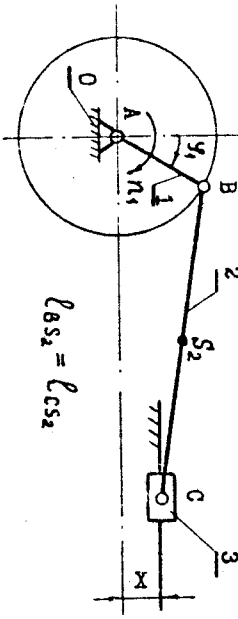


ВАРИАНТЫ ЗАДАНИЙ № 1
КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И СИЛОВОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
ПЛОСКОГО РАВНОГО МЕХАНИЗМА



№ Вар.	$l_{AB}, \text{ м}$	$l_{BC}, \text{ м}$	$X, \text{ м}$	$m_1, \text{ кг}$	$m_2, \text{ кг}$	$m_3, \text{ кг}$	$r_3, \text{ кг} \cdot \text{ м}^2$
1	0,03	0,07	0,005	2	1,5	0,001	
2	0,03	0,075	0,005	2	1,5	0,0012	
3	0,03	0,08	0,005	2	1,5	0,0013	
4	0,03	0,085	0,005	2	1,5	0,0014	
5	0,03	0,09	0,005	2	1,5	0,0015	
6	0,035	0,08	0,01	3	2,0	0,0016	
7	0,035	0,083	0,01	3	2,0	0,0017	
8	0,035	0,09	0,01	3	2,0	0,0018	
9	0,035	0,095	0,01	3	2,0	0,0019	
10	0,035	0,1	0,01	3	2,0	0,0020	
11	0,04	0,09	0,015	4	3,0	0,0021	
12	0,04	0,095	0,015	4	3,0	0,0022	
13	0,04	0,1	0,015	4	3,0	0,0023	
14	0,04	0,105	0,015	4	3,0	0,0024	
15	0,04	0,11	0,015	4	3,0	0,0025	

№ Бад.	$l_{ab} \cdot M$	$l_{ec} \cdot M$	$X \cdot M$	$m_2, \text{кг}$	$m_3, \text{кг}$	$J_2, \text{кг} \cdot \text{м}^2$
16	0,045	0,095	0,018	4,5	4,0	0,0026
17	0,045	0,10	0,018	4,5	4,0	0,0027
18	0,045	0,105	0,018	4,5	4,0	0,0028
19	0,045	0,11	0,018	4,5	4,0	0,0029
20	0,045	0,115	0,018	4,5	4,0	0,0030
21	0,05	0,11	0,020	5,0	4,5	0,0031
22	0,05	0,115	0,020	5,0	4,5	0,0032
23	0,05	0,12	0,020	5,0	4,5	0,0033
24	0,05	0,125	0,020	5,0	4,5	0,0034
25	0,05	0,13	0,020	5,0	4,5	0,0035
26	0,055	0,135	0,020	6,0	5,0	0,0036
27	0,055	0,140	0,020	6,0	5,0	0,0037
28	0,055	0,140	0,020	6,0	5,0	0,0038
29	0,055	0,140	0,020	6,0	5,0	0,0039
30	0,055	0,140	0,020	6,0	5,0	0,0040

2. КИНЕМАТИЧЕСКОЕ И СИЛОВОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКОГО РАЧАННОГО МЕХАНИЗМА

В практике мелкоразмерного производства часто бывает необходимо выбрать механизм из числа существующих, причем на ряде возможных вариантов - наилучший. Для этого инженер должен исследовать различные типы механизмов с целью выявления наиболее изменчивых их основных кинематических и силовых параметров, то есть провести кинематическое и силовое исследование.

Задачи кинематического исследования механизма - определение кинематических характеристик звеньев механизма /перемещение, скорости, ускорения/ при известных законах движения начальных звеньев.

Задачи силового исследования механизма - определение реакций в кинематических парах звеньев механизма, находящихся под действием заданных внешних сил. Вычисленные реакции в дальнейшем могут быть использованы для расчета звеньев и элементов кинематических пар на прочность и долговечность.

При кинематическом исследовании плоских рычажных звеньев наиболее удобно и нагляден графоаналитический метод плоских скоростей и ускорений.

При силовом исследовании широко применяется метод планов сил /для нахождения реакций в кинематических парах и уравновешивающей силы $R_{ур}$ и метод "жесткого" рычага Н.В. Луковского /для нахождения только $R_{ур}$ /.

Эти методы и будут нами использоваться в данной работе. Кинематическое и силовое исследование проведем на примере плоского нецентрального кривошипно-ползунного механизма.

Дано: 1. Размеры звеньев механизма $l_{AB} = 0,03$ м, $l_{BC} = 0,08$ м, $X = 0,01$ м.

2. Масса звеньев $m_1 = 3$ кг, $m_2 = 2$ кг /масса кривошипа - звена 1 - пренебрегаем/.

3. Кривошип АВ вращается с постоянной угловой скоростью $n_1 = 400$ об/мин для $\omega_1 = 5 \pi n_1 / 30$ рад/с, $3,14 \cdot 400 / 30 = 41,9$ 1/с.

4. Положение звеньев механизма, для которого прово-

- для исследования, определяется углом поворота кривошипа φ_1 ; в нашем примере задано $\varphi_1 = 30^\circ$.
5. Момент инерции звена 2 относительно его центра тяжести / точки S_2 $I_{S_2} = 0,005 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$.

6. Центры тяжести расположены на серединах звеньев.

Выполните: 1. Построить план механизма и 12 совмещенных положений механизма μ_r .

2. Построить траекторию движения центра тяжести звена 2 /штука/.

3. Для заданного положения кривошипа АВ построить планы скоростей и ускорений звеньев механизма.

4. Определить силы инерции и моменты от сил инерции для каждого звена, используя для этого план ускорений.

5. Методом планов сил определить реакции во всех кинематических парах и уравновешивающую силу $F_{ур}$ приложенную к привошлиту в точке В.

6. Для проверки определить $R_{ур}$ методом "жесткого" рычага Н.Е. Жуковского.

2.1. Кинематическое исследование

Целью кинематического исследования в нашем случае является определение следующих параметров:

- траектории движения, скорости и ускорения центра тяжести шатуна /точки S_2 / в определенном положении механизма;
- скорости и ускорения ползуна /точки С/;
- угловой скорости и углового ускорения шатуна.

Кинематическое исследование проводим графоаналитическим методом. Он заключается в графическом построении планов скоростей и ускорений отдельных точек механизма на основе заранее составленных векторных уравнений скоростей и ускорений звеньев.

Подвенок выполнения:

Построение плана механизма и его 12 совмещенных положений /Д. 1.1/.

План механизма строим в произвольном выбранном масштабе

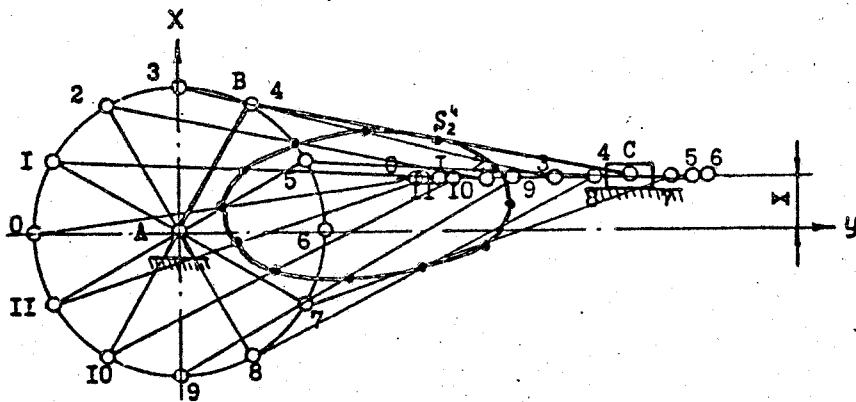


Рис.1: Двенадцать совмещенных планов механизма

$$\mu_r = 0,001 \text{ м/мм}$$

$\mu_r = 0,011$ м/мм. Кривошип на плане механизма изображается отрезком $AB = \sqrt{AB} / \mu_r = 0,03 / 0,001 = 30$ мм. На чертеже на- носим точку A - ось вращения кривошипа - и вокруг нее проводим окружность радиусом $AB = 30$ мм. Это есть траектория движения точки B . Через точку A проводим координатные оси X и Y . Прово- дим линию горизонтальную движения ползуна, отстоящую от оси Y на расстоянии $x = X / \mu_r = 0,01 / 0,001 = 10$ мм. Делим окруж- ность радиуса AB на 12 равных частей, получив точки B_1, B_2, \dots .. В2. Методом засечек определяем положения ползуна / точки C_1, C_2, \dots соответствующим положениям точек B_1, B_2 и т.д. кривошипа. Для этого включаем длину шатуна на плане механизма: $BC = \sqrt{BC} / \mu_r = 0,08 / 0,001 = 80$ мм; используя циркуль с расстоянием, равном 80 мм, засечками из B_1, B_2 и т.д. наносим на линию движения ползуна положения точек C_1, C_2 и т.д. Соединив прямыми точку A с точками B_1, B_2 и т.д., а последние с точками C_1, C_2 и т.д., получаем 12 смежных планов механизма.

Строим траекторию движения точки S_2 - центра тяжести ша- туна / звена 2/. Для этого на плане механизма наносим на сере- динке отрезков B_1C_1, B_2C_2 и т.д. точки S_2^1, S_2^2, S_2^3 и т.д. и соединяем их плавной кривой. Эта кривая и является траекторией движения точки S_2 .

Построение плана скоростей механизма

План скоростей строим для такого положения механизма, когда кривошип AB повернут на $30^\circ / \varphi_1 = 30^\circ$. Это положение ме- ханизма на плане выглаем более толстыми линиями /рис.1/.

Вычисляем скорость точки B звена 1:

$$v_B = \sqrt{v_{AB}} \cdot \omega_1 = 0,03 \cdot 41,9 = 1,26 \text{ м/с.}$$

Скорость v_C точки C определяем графическим построением следующего векторного уравнения:

$$v_C = v_B + v_{CB}.$$

где $v_B = 1,26$ м/с и направлена перпендикулярно звену AB ;

v_{CB} направлена перпендикулярно звену BC , но неизвестна по величине.

Из произвольного вы- ятного полюса P , перпендикулярно AB прово- дим отрезок PB произвольной длины /рис.2с/. В нашем примере

$PB = 50$ мм. Тогда масштаб плана скоростей

$$\mu_v = v_B / PB = 1,26 / 50 = 0,025 \text{ м/с.мм.}$$

Из точки B перпендикулярно звену BC проводим направление от- носительной скорости v_{CB} . Через полюс P , проводим направление абсолютной скорости ползуна /звена 3/. В пересечении этих на- правлений получаем точку C . Вектор Pc изображает скорость v_C , а вектор Bc - скорость v_{CB} :

$$v_C = (Pc) \cdot \mu_v = 48,6 \cdot 0,025 = 1,21 \text{ м/с;}$$

$$v_{CB} = (Bc) \cdot \mu_v = 25,0 \cdot 0,025 = 0,625 \text{ м/с.}$$

Здесь величины Pc и Bc взяты из плана скоростей в мм.

Угловая скорость звена 2 определяется следующим образом

$$\omega_2 = v_{CB} / l_{CB} = 0,625 / 0,08 = 7,81 \text{ 1/с.}$$

Построение плана ускорений

Вычисляем ускорение точки B . Любое ускорение, в т.ч. и a_B , можно разложить на две составляющие - нормальную a_B^n и танген- циальную a_B^t . Так как кривошип AB в нашем примере вращается равномерно / $\omega_1 = \text{const.}$ /, то $a_B^t = 0$. Тогда

$$a_B = a_B^n = \omega_1^2 \cdot l_{AB} = 41,9^2 \cdot 0,03 = 52,7 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение точки C определяем графическим построением сле- дующего векторного уравнения

$$\vec{a}_C = \vec{a}_B + \vec{a}_{CB} + \vec{a}_{C3}.$$

Нормальное ускорение равно

$$a_{C3} = v_{CB}^2 / l_{CB} = 0,625^2 / 0,08 = 4,88 \text{ м/с}^2.$$

и направлено вдоль звена 2 от точки C к точке B . Тангенциальное ие ускорение a_{CB}^t направлено перпендикулярно звену 2.

Из произвольного выделанного полюса T /рис.2в/ параллельно звену AB проводим отрезок Tb' , изображающий ускорение a_B в масштабе

$$\mu_a = a_B / Tb' = 52,7 / 52,7 = 1 \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм.}$$

Из b' параллельно звену BC проводим отрезок $b'c'$, перпенди- кулярный к Tb' , длина которого вычисляется так:

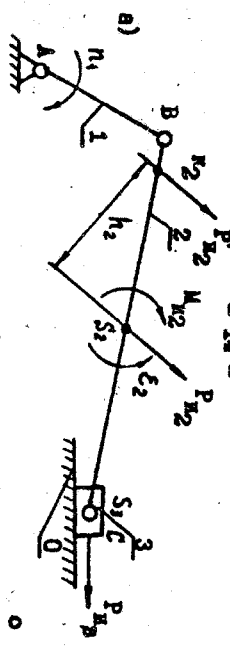
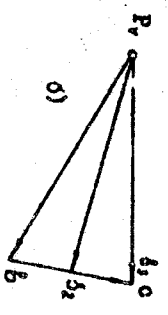
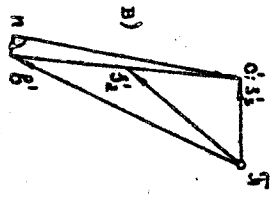


Схема механизма $\mu_e = 0,001 \text{ м/мм}$



План скоростей $\mu_v = 0,025 \text{ м/с.мм}$



План ускорений $\mu_a = 1 \text{ м/с}^2 \cdot \text{мм}$

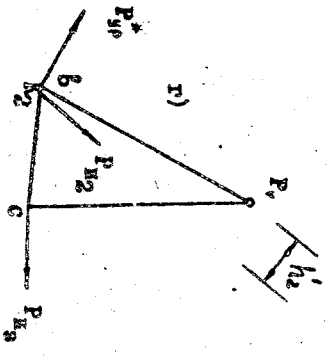


Рис. 12

Рис. 12

$$b\dot{n} = a_{c'e} / \mu_a = 4,88 / 1,0 = 4,88 \text{ мм.}$$

Из п проводим луч перпендикулярно звену BC. Через полюс T проводим направление абсолютного ускорения ползуна 3. Пересечение луча с этим направлением обозначим точкой c'. Вектор bc' изображает полное ускорение точки C - ac, причем

$$ac = (bc'), \mu_a = 20 \cdot 1,0 = 20 \text{ м/с}^2.$$

Полное ускорение точки C относительно точки B - acb изображается на плане ускорений вектором c'b' :

$$acb = (c'b'), \mu_a = 43 \cdot 1,0 = 43 \text{ м/с}^2.$$

Ускорение центра тяжести звена 2 - точки S2/дис.2в/, находящейся на середине отрезка BC, - определяется отрезком T-s2' на плане ускорений. Здесь точка s2' также лежит на отрезке b'c' пополам

$$a_{s2} = (T s2') \cdot \mu_a = 31 \cdot 1,0 = 31 \text{ м/с}^2.$$

Определим угловое ускорение звена 2

$$\epsilon_2 = acb / l_{cb} = (bc') \mu_a / l_{cb} = 42,5 \cdot 1,0 / 0,08 = 531,25 \text{ 1/с}^2.$$

Величина nc' берется из плана ускорений в мм.

Направление углового ускорения ϵ_2 определяется направлением вектора ac'e при приложении его к точке C (дис.2а/).

2.2. Силовое исследование

Силовое исследование проводим только для одного положения механизма /при $\varphi_1 = 30^\circ$ /. Для этого вычертим его отдельно.

Определение сил инерции и моментов от сил инерции звеньев.
 Рассмотрим звено 2. Все силы инерции каждого звена, следовательно сложное движение, можно привести к силе Pи. Приложенной в центре тяжести звена и направленной параллельно ускорению центра тяжести и к моменту от сил инерции Mи

$$P_{и} = -m \cdot a_c;$$

$$M_{и} = -J_c \cdot \epsilon.$$

Знак "минус" означает, что R_1 направлена в сторону, противоположную ускорению центра тяжести звена Q_5 , а M_1 - противоположно угловому ускорению звена ζ_1 .

Величины сил инерции и моментов сил инерции для звеньев механизма в данном примере рассчитываются следующим образом:

- для звена 2:

$$R_{i2} = -M_2 \cdot Q_{52} = 3 \cdot 31,0 = 93,0 \text{ Н};$$

$$M_{i2} = -J_{i2} \cdot \zeta_2 = 0,005 \cdot 531,25 = 2,7 \text{ Н.м.}$$

- для звена 3:

$$R_{i3} = -M_3 \cdot Q_6 = 2 \cdot 20,0 = 40,0 \text{ Н.}$$

Силы инерции на плане механизма /рис.2а/ изображаем к центрам тяжести звеньев и направляем в сторону, противоположную ускорениям центров тяжести.

Моменты от сил инерции направлены в сторону, противоположную углу угловым ускорениям. В нашем случае M_{i2} - противоположно ζ_2 .

Силу инерции R_{i2} и момент от силы инерции M_{i2} можно заменить одной равнодействующей силой, которая должна быть равна по величине и направлению той же силе R_{i2} и расположена от нее на расстоянии $h_2 = M_{i2} / R_{i2}$ /рис.2а/. Вычисляем h_2 в масштабе плана механизма:

$$h_2 = M_{i2} / R_{i2} = 2,7 / 93,0 = 0,001 = 29 \text{ мм.}$$

Перенесем силу R_{i2} из точки S_2 в точку K_2 на расстояние h_2 , тем самым заменим R_{i2} и M_{i2} одной равнодействующей силой R_{i2}' .

Вес звеньев выслу их малых значений в нашем примере не учитываем.

При проведении силового исследования механизм разбивается на н. структурные группы /они всегда статически определимы, то есть для них число неизвестных параметров равно числу уравнений статики/. В рассматриваемом кривошипно-ползунном механизме имеется одна структурная группа, образованная звеньями 2 и 3, и исходный механизм /звенья 1 и 0/.

Силовой расчет структурной группы 2-3.
Изображаем в масштабе $\mu_r = 0,001 \text{ м/мм}$ структурную группу

2 - 3 /рис.3/.

К точкам K_2 и С прикладываем известные силы R_{i2} и R_{i3} , перенес их параллельно самим себе с рис.2а.

Освобождем структурную группу 2 - 3 от связей /звенья 0 и 1/, заменив их реакциями /рис.3/. В кинематической паре С действие звена 0 на звено 3 /ползун/ заменим реакцией R_{0-3} . Она направлена перпендикулярно /если не учитывать трение/ движению ползуна, но по величине пока не известна.

В кинематической паре В действие звена 1 на звено 2 заменим реакцией R_{1-2} , которая пока неизвестна ни по величине, ни по направлению. Для проведения расчета рассматриваем ее на нормальную составляющую R_{1-2}^n , направленную вдоль звена ВС, и тангенциальную составляющую R_{1-2}^t , направленную перпендикулярно звену ВС.

Определим R_{1-2}^t из условия равенства нулю суммы моментов всех сил, приложенных к звену 2, относительно точки С:

$$\sum M_C (P_i) = 0; R_{i2} \cdot h_{i2} - R_{1-2}^t \cdot R_1 = 0, \quad BC = 0,$$

$$R_{1-2}^t = \frac{R_{i2} \cdot h_{i2}}{BC} = \frac{93,0 \cdot 64}{80} = 74,4 \text{ Н.}$$

Если значение R_{1-2}^t получилось отрицательным, то на плане структурной группы эту реакцию надо направить в противоположную сторону.

Неизвестные реакции R_{1-2}^n и R_{0-3} определим графическим изображением следующего векторного уравнения, которое выражает условие равенства нулю суммы всех сил, приложенных к структурной группе 2 - 3:

$$\sum P_i = 0; \vec{R}_{1-2}^n + \vec{R}_{1-2}^t + \vec{R}_{i2} + \vec{R}_{i3} + \vec{R}_{0-3} = 0.$$

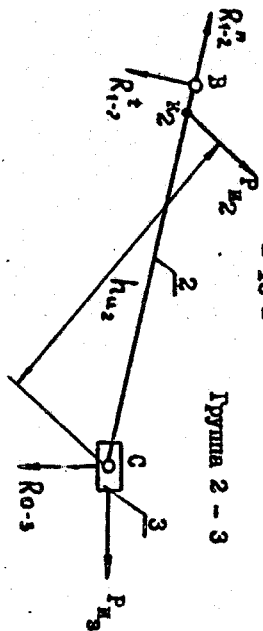
Графическое изображение этого векторного уравнения называется планом сил и представляет собой замкнутый векторный многоугольник. Строится он в такой последовательности /рис.3/.

Вычисляем масштаб план сил

$$\mu_r = \frac{R_{1-2}^t}{L_{1-2}} = \frac{74,4}{37,2} = 2 \text{ Н/мм.}$$

Здесь L_{1-2} - отрезок, изображающий на плане сил реакцию R_{1-2} ; длина его выбирается произвольно. Вычисляем длины век-

- 18 -



План сил группы 2 - 3
 $\mu_P = 2 \text{ Н/мм}$

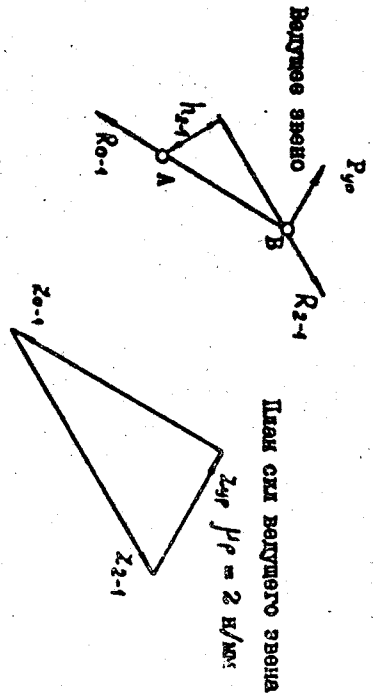
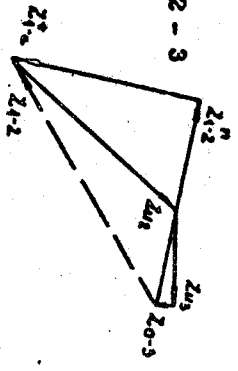


Рис. 3

годов, изображенных отдельные силы:

$$Z_{C2} = \frac{P_{K2}}{\mu_P} = \frac{93,0}{2} = 46,5 \text{ мм};$$

$$Z_{C3} = \frac{P_{K3}}{\mu_P} = \frac{40,0}{2} = 20,0 \text{ мм}.$$

Из произвольно выбранной точки проводится вектор Z_{1-2}^t длиной 37,2 мм, направленный параллельно силе R_{1-2}^t . Из конца этого вектора проводится вектор Z_{1-2}^n длиной 46,5 мм и направленный параллельно силе R_{1-2}^n . Из конца вектора Z_{1-2}^n проводится вектор Z_{C-3} длиной 20,0 мм и направленный параллельно силе R_{C-3} . Из конца вектора Z_{C-3} проводится вектор Z_{1-2}^t параллельно силе R_{1-2}^t . Точка их пересечения определяет начало и конец векторов Z_{1-2}^n и Z_{1-2}^t соответственно. Геометрически складывая векторы Z_{1-2}^n и Z_{1-2}^t получаем полную реакцию в кинематической паре B, численная величина которой равна

$$R_{1-2} = Z_{1-2} \cdot \mu_P = 61,0 \cdot 2 = 122 \text{ Н}.$$

Вычисляем величину реакции R_{0-3} :

$$R_{0-3} = Z_{0-3} \cdot \mu_P = 4,0 \cdot 2 = 8 \text{ Н}.$$

Силовой расчет ведомого звена 1 / Адвизионца /

Изображаем в заданном масштабе и положении кривошип AB / Рис. 3/. К точке B прикладываем реакцию $R_{2-1} = -R_{1-2}$ и уравновешивающую силу $R_{ур}$, величину которой определяем из условия равенства нулю сумм моментов всех сил, приложенных к этому звену, относительно точки A:

$$\sum M_A (P_i) = 0; R_{ур} \cdot AB - R_{2-1} \cdot h_{C-1} = 0,$$

откуда

$$R_{ур} = \frac{R_{2-1} \cdot h_{C-1}}{AB} = \frac{120 \cdot 14}{30} = 56,0 \text{ Н}.$$

Реакции R_{0-1} определяем графическим построением векторного уравнения, описывающего условие равенства нулю сумм всех сил, приложенных к звену 1:

$$R_{ур} + R_{2-1} + R_{0-1} = 0.$$

Используя это уравнение, строим план сил звена 1 в произвольно выбранном масштабе / Рис. 3/. Для нашего примера изображаем

$\mu_r = 2 \text{ Н/мм}$. Проводим вектор $\vec{\lambda}_{2-1}$, параллельный вектору $\vec{\lambda}_{1-2}$, но в противоположную сторону направленный. Через конец этого вектора проводим линию перпендикулярно звену АВ, а через начало - параллельно звену АЗ. Пересечение этих прямых определяет длины векторов $\vec{\lambda}_{ур}$ и $\vec{\lambda}_{0-1}$:

$$R_{0-1} = \lambda_{0-1} \cdot \mu_r = 51,0 \cdot 2 = 102 \text{ Н.}$$

Определение уравновешивающей силы методом Жуковского

Строим в произвольном масштабе план скоростей /ж.с.2г/, повернув его на 90° в любую сторону. Переносим на этот план скорости в соответствующие точки, определяемые с использованием теоремы о.о.с.б.и, все силы, действующие на звенья механизма. В точку повернутого плана скоростей переносим уравновешивающую силу $P_{ур}^*$.

Составляем уравнение равенства нулю сумм моментов всех сил относительно полн. а. плана скоростей P_v :

$$P_{ур}^* \cdot (R \cdot b) - P_{к2} \cdot h'_2 - P_{к3} \cdot (R \cdot c) = 0.$$

$$P_{ур}^* = \frac{P_{к2} \cdot h'_2 + P_{к3} \cdot (R \cdot c)}{R \cdot b} = \frac{93,11 + 40,46 \cdot 5}{50} = 57,7 \text{ Н.}$$

Сравним значения $P_{ур}^*$, полученные методом планов сил и методом Н.В. Жуковского:

$$\frac{P_{ур}^* - P_{ур}}{P_{ур}} \cdot 100\% = \frac{57,7 - 56}{57,7} \cdot 100\% = 2,9\%.$$

Так как в инженерных расчетах обычно допускается ошибка в пределах 5%, то полученный результат является вполне удовлетворительным.

3. РАСЧЕТ И ПОСТРОЕНИЕ ПРОФИЛА ЗАПЕЛЕНИЯ ПАРЫ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС

- Дано: 1. Число зубьев пары зубчатых колес $Z_1 = 18, Z_2 = 20$.
 2. Модуль зацепления $m = 12 \text{ мм}$
 3. Угол зацепления $\alpha_w = 20^\circ$.
 4. Частота вращения шестерни $n_1 = 400 \text{ об/мин}$.