МАТЕМАТИКА

Задания на контрольные работы № 1 – 3

для студентов 1 курса заочной формы обучения направлений

27.03.04 – Управление в технических системах (УТб), профиль – УТ

09.03.02 – Информационные системы и технологии (ИСб), профиль – ИС

09.03.03 – Прикладная информатика (ПИб), профиль – ИИ

Москва 2016г.

Методические указания по выполнению контрольных работ

Задачи, включенные в контрольную работу, взяты из сборника задач, подготовленного коллективом преподавателей кафедры «Высшая и прикладная математика» РОАТ МГУПС. Все задачи имеют тройную нумерацию, которая включает номер раздела из сборника задач, уровень сложности задачи и порядковый номер задачи. Студент выполняет те задачи, последняя цифра номера которых совпадает с последней цифрой его учебного шифра. Например, студент, учебный шифр которого имеет последнюю цифру 1, в контрольной работе №1 решает задачи 1.1.61, 1.2.1, 2.1.31, 3.1.1, 4.2.1; в контрольной работе №2 – 6.2.1, 7.2.1, 7.2.21, 7.2.31, 7.3.11; в контрольной работе №3 – 8.1.21, 8.2.41, 8.3.1, 9.1.41, 9.3.81.

Перед выполнением контрольной работы студент должен ознакомиться с содержанием разделов рабочей программы, на освоение которых ориентирована выполняемая контрольная работа. Необходимую учебную литературу студент может найти в рабочей программе (в программе указана как основная, так и дополнительная литература).

Каждая контрольная работа выполняется в отдельной тетради, на обложке которой должны быть указаны: дисциплина, номер контрольной работы, шифр студента, курс, фамилия, имя и отчество студента. На обложке вверху справа указывается фамилия и инициалы преподавателя-рецензента. В конце работы студент ставит свою подпись и дату выполнения работы.

В каждой задаче надо полностью выписать ее условие. В том случае, когда несколько задач имеют общую формулировку, следует, переписывая условие задачи, заменить общие данные конкретными, взятыми из соответствующего номера.

Решение каждой задачи должно содержать подробные вычисления, пояснения, ответ, а также, в случае необходимости, и рисунки. После каждой задачи следует оставлять место для замечаний преподавателя-рецензента. В случае невыполнения этих требований преподаватель возвращает работу для доработки без ее проверки.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Элементы векторной алгебры, аналитической геометрии и линейной алгебры. Комплексные числа.

1.1.61–1.1.70. Выполнить действия с векторами.

1.1.61. Даны векторы $\bar{a} = m\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + m\bar{j} - 7\bar{k}$. При каком значении m эти векторы перпендикулярны?

1.1.62. Найти $(5\bar{a} + 3\bar{b})(2\bar{a} - 3\bar{b})$, если a =2, b = 3, $\bar{a} \perp \bar{b}$.

1.1.63. Определить угол между векторами $\bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j} + 3\bar{k}$ и $\bar{b} = 6\bar{i} + 4\bar{j} - 2\bar{k}$.

1.1.64. Показать, что векторы $\bar{a} = 2\bar{i} + 5\bar{j} - 7\bar{k}$, $\bar{b} = \bar{i} + \bar{j} - \bar{k}$, $\bar{c} = \bar{i} - 2\bar{j} - 2\bar{k}$ компланарны.

1.1.65. Найти скалярное произведение векторов $(3\bar{a} - 2\bar{b})$ и $(5\bar{a} - 6\bar{b})$, если a = 4, b = 6 и угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен π / 3.

1.1.66. Определить угол между векторами $\bar{a} = 3\bar{i} + 4\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = 4\bar{i} + 5\bar{j} + 3\bar{k}$.

1.1.67. При каком значении m векторы $\bar{a} = m\bar{i} + \bar{j}$ и $\bar{b} = 3\bar{i} + 3\bar{j} + 4\bar{k}$ перпендикулярны?

1.1.68. Найти векторное произведение векторов $\bar{a} = 2\bar{i} + 3\bar{j} + 5\bar{k}$ и $\bar{b} = \bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$.

1.1.69. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a} = 6\bar{i} + 3\bar{j} - 2\bar{k}$ и $\bar{b} = 3\bar{i} - 2\bar{j} + 6\bar{k}$.

1.1.70. Найти работу силы $\bar{F}$ на перемещении $\bar{s}$, если F = 2, s = 5 и угол между векторами $\bar{F}$ и $\bar{s}$ равен π / 6.

1.2.1–1.2.10. Даны векторы $\vec{a}(a_1, a_2, a_3), \vec{b}(b_1, b_2, b_3), \vec{c}(c_1, c_2, c_3), \vec{d}(d_1, d_2, d_3)$ в базисе ($\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$). Показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис. Сделать чертеж.

1.2.1. $\vec{a}(1;2;3)$, $\vec{b}(-1;3;2)$, $\vec{c}(7;-3;5)$, $\vec{d}(6;10;17)$.

1.2.2. $\vec{a}(4;7;8)$, $\vec{b}(9;1;3)$, $\vec{c}(2;-4;1)$, $\vec{d}(1;-13;-13)$.

1.2.3. $\vec{a}(8;2;3)$, $\vec{b}(4;6;10)$, $\vec{c}(3;-2;1)$, $\vec{d}(7;4;11)$.

1.2.4. $\vec{a}(10;3;1)$, $\vec{b}(1;4;2)$, $\vec{c}(3;9;2)$, $\vec{d}(19;30;7)$.

1.2.5. $\vec{a}(2;4;1)$, $\vec{b}(1;3;6)$, $\vec{c}(5;3;1)$, $\vec{d}(24;20;6)$.

1.2.6. $\vec{a}(1;7;3)$, $\vec{b}(3;4;2;)$, $\vec{c}(4;8;5)$, $\vec{d}(7;32;14)$.

1.2.7. $\vec{a}(1;-2;3)$, $\vec{b}(4;7;2)$, $\vec{c}(6;4;2)$, $\vec{d}(14;18;6)$.

1.2.8. $\vec{a}(1;4;3)$, $\vec{b}(6;8;5)$, $\vec{c}(3;1;4)$, $\vec{d}(21;18;33)$.

1.2.9. $\vec{a}(2;7;3)$, $\vec{b}(3;1;8)$, $\vec{c}(2;-7;4)$, $\vec{d}(16;14;27)$.

1.2.10. $\vec{a}(7;2;1)$, $\vec{b}(4;3;5)$, $\vec{c}(3;4;-2)$, $\vec{d}(2;-5;-13)$.

2.1.31. Составить уравнение прямой, проходящего через т. $A(1;3)$ перпендикулярно прямой. Сделать чертеж.

2.1.32. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(3;0)$ перпендикулярно прямой $3x-y-1=0$. Сделать чертеж.

2.1.33. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB, если $A(2;5)$; $B(6;1)$. Сделать чертеж.

2.1.34. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(2;1)$ и перпендикулярной прямой $2x+y+14=0$. Сделать чертеж.

2.1.35. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(-1;\frac{1}{2})$ и параллельной прямой $2x+5y+3=0$. Сделать чертеж.

2.1.36. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB, если $A(-1;-5)$; $B(3;-3)$. Сделать чертеж.

2.1.37. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(0;6)$ и перпендикулярной к прямой $x+3y-1=0$. Сделать чертеж.

2.1.38. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(1;-4)$ и перпендикулярной прямой $2x-7y+14=0$. Сделать чертеж.

2.1.39. Составить уравнение перпендикуляра, проходящего через середину отрезка AB, если $A(-2;4)$; $B(4;4)$. Сделать чертеж.

2.1.40. Составить уравнение прямой, проходящей через т. $A(-1;3)$ и параллельной прямой $2x-y+5=0$. Сделать чертеж.

3.1.1–3.1.10. Дана матрица *A*. Найти матрицу A^{-1}, обратную данной, методом Жордана–Гаусса. Сделать проверку, вычислив произведение $A \cdot A^{-1}$.

3.1.1. $A=\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

3.1.2. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -4 \\ 3 & -2 & -5 \end{pmatrix}$

3.1.3. $A=\begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}$ 3.1.4. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

3.1.5. $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 3 & 4 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ 3.1.6. $A=\begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 2 & -1 & -3 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$

3.1.7. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 8 & 3 & -6 \\ 4 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ 3.1.8. $A=\begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \\ 3 & -5 & -6 \end{pmatrix}$

3.1.9. $A=\begin{pmatrix} 7 & -5 & 0 \\ 4 & 0 & 11 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ 3.1.10. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

4.2.1–4.2.10. Даны два комплексных числа. Необходимо: а) выполнить действия в алгебраической форме; б) найти тригонометрическую форму числа z, найти z^{20}.

4.2.1. а) $\left(\dfrac{-2+7i}{\frac{7}{2}+i}\right)^5$, б) $z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1}{2}i$.

4.2.2. а) $\left(\dfrac{-6+2i}{1+3i}\right)^3$, б) $z=-\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

4.2.3. а) $\left(\dfrac{1-\frac{7}{2}i}{-7-2i}\right)^{-4}$, б) $z=2-2\sqrt{3}i$.

4.2.4. а) $\left(\dfrac{-1+\frac{1}{4}i}{\frac{1}{2}+2i}\right)^{-3}$, б) $z=-2+2\sqrt{3}i$.

4.2.5. а) $\left(\dfrac{-1+4i}{2+\frac{1}{2}i}\right)^2$, б) $z=\sqrt{2}+\sqrt{2}i$.

4.2.6. а) $\left(\dfrac{2-8i}{-4-i}\right)^7$, б) $z = -1-i$.

4.2.7. а) $\left(\dfrac{3-i}{-2-6i}\right)^3$, б) $z = 1+\sqrt{3}i$.

4.2.8. а) $\left(\dfrac{-2-8i}{4-i}\right)^5$, б) $z = \dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}i$.

4.2.9. а) $\left(\dfrac{-\frac{5}{2}+\frac{3}{4}i}{\frac{3}{2}+5i}\right)^{-2}$, б) $z = \sqrt{3}-i$.

4.2.10. а) $\left(\dfrac{-\frac{1}{2}-\frac{3}{2}i}{3-i}\right)^3$, б) $z = -1+\sqrt{3}i$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Введение в математический анализ. Производная и ее приложения.

6.2.1–6.2.10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя.

6.2.1. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{1-2x}{3x-2}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}{3x}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{5x^2}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+3}{x-2}\right)^x$

6.2.2. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^3+1}{2x^3+1}$ б) $\lim\limits_{x\to 7}\dfrac{\sqrt{2+x}-3}{x-7}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin 3x}{5x}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{2x-1}{2x+1}\right)^x$

6.2.3. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^3+x^2-5}{x^3+x-2}$ б) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{x}}{x^2-x}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1-\cos 2x}}{|x|}$ г) $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{4x+1}{4x}\right)^{2x}$

6.2.4. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^4+x^2-6}{2x^4-x+2}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x}{\sqrt{1+3x}-1}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{5x}{arctgx}$ г) $\lim\limits_{x\to 0}(1+2x)^{1/x}$

6.2.5. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2x^2+6x-5}{5x^2-x-1}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\sqrt{1-x^2}}{x^2}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-\cos^3 x}{x^2}$ г) $\lim\limits_{x\to+\infty} x[\ln(x+1)-\ln x]$

6.2.6. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3+x+5x^4}{x^4-12x+1}$ б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{1-2x}}{x+x^2}$

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2ctg2x}{\sin 3x}$ г) $\lim\limits_{x\to+\infty}(2x+1)[\ln(x+3)-\ln x]$

6.2.7. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2x^2+5x^4}{2+3x^2+x^4}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+3x^2}-1}{x^2+x^3}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 6x}{1-\cos 2x}$; г) $\lim\limits_{x\to\infty}(x-5)[\ln(x-3)-\ln x]$.

6.2.8. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^2-3x+1}{3x^2+x-5}$; б) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x-1}-\sqrt{5}}{x-3}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\mathrm{tg}^2(x/2)}{x^2}$; г) $\lim\limits_{x\to 1}(7-6x)^{x/(3x-3)}$.

6.2.9. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{7x^4-2x^3+2}{x^4+3}$; б) $\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{1+3x}-\sqrt{2x+6}}{x^2-5x}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 4x}{2x\,\mathrm{tg}2x}$; г) $\lim\limits_{x\to 2}(3x-5)^{2x/(x^2-4)}$.

6.2.10. а) $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{8x^5-3x^2+9}{2x^5+2x^2+5}$; б) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-2}{\sqrt{2x}-2}$;

в) $\lim\limits_{x\to 0}5x\,\mathrm{ctg}3x$; г) $\lim\limits_{x\to 3}(3x-8)^{2/(x-3)}$.

7.2.1–7.2.10. Найти производные $\dfrac{dy}{dx}$ следующих функций.

7.2.1. 1) $y=sh^2x$; 2) $y=th^3x^2$ 3) $y=\ln(shx)$;

4) Найти производную от неявной функции $5\sin^2 x+3y^2-7=0$

7.2.2. 1) $y=ch^3x$; 2) $y=shx+\dfrac{1}{3}sh^2x$; 3) $y=ch(\sin x)$;

4) Найти производную от неявной функции $5x^4+3y-7=0$.

7.2.3. 1) $y=\ln(chx)$; 2) $y=\ln(thx)$; 3) $y=(\cos x)chx+(\sin x)shx$;

4) Найти производную от неявной функции $e^y = x^{x+y}$.

7.2.4. 1) $y = \ln(chx + \sqrt{ch^2 x + 1})$; 2) $y = 5sh^3(x/15) + 3sh^3(x/15)$

3) $y = 2arctg(th(x/2))$;

4) Найти производную от неявной функции $a^x - e^{x-y} = 0$.

7.2.5. 1) $y = arcctg(1/shx)$; 2) $y = \ln th(x^2/4)$.

3) $y = \dfrac{chx - \cos x}{shx + \sin x}$;

4) Найти производную от неявной функции $y^5 - 5axy + x^5 = 0$;

7.2.6. 1) $y = \dfrac{2}{7}x^3\sqrt{x} - \dfrac{4}{11}x^5\sqrt{x} + \dfrac{2}{15}x^7\sqrt{x}$ 2) $y = (x^2 + 2x + 2)e^{-x}$;

3) $y = \dfrac{2^{3x}}{3^{2x}}$;

4) Найти производную от неявной функции $x^n - \dfrac{x^2 + y^2}{x^2 - y^2} = 0$.

7.2.7. 1) $y = \sqrt{1 - 3x^2}$; 2) $y = 3x\exp(-x^{-2})$;

3) $y = x\arccos\dfrac{x}{2} - \sqrt{4 - x^2}$;

4) Найти производную от неявной функции $y^n - \dfrac{x + y}{x - y} = 0$;

7.2.8. 1) $y = \ln(2x^3 + 3x^2)$; 2) $y = 2^{ctg^2 3x}$;

3) $y = thx - \dfrac{2}{3}th^5 x + \dfrac{1}{5}th^5 x$,

4) Найти производную от неявной функции $b^2x^2 + a^2y^2 - a^2b^2 = 0$;

7.2.9. 1) $y = \dfrac{3}{4}x\sqrt[3]{x}$ 2) $y = \sin(chx)$;

3) $x = 3\sin t$, $y = 3\cos^2 t$,.

4) Найти производную от неявной функции $x^3 + y^3 - a = 0$.

7.2.10. 1) $y = thx - \dfrac{1}{3}th^3 x$;

3) $y = \cos(chx)$,

4) Найти производную от неявной функции $x^3 + y^3 - 3axy = 0$.

7.2.21–7.2.30. Найти $\dfrac{dy}{dx}$ и $\dfrac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций: а) $y = f(x)$; б) $x = \varphi(t), y = \psi(t)$.

7.2.21. а) $y = x/(x^2-1)$; б) $x = \cos(t/2),\quad y = t - \sin t$.

7.2.22. а) $y = \ln \operatorname{ctg} 2x$; б) $x = t^3 + 8t,\quad y = t^5 + 2t$.

7.2.23. а) $y = x^3 \ln x$; б) $x = t - \sin t,\quad y = 1 - \cos t$.

7.2.24. а) $y = x \operatorname{arctg} x$; б) $x = \mathrm{e}^{2t},\quad y = \cos t$.

7.2.25. а) $y = \operatorname{arctg} x$; б) $x = 3\cos^2 t,\quad y = 3\sin^3 t$.

7.2.26. а) $y = \mathrm{e}^{\operatorname{ctg} 3x}$; б) $x = 3\cos t,\quad y = 4\sin^2 t$.

7.2.27. а) $y = \mathrm{e}^x \cos x$; б) $x = 3t - t^3,\quad y = 3t^2$.

7.2.28. а) $y = \mathrm{e}^{-x} \sin x$; б) $x = 2t - t^3,\quad y = 2t^2$.

7.2.29. а) $y = x\sqrt{1+x^2}$; б) $x = t + \ln\cos t,\quad y = t - \ln\sin t$.

7.2.30. а) $y = x\mathrm{e}^{-x^2}$; б) $x = \ln t,\quad y = (1/2)(t + 1/t)$.

7.2.31–7.2.40. Применяя формулу Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа к функции $f(x) = \mathrm{e}^x$, вычислить значение e^a с точностью 0,001.

7.2.31. a = 0,49. 7.2.32. a = 0,33. 7.2.33. a = 0,75.
7.2.34. a = 0,63. 7.2.35. a = 0,21. 7.2.36. a = 0,55.
7.2.37. a = 0,37. 7.2.38. a = 0,83. 7.2.39. a = 0,13.
7.2.40. a = 0,59.

7.3.11–7.3.20. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию $y = f(x)$ и, используя результаты исследования, построить ее график.

7.3.11. $y = (\ln x)/\sqrt{x}$.

7.3.12. $y = x\mathrm{e}^{-x^2}$.

7.3.13. $y = \mathrm{e}^{2x - x^2}$.

7.3.14. $y = 4x/(4 + x^2)$.

7.3.15. $y = \ln(x^2 - 4)$.

7.3.16. $y = \mathrm{e}^{1/(2-x)}$.

7.3.17. $y = \ln(x^2 + 1)$.

7.3.18. $y = (2 + x^2)\mathrm{e}^{-x^2}$.

7.3.19. $y = \ln(9 - x^2)$.

7.3.20. $y = (x-1)\mathrm{e}^{3x+1}$.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Неопределенный и определенный интегралы. Функции нескольких переменных. Кратные интегралы.

8.1.21–8.1.30. Найти неопределенные интегралы. Результаты проверить дифференцированием.

8.1.21. а) $\int\left(\frac{1}{\sqrt{9-x^2}}-\sin x+x^4\right)dx$; б) $\int\frac{\ln(x+1)}{x+1}dx$;

в) $\int(x+1)\cos x\,dx$; г) $\int\frac{dx}{1-5\sin^2 x}dx$.

8.1.22. а) $\int\left(x^2-\frac{1}{\sqrt{x^2-9}}+\frac{1}{x^2+1}\right)dx$; б) $\int\frac{\operatorname{tg}x}{\cos^2 x}dx$;

в) $\int\ln 3x\,dx$; г) $\int\frac{x-8}{x(x-2)^2}dx$.

8.1.23. а) $\int\left(\frac{1}{\cos^2 x}-2-3\sin x\right)dx$; б) $\int\frac{dx}{x\ln x}dx$;

в) $\int x\sin 2x\,dx$; г) $\int\sqrt{\frac{1-x}{1+x}}\,dx$.

8.1.24. а) $\int\left(\frac{1}{4-x^2}-\frac{1}{x^2}-\sin x\right)dx$; б) $\int x\sqrt{x^2+1}dx$;

в) $\int x\cdot e^{2x}dx$; г) $\int ctg^4 x dx$.

8.1.25. а) $\int\left(e^x+x^7-\frac{1}{\sqrt{4-x^2}}\right)dx$; б) $\int\frac{5dx}{\cos^2(5x-1)}$;

в) $\int x\cdot\cos x dx$; г) $\int\frac{dx}{1+\sqrt{x}}$.

8.1.26. а) $\int\left(\cos x-\frac{1}{\sin^2 x}+5x^4\right)dx$; б) $\int\left(\cos x-\frac{1}{\sin^2 x}+5x^4\right)dx$;

в) $\int x\ln x dx$; г) $\int\frac{3dx}{(x-1)(x+9)}$.

8.1.27. а) $\int\frac{3dx}{(x-1)(x+9)}$; б) $\int\frac{dx}{\sqrt{1-x^2}\cdot\arcsin x}$;

в) $\int(x-1)e^x dx$; г) $\int\sin^3 x\cdot\cos^8 x dx$.

8.1.28. а) $\int(x^6+6^x+\cos x)dx$; б) $\int(x^6+6^x+\cos x)dx$;

в) $\int(x+3)\sin x dx$; г) $\int\frac{x+4}{(x+1)(x^2+5x+6)}dx$.

8.1.29. а) $\int (x^5 + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - 2^x)dx$; б) $\int \sin^2 x \cos x dx$;

в) $\int arctgx dx$; г) $\int \frac{(x+1)dx}{x\sqrt{x-2}}$.

8.1.30. а) $\int \left(\frac{1}{4+x^2} - x^2 + 3e^x \right) dx$; б) $\int e^{\sin x} \cdot \cos x dx$;

в) $\int \ln 2x dx$; г) $\int \frac{dx}{\left(1+\sqrt[3]{x}\right)\sqrt{x}}$.

8.2.41–8.2.50. Найти площадь области, ограниченной заданными линиями. Сделать чертеж.

8.2.41. $y = 4x–x^2$; $y = 0$. 8.2.42. $y = \ln x$; $y = 0$; $x =$ e.

8.2.43. $y = \sin x$; $y = 0$; $x = 0$. 8.2.44. $y^2 = x^3$; $y = 8$; $x = 0$.

8.2.45. $y = x^3$; $y = 8$; $x = 0$. 8.2.46. $y = \mathrm{tg}x$; $y = 0$; $x = \frac{\pi}{3}$.

8.2.47. $y = 2x - x^2$; $y = -x$. 8.2.48. $y = 3 - 2x$; $y = x^2$.

8.2.49. $y = 2x^3$; $y = 6x^2$. 8.2.50. $2y = -x^2$; $x + 2y = 0$.

8.3.1–8.3.10. Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

8.3.1. $\int\limits_0^{+\infty} x\mathrm{e}^{-x^2}\, dx$. 8.3.2. $\int\limits_{-\infty}^{-3} \frac{xdx}{(x^2+1)^2}$.

8.3.3. $\int\limits_{-1}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x+1}$. 8.3.4. $\int\limits_0^1 \frac{x^2dx}{\sqrt{1-x^3}}$.

8.3.5. $\int\limits_1^2 \frac{dx}{(x-1)^2}$. 8.3.6. $\int\limits_{-3}^2 \frac{dx}{(x+3)^2}$.

8.3.7. $\int\limits_2^{+\infty} \frac{dx}{x\ln x}$. 8.3.8. $\int\limits_0^3 \frac{dx}{(x-2)^2}$.

8.3.9. $\int\limits_0^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-3)^2}}$. 8.3.10. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+4x+5}$.

9.1.41–9.1.50. Дана функция $z = f(x, y)$. Показать, что

$$F\left(x; y; z; \frac{\partial z}{\partial x}; \frac{\partial z}{\partial y}; \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}; \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} \right) = 0.$$

9.1.41. $z = y/(x^2 - y^2)^5$; $\quad F = \frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y} - \frac{z}{y^2}$.

9.1.42. $z = y^2/(3x) + \arcsin(xy)$; $\quad F = x^2\frac{\partial z}{\partial x} - xy\frac{\partial z}{\partial y} + y^2$.

9.1.43. $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$; $\quad F = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

9.1.44. $z = \mathrm{e}^{xy}$; $\quad F = x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz$.

9.1.45. $z = \ln(x + \mathrm{e}^{-y})$; $\quad F = \frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y}\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

9.1.46. $z = x/y$; $\quad F = x\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y}$.

9.1.47. $z = x^y$; $\quad F = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - (1 + y\ln x)\frac{\partial z}{\partial x}$.

9.1.48. $z = x\mathrm{e}^{y/x}$; $\quad F = x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$.

9.1.49. $z = \sin(x + ay)$; $\quad F = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - a^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$.

9.1.50. $z = \cos y + (y - x)\sin y$; $\quad F = (x - y)\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y}$.

9.3.81–9.3.90. Вычислить с помощью тройного интеграла объем тела, ограниченного данными поверхностями. Сделать чертежи данного тела и его проекции на плоскость xOy.

9.3.81. $z = 0$, $\quad z - x = 0$, $\quad y = 0$, $\quad y = 4$, $\quad x = \sqrt{25 - y^2}$.

9.3.82. $z = 0$, $\quad z - 4\sqrt{y} = 0$, $\quad x = 0$, $\quad x + y = 4$.

9.3.83. $z = 0$, $\quad z - 9 + y^2 = 0$, $\quad x^2 + y^2 = 9$.

9.3.84. $z = 0$, $\quad z - 1 + x^2 = 0$, $\quad y = 0$, $\quad y = 3 - x$.

9.3.85. $z = 0$, $\quad y + z - 2 = 0$, $\quad x^2 + y^2 = 4$.

9.3.86. $z = 0$, $\quad z - 1 + y^2 = 0$, $\quad x = y^2$, $\quad x = 2y^2 + 1$.

9.3.87. $z = 0$, $\quad 4z - y^2 = 0$, $\quad 2x - y = 0$, $\quad x + y = 9$.

9.3.88. $z = 0$, $\quad x^2 + y^2 - z = 0$, $\quad x^2 + y^2 = 4$.

9.3.89. $z = 0$, $z - y^2 = 0$, $x^2 + y^2 = 9$.

9.3.90. $z = 0$, $z - 4 + x + y = 0$, $x^2 + y^2 = 4$.