BM = \frac{1}{6}(t^2 + 6t) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \varphi_e &= 0.03t^2, \\ AB &= 14 \text{ см,} \\ AC &= 24 \text{ см,} \\ t_1 &= 3 \text{ с.} \end{aligned}$$

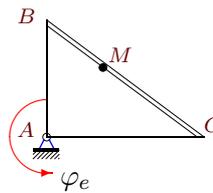
**Задача 21**



$$\sigma(t) = BM = \frac{1}{4}(t^2 + 2)t \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \varphi_e &= 0.21t^2, \\ AB &= 2 \text{ см,} \\ BC &= 3 \text{ см,} \\ t_1 &= 1 \text{ с.} \end{aligned}$$

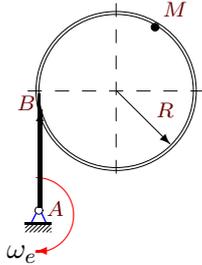
**Задача 22**



$$\sigma(t) = BM = \frac{1}{4}(t^3 + 2) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \varphi_e &= 0.21t^2, \\ AB &= 2 \text{ см,} \\ AC &= 4 \text{ см,} \\ t_1 &= 1 \text{ с.} \end{aligned}$$

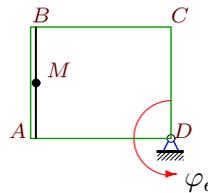
**Задача 23**



$$\sigma(t) = BM = \frac{\pi}{3}(t^3 + 2) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \omega_e &= 0.29 \text{ рад/с,} \\ R &= 3 \text{ см,} \\ AB &= 8 \text{ см,} \\ t_1 &= 1 \text{ с.} \end{aligned}$$

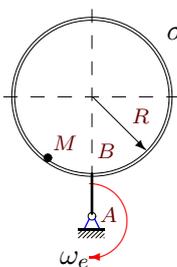
**Задача 24**



$$\sigma(t) = AM = \frac{3}{4}(t^3 + 3) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \varphi_e &= 0.15t^2, \\ AB &= 11 \text{ см,} \\ BC &= 13 \text{ см,} \\ t_1 &= 2 \text{ с.} \end{aligned}$$

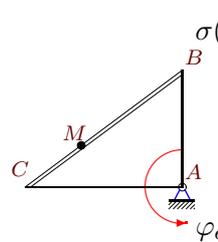
**Задача 25**



$$\sigma(t) = BM = \frac{3\pi}{4}(t^2 + 52) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \omega_e &= 0.12 \text{ рад/с,} \\ R &= 61 \text{ см,} \\ AB &= 2 \text{ см,} \\ t_1 &= 3 \text{ с.} \end{aligned}$$

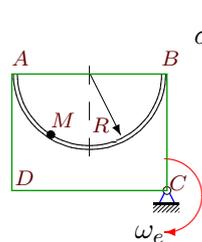
**Задача 26**



$$\sigma(t) = BM = \frac{5}{6}(t^2 + 50) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \varphi_e &= 0.02t^2, \\ AB &= 26 \text{ см,} \\ AC &= 45 \text{ см,} \\ t_1 &= 1 \text{ с.} \end{aligned}$$

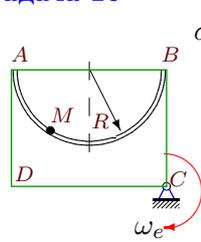
**Задача 27**



$$\sigma(t) = AM = \frac{3\pi}{4}(t^3 + 3) \text{ см.}$$

$$\begin{aligned} \omega_e &= 4.61 \text{ рад/с,} \\ R &= 11 \text{ см,} \\ AD &= 13 \text{ см,} \\ t_1 &= 2 \text{ с.} \end{aligned}$$

**Задача 28**

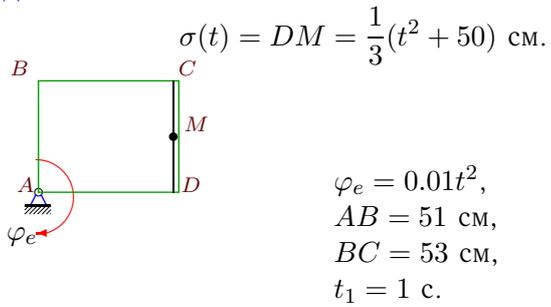


$$\sigma(t) = AM = \frac{\pi}{3}(t^2 + 51) \text{ см.}$$

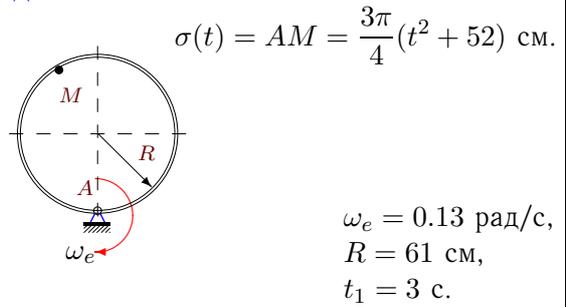
$$\begin{aligned} \omega_e &= 0.05 \text{ рад/с,} \\ R &= 55 \text{ см,} \\ AD &= 57 \text{ см,} \\ t_1 &= 2 \text{ с.} \end{aligned}$$

**Задача 29**

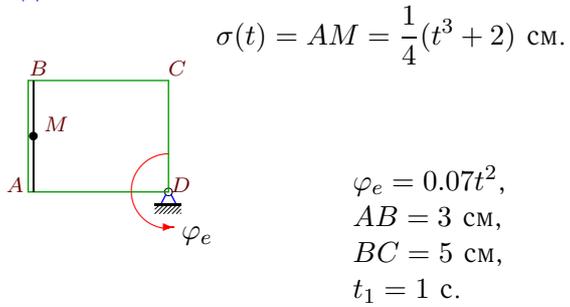
3

**Задача 30**

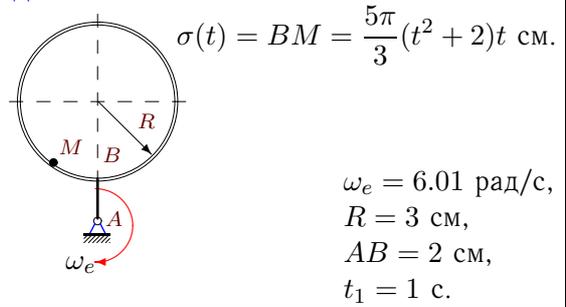
3

**Задача 31**

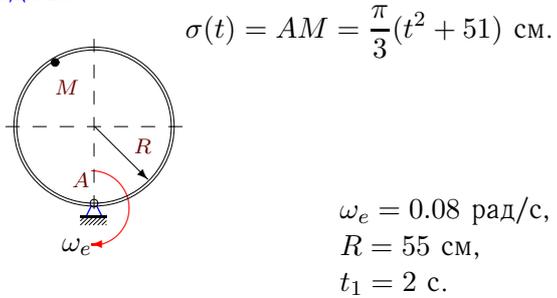
3

**Задача 32**

3

**Задача 33**

3

**Задача 34**

3

