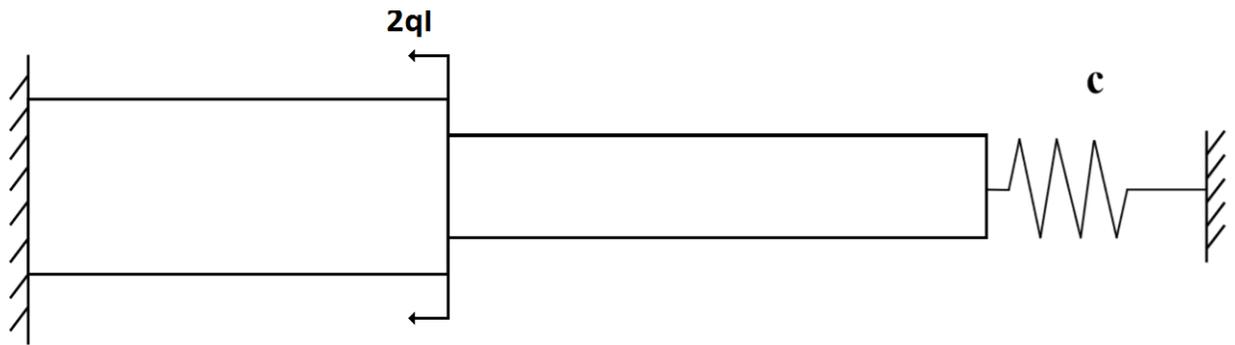


Условие задачи:



$2l$

$3L$

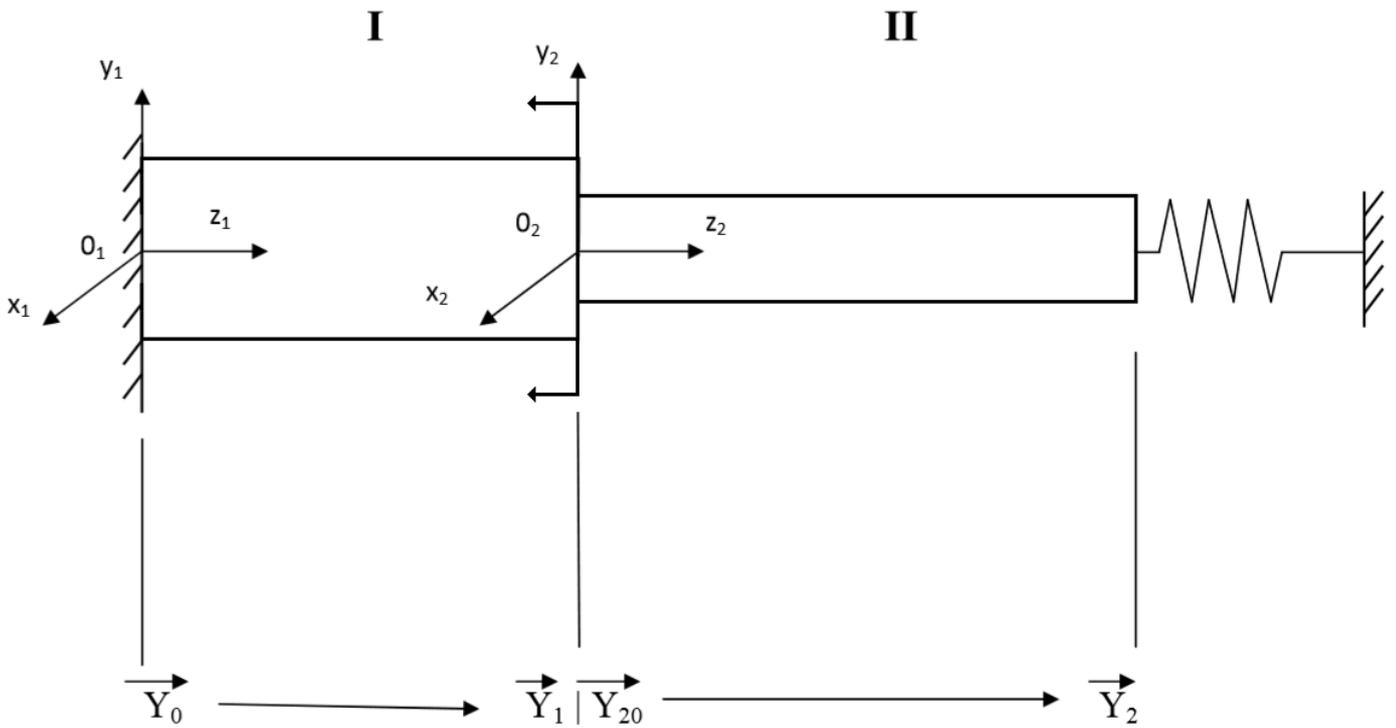
$2F$

F

E

E

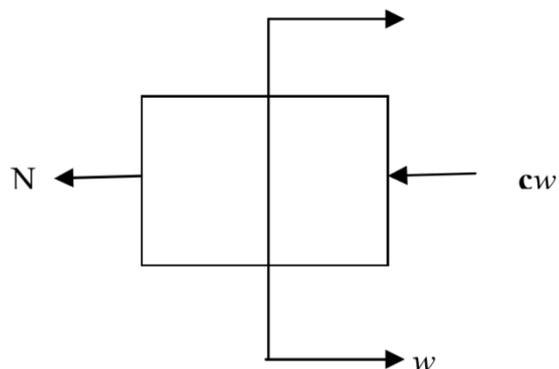
Решение:



Вектор состояния стержня при растяжении-сжатии в общей форме:

$$\vec{Y}(z) = A(z) * \vec{Y}_0$$

Переход на правом торце стержня:



$$1 * N + c w = 0$$

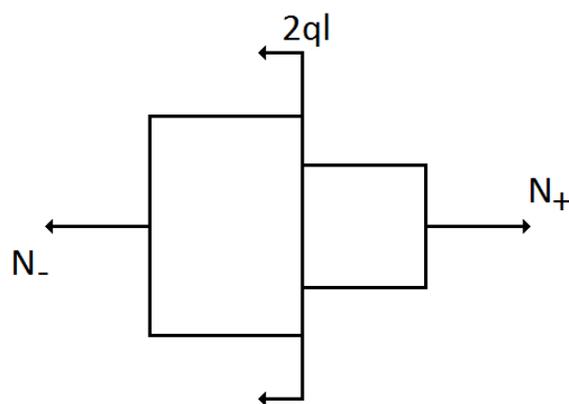
$$L^{(3)} = (1 \ c)$$

Граничные условия левого торца:

$$0 * N + 1 * w = 0$$

$$L^{(1)} = (0 \ 1)$$

Центр стержня:



$$\begin{cases} N_+ = N_- + 2ql \\ w_+ = w_- - 0 \end{cases}$$

$$\vec{Y}_{20} = \vec{Y}_1(2l) + \vec{\Pi}(2ql)$$

$$\vec{\Pi} = \begin{pmatrix} 2ql \\ 0 \end{pmatrix}$$

Матрицы $A_1(2l)$, $A_2(3l)$ в общем виде:

$$A_1(2l) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2l}{2EF} & 1 \end{pmatrix} \quad A_2(3l) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3l}{EF} & 1 \end{pmatrix}$$

СЛАУ:

$$\begin{cases} L_1 \vec{Y}_0 = 0 \\ L_3(C) \vec{Y}_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 \vec{Y}_0 = 0 \\ L_3(C) [A_2(3l) \vec{Y}_{20}] = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 \vec{Y}_0 = 0 \\ L_3(C) [A_2(3l) \vec{Y}_1(2l) + A_2(3l) \vec{\Pi}(2ql)] = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 \vec{Y}_0 = 0 \\ L_3(C) [A_2(3l) A_1(2l) \vec{Y}_0 + A_2(3l) \vec{\Pi}(2ql)] = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} L_1 \vec{Y}_0 = 0 \\ L_3(C) A_2(3l) A_1(2l) \vec{Y}_0 = -L_3(C) A_2(3l) \vec{\Pi}(2ql) \end{cases}$$

$$\vec{Y}_0 = D^{-1}F$$

отсюда:

$$D = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_3(C) A_2(3l) A_1(2l) \vec{Y}_0 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 0 \\ -L_3(C) A_2(3l) \vec{\Pi}(2ql) \end{pmatrix}$$

Итоговая система:

$$\vec{Y}(z, c) = \begin{cases} A_1(z) D^{-1}(c) \vec{F}(c), & 0 \leq z \leq 2l \\ A_2(z - 2l) A_1(2l) D^{-1}(c) \vec{F}(c) + A_2(z - 2l) \vec{\Pi}(z), & 2l \leq z \leq 5l \end{cases}$$

Решение в Mathcad:

$$A(z, E, F) := \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{z}{E \cdot F} & 1 \end{pmatrix}$$

$$L_1 := (0 \ 1) \quad L_3(c) := (1 \ c) \quad P(z, q) := \begin{pmatrix} z \cdot q \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$D(c) := \text{stack}(L_1, L_3(c) \cdot A(3, 1, 1) \cdot A(2, 1, 2)) \quad F(c) := \text{stack}(0, -L_3(c) \cdot A(3, 1, 1) \cdot P(3, 2))$$

$$D(1) = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 5 & 1 \end{pmatrix} \quad F(1) = \begin{pmatrix} 0 \\ -24 \end{pmatrix}$$

$$Y_0(c) := D(c)^{-1} \cdot F(c)$$

$$Y_0(1) = \begin{pmatrix} -4.8 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$Y(z, c) := \begin{cases} (A(z, 1, 2) \cdot Y_0(c)) & \text{if } 0 \leq z \leq 2 \\ (A(z - 2, 1, 1) \cdot A(z, 1, 2) \cdot Y_0(c) + A(z - 2, 1, 1) \cdot P(z - 2, 2)) & \text{if } 2 < z \leq 5 \end{cases}$$

$$z := 0, 0.01.. 5$$

