

## Работа № 2

# Расчет электродинамических усилий в электрических аппаратах по энергетическому балансу

Рабочие файлы: [zdch\_21.mcd]

## Цель работы

Ознакомление с порядком расчета электродинамических усилий между обмотками электрических машин, приборов, аппаратов, имеющих общее магнитное поле. Приобретение навыка использования математической программы для статических расчетов – Mathcad.

## Программа работы в лаборатории

1. Прочитать условия задачи, теоретическое описание и методические рекомендации.
2. Запустить Mathcad. Модифицировать рабочие файлы и решить задачи по варианту.
3. Подготовить совокупность документирующих скриншотов. Составить отчет в Word'e.

## Задача

Определить усилие, действующее между двумя круговыми витками 1, 2 (см. рис. и табл.), если по виткам протекают токи  $I_1$ ,  $I_2$ . Радиусы витков  $R_1$ ,  $R_2$ . Радиусы проводников, из которых витки изготовлены  $r_1$ ,  $r_2$ . Расстояние между витками –  $h$ . Находятся они в воздухе –  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ , Гн/м. Вычислить усилия разрывающие витки, давления сжимающие проводники, а также определить направления усилий.

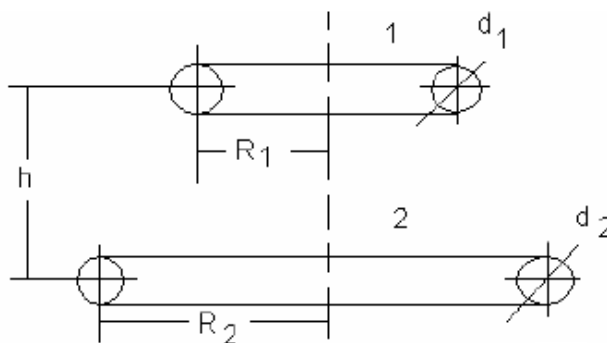


Рис. 1. Эскиз расположения витков с током

Таблица 1

$R_1$	$R_2$	$h$	$r_1$	$r_2$	$I_1$	$I_2$	$R_1$	$R_2$	$h$	$r_1$	$r_2$	$I_1$	$I_2$
-------	-------	-----	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-----	-------	-------	-------	-------

Вар.	м	м	м	мм	мм	кА	кА	Вар.	м	м	м	мм	мм	кА	кА
1	0,5	1,0	0,50	10	10	10	15	11	0,4	0,3	0,20	5	5	4	3
3	0,3	0,6	0,30	10	10	10	15	13	0,3	0,5	0,30	8	8	7	7
4	0,2	0,4	0,20	5	5	5	5	14	0,4	0,8	0,45	10	10	8	12
5	0,2	0,4	0,15	5	5	3	2	15	0,5	0,8	0,50	10	10	12	12
6	0,2	0,3	0,20	5	5	2	2	16	0,3	0,5	0,40	10	10	15	15
7	0,1	0,2	0,10	2	2	2	1	17	0,6	1,0	0,50	8	8	10	10
8	0,1	0,2	0,10	3	3	1	3	18	0,6	1,0	0,70	10	10	12	12
9	0,3	0,5	0,25	3	3	3	1	19	0,6	1,0	0,80	10	10	15	15
10	0,3	0,5	0,30	5	5	3	3	20	0,3	0,6	0,30	2	2	4	4

## Теоретическое описание

Существует простая аналитическая формула связывающая геометрию витка провода и его индуктивность. Поэтому задачи, связанные с расчётом электродинамических усилий в обмотках электрических машин и аппаратов легче решать по методу энергетического баланса. Приведем упомянутую формулу

$$L = R \mu_0 \left( \ln \frac{8R}{r} - 1,75 \right).$$

Деформировать проводники с током может лишь накопленная в них электромагнитная энергия  $W$  (электростатическая энергия в обмотках любых электрических аппаратов пренебрежимо мала). Тогда ЭДУ в заданном направлении изменения геометрии витка (допустим по координате  $g$ ) можно вычислить по приращению энергии  $f = dW / dg$ . Если речь идет о двух катушках или двух витках с общим полем – формулу можно уточнить

$$f = \frac{i_1^2}{2} \frac{dL_1}{dg} + \frac{i_2^2}{2} \frac{dL_2}{dg} + i_1 i_2 \frac{dM_{12}}{dg}, \quad \text{где: } M = \mu_0 R_1 \left[ \ln \frac{8 R_1}{\sqrt{h^2 + (R_2 - R_1)^2}} - 2 \right].$$

Система двух витков с током – линейна, поэтому, используя принцип суперпозиции, действующую силу  $f$  лучше разложить на составляющие. Во-первых, удобно рассматривать элементарные усилия, равномерно распределённые по окружности витка и стремящиеся увеличить его диаметр  $f_R$  (действующие по радиусу). Во-вторых, если эти элементарные усилия проинтегрировать по половине дуги витка с учётом направления их действия, то получим силу, стремящуюся растянуть провод витка:  $F_q = \int_0^{\pi/2} f_R R \sin \varphi d\varphi = F_R / 2$ . В-третьих, если рассматривать катушку, ток в витках которой сонаправлен, то будем иметь силу, стремящуюся, в соответствии с принципом суперпозиции, сжать витки и увеличить средний диаметр катушки.

## Методические указания

Осевую составляющую усилия между витками следует вычислить, продифференцировав взаимную индуктивность по этому направлению

$$F_h = I_1 I_2 \cdot dM / dh = -I_1 I_2 \mu_0 R_1 h / [h^2 + (R_2 - R_1)^2] .$$

Знак минус свидетельствует о том, что с уменьшением расстояния взаимная индуктивность увеличивается.

Радиальные составляющие усилий вычисляются аналогично

$$F'_{R1} = I_1 I_2 dM / dR_1 = I_1 I_2 \mu_0 \left[ \ln \frac{8R_1}{\sqrt{h^2 + (R_2 - R_1)^2}} - 1 + \frac{R_1(-R_2 - R_1)}{h^2 + (R_2 - R_1)^2} \right] \text{ и}$$

$$F'_{R2} = I_1 I_2 dM / dR_2 = I_1 I_2 \mu_0 R_1 \left[ -\frac{R_2 - R_1}{h^2 + (R_2 - R_1)^2} \right] .$$

Знак минус во второй формуле свидетельствует о том, что сила сжимает виток 2 (виток 1 – растягивается). Примечание. Если привести результирующие силы к длинам дуг витков – результат по модулю должен быть равным.

Усилия, обусловленные собственными индуктивностями контуров, определяются по формулам

$$F''_{R1} = \frac{I_1^2}{2} \frac{dL_1}{dR_1} = \frac{1}{2} I_1^2 \mu_0 \left( \ln \frac{8R_1}{r_1} - 0,75 \right) \text{ и } F''_{R2} = \frac{I_2^2}{2} \frac{dL_2}{dR_2} = \frac{1}{2} I_2^2 \mu_0 \left( \ln \frac{8R_2}{r_2} - 0,75 \right) .$$

Тогда результирующие силы, равномерно распределённые по дугам окружностей соответствующих витков и стремящиеся увеличить их диаметр

$$F_{R1} = F'_{R1} + F''_{R1} \text{ и } F_{R2} = F'_{R2} + F''_{R2} .$$

Если элементарные усилия, стремящиеся увеличить диаметр витка, проинтегрировать с учётом направления их действия на половине окружности, то получим силу, стремящуюся растянуть провод витка:  $F_1 = F_{R1} / 2\pi$  и  $F_2 = F_{R2} / 2\pi$ .

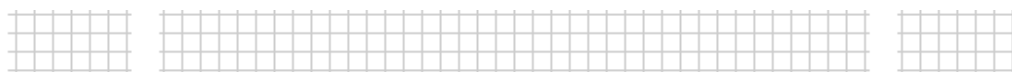
Для определения сил, сжимающих витки, необходимо вычислить

$$F_{r1} = 1/2 \times I_1^2 dL_1 / dr_1 = -1/2 \times I_1^2 \mu_0 R_1 / r_1 \text{ и}$$

$$F_{r2} = 1/2 \times I_2^2 dL_2 / dr_2 = -1/2 \times I_2^2 \mu_0 R_2 / r_2 .$$

Эти силы распределены равномерно по боковым поверхностям витков. Здесь знаки минус свидетельствуют о том, что происходит сжатие проводников. Следовательно, давления, действующие на боковые поверхности проводников

$$p_1 = F_{r1} / (2\pi r_1 \cdot 2\pi R_1) \text{ и } p_2 = F_{r2} / (2\pi r_2 \cdot 2\pi R_2) .$$



Информатика	Моделирование	Электротехника	Электропривод	Аппараты	ТАУ	«	»
-------------	---------------	----------------	---------------	----------	-----	---	---

© А.И. Согрин, Н.В. Клиначёв, 2013.