ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях расчет установившихся режимов электроэнергетической системы является наиболее часто решаемой задачей. При проектировании ЭЭС расчет установившихся режимов осуществляется с целью выбора и уточнения параметров проектируемой системы.

В процессе эксплуатации подобные расчеты позволяют оперативно управлять и прогнозировать работу ЭЭС. При этом осуществляется оценка допустимости режима по условиям обеспечения нормальной работы оборудования и определение режимов, оптимальных по технико-экономическим критериям.

Задача расчета установившихся режимов ЭЭС сводится к определению совокупности параметров, характеризующих работу системы: напряжений в различных точках системы, токов в её элементах, потоков мощности и потерь мощности и т.д.

Проведение расчета связано с рядом основных этапов:

1. Предварительные преобразования и переход к расчетной схеме электрической системы;

2. Формирование уравнения состояния по известным исходным данным с учетом структуры расчетной схемы;

3. Выбор метода расчета и составление алгоритма и программы на ЭВМ;

4. Проведение расчета установившегося режима на ЭВМ;

5. Анализ точности полученных результатов.

6. Выводы.

Исходные данные:

$Z_1 = 0.2$ $J_1 = 8$

$Z_2 = 0.3$ $J_2 = 3$

$Z_3 = 0.4$ $J_3 = 4$

$Z_4 = 0.8$ $J_4 = 6$

$Z_5 = 0.3$ $J_5 = 5$

$Z_6 = 0.5$ $E_{B2} = 100$

$Z_7 = 0.8$ $E_{B5} = 300$

Базисные величины: $U_Б=U_{г\ ном} = 10,5$ кВ; $S_Б = S_{г\ ном} = 7$ Мва.

Параметры генератора и системы: $E_g = 1.07$; $U_c = 1$; $P_d = 60$; $Tj = 14с$.

Угол θ между осью вращающегося магнитного поля обмотки статора и продольной осью ротора в генераторе: $\theta=\pi/6$.

Исходная схема:

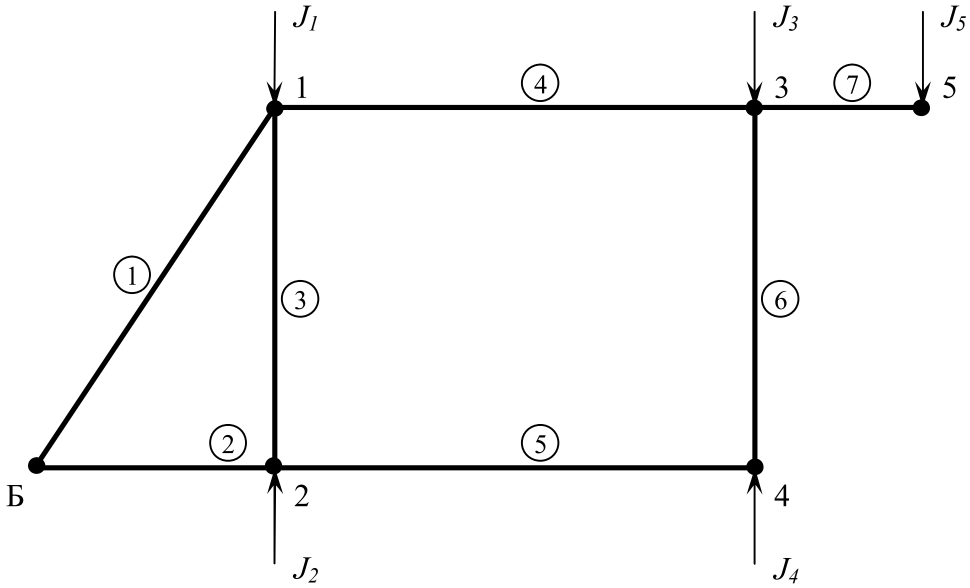

Рисунок 1

Примечание:

1. Расчет проводится в относительных единицах.

2. Направление ветвей и независимых контуров могут быть заданы произвольно.

УСЛОВИЯ ЗАДАНИЙ:

Задание 1.

Используя расчетную схему и исходные данные для ручного счета, произвести следующие действия:

- составить матрицы инциденций M и N;
- записать матрицы режимных параметров:

а) J, Z_B, Y_B;

б) $U_Δ$, U_B в общем виде

в) предположить наличие ЭДС в ветвях 2,5 (E_{B2}, E_{B5}), записать матрицы E_B, E_K.

Задание 2.

Используя вариант расчетной схемы и исходные данные записать 1 и 2 законы Кирхгофа в матричной форме и в виде системы уравнений.

Задание 3.

Для расчетной схемы записать в матричной форме обобщенное уравнение состояния. Перейти к системе алгебраических уравнений относительно неизвестных токов в ветвях.

Задание 4.

1. Для расчетной схемы вычислить матрицу узловых проводимостей $Y_Δ$.

2. Составьте матрицу $Y_Δ$ без перемножения матриц с учетом физического смысла её элементов. Сравните полученный результат с матрицей $Y_Δ$, вычисленной в п.1.

3. Записать уравнение узловых напряжений в матричной форме и в виде системы уравнений.

Задание 5.

Предположив наличие ЭДС в ветвях 2, 5 расчетной схемы $E_{B2} = 100$, $E_{B5} = 300$, записать уравнение контурных токов в матричной форме и в виде системы уравнений.

Задание 6.

Используя систему уравнений узловых напряжений, полученную в задании 4, рассчитать значение узловых напряжений методом Гаусса.

Проанализировать точность результатов расчета.

Задание 7.

1. Используя систему уравнений узловых напряжений (задание 4), рассчитать значения напряжений в узлах расчетной схемы методом Зейделя (провести 3 итерации).

2. Проанализировать сходимость итерационного процесса.

Задание 8.

На основе расчетной схемы с учетом постановки задачи раздела 3.2. и исходных данных о параметрах генератора, который подключен к 4-му узлу, определить устойчивость системы по корням характеристического уравнения.

Задание 9.

Для расчетной схемы задания 8 записать характеристическое уравнение с учетом переходных процессов в обмотке возбуждения. Проанализировать устойчивость системы по критерию Гурвица.

Задание 10.

Проанализировать устойчивость системы (задание 9) по критерию Михайлова. Построить кривую Михайлова.

ВЫПОЛНЕНИЕ ЗАДАНИЙ.

Выполнение задания 1:

Для расчета исходной схемы зададимся направлениями тока в ветвях и направлениями обхода контуров:

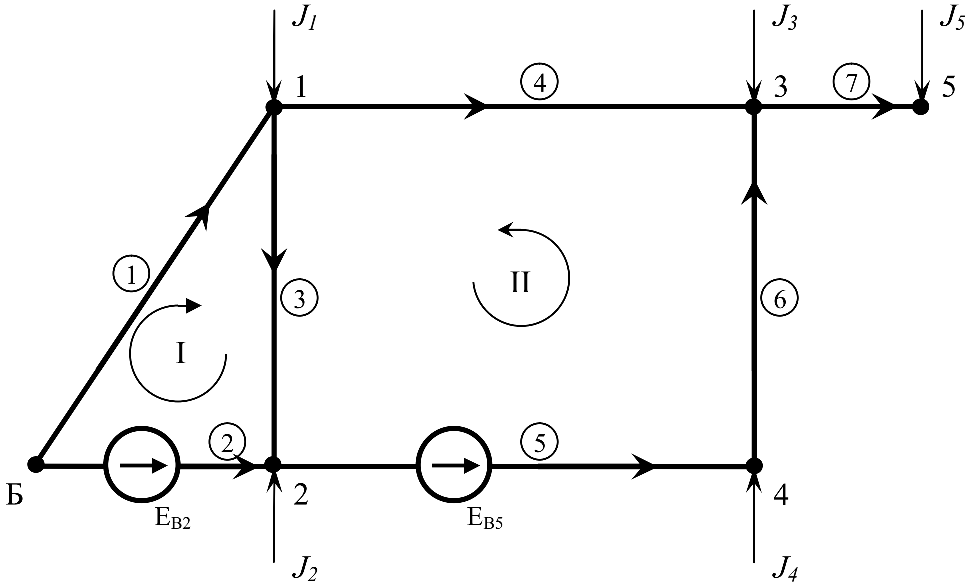

Рисунок 2

Составим матрицы инциденций M и N:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \mathbf{Б}------------------ \\ \quad -1 \quad -1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \end{array};$$

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Запишем матрицы режимных параметров:

а) матрица задающих токов:

В общем виде: $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{J_1} \\ \mathbf{J_2} \\ \mathbf{J_3} \\ \mathbf{J_4} \\ \mathbf{J_5} \end{bmatrix}$;   По данным задания: $\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \mathbf{8} \\ \mathbf{3} \\ \mathbf{4} \\ \mathbf{6} \\ \mathbf{5} \end{bmatrix}$.

- диагональная матрица сопротивлений ветвей $\mathbf{Z_в}$, диагональная матрица проводимостей ветвей $\mathbf{Y_в} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{Z_в}}$:

$$\mathbf{Z_B} = \begin{bmatrix} 0.2 & & & & & & \\ & 0.3 & & & & & \\ & & 0.4 & & & & \\ & & & 0.8 & & & \\ & & & & 0.3 & & \\ & & & & & 0.5 & \\ & & & & & & 0.8 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{Y_B} = \begin{bmatrix} 5 & & & & & & \\ & 3.3 & & & & & \\ & & 2.5 & & & & \\ & & & 1.25 & & & \\ & & & & 3.3 & & \\ & & & & & 2 & \\ & & & & & & 1.25 \end{bmatrix}$$

б) матрица узловых напряжений $\mathbf{U_\Delta}$, матрица падений напряжений в ветвях $\mathbf{U_в}$:

$$\mathbf{U_\Delta} = \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 3} \\ U_{\Delta 4} \\ U_{\Delta 5} \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{U_B} = \begin{bmatrix} U_{B1} \\ U_{B2} \\ U_{B3} \\ U_{B4} \\ U_{B5} \\ U_{B6} \\ U_{B7} \end{bmatrix}.$$

в) матрица Э.Д.С. в ветвях $\mathbf{E_B}$, матрица контурных Э.Д.С $\mathbf{E_K}$:

$$\mathbf{E_B} = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{B2} \\ 0 \\ 0 \\ E_{B5} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \qquad \mathbf{E_K} = \begin{bmatrix} E_{K1} \\ E_{K2} \end{bmatrix}.$$

Выполнение задания 2:

Первый закон Кирхгофа.

Матричная форма записи позволяет представить баланс токов для всех узлов схемы одновременно.

$$\mathbf{M \cdot I = J}$$

где, M – матрицы инциденций первого рода;

I – матрица неизвестных токов в ветвях;

J – матрица задающих токов.

Матричная форма:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I_1} \\ \mathbf{I_2} \\ \mathbf{I_3} \\ \mathbf{I_4} \\ \mathbf{I_5} \\ \mathbf{I_6} \\ \mathbf{I_7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

В виде системы уравнений:

$$\begin{cases} -\mathbf{I_1} + \mathbf{I_3} + \mathbf{I_4} = 8 \\ -\mathbf{I_2} - \mathbf{I_3} + \mathbf{I_5} = 3 \\ -\mathbf{I_4} - \mathbf{I_6} + \mathbf{I_7} = 4 \\ -\mathbf{I_5} + \mathbf{I_6} = 6 \\ -\mathbf{I_7} = 5 \end{cases}.$$

***Второй закон Кирхгофа*.**

Матричная форма записи позволяет записать баланс напряжений для всех независимых контуров схем:

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_B} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{E_K}$$

где,

$$\mathbf{E_K} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{E_B}$$

отсюда,

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{Z_B} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{N} \cdot \mathbf{E_B}$$

Найдем вектор контурных Э.Д.С.

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0,2 & & & & & & \\ & 0,3 & & & & & \\ & & 0,4 & & & & \\ & & & 0,8 & & & \\ & & & & 0,3 & & \\ & & & & & 0,5 & \\ & & & & & & 0,8 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{I_1} \\ \mathbf{I_2} \\ \mathbf{I_3} \\ \mathbf{I_4} \\ \mathbf{I_5} \\ \mathbf{I_6} \\ \mathbf{I_7} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{E_{B2}} \\ 0 \\ 0 \\ \mathbf{E_{B5}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

отсюда,

$$\begin{bmatrix} 0,2 & -0,3 & 0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & -0,8 & 0,3 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E_{в2} \\ E_{в5} \end{bmatrix}$$

В виде системы уравнений:

$$\begin{cases} 0,2I_1 - 0,3I_2 + 0,4I_3 = -E_{в2} \\ 0,4I_3 - 0,8I_4 + 0,3I_5 + 0,5I_6 = E_{в5} \end{cases}$$

Выполнение задания 3:

Обобщенное уравнение состояния имеет вид:

$$\mathbf{A \cdot I = F}$$

где, единая матрица коэффициентов имеет вид:

$$\mathbf{A} = \left[\frac{\mathbf{M}}{\mathbf{N \cdot Z_в}} \right];$$

где, объединенная матрица исходных параметров имеет вид:

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} \\ \mathbf{E_к} \end{bmatrix}.$$

Находим произведение $\mathbf{N \cdot Z_B}$:

$$\mathbf{N \cdot Z_B} = \begin{bmatrix} 0,2 & -0,3 & 0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & -0,8 & 0,3 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}$$

отсюда,

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0,2 & -0,3 & 0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & -0,8 & 0,3 & 0,5 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{F} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \\ -E_{в2} \\ E_{в5} \end{bmatrix},$$

тогда обобщенное уравнение состояния в матричной форме имеет вид:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0,2 & -0,3 & 0,4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,4 & -0,8 & 0,3 & 0,5 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \\ -E_{в2} \\ E_{в5} \end{bmatrix}$$

Системе алгебраических уравнений относительно неизвестных токов в ветвях:

$$\begin{cases} -I_1 + I_3 + I_4 = 8 \\ -I_2 - I_3 + I_5 = 3 \\ -I_4 - I_6 + I_7 = 4 \\ -I_5 + I_6 = 6 \\ -I_7 = 5 \\ 0,2I_1 - 0,3I_2 + 0,4I_3 = -E_{в2} \\ 0,4I_3 - 0,8I_4 + 0,3I_5 + 0,5I_6 = E_{в5} \end{cases}$$

Выполнение задания 4:

Определяем матрицу узловых проводимостей $\mathbf{Y}_\Delta$.

$$Y_\Delta = M \cdot Y_B \cdot M_t$$

где, M_t - транспонированная матрица M

$$M_t = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Находим произведение $M \cdot Y_B$:

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & & & & & & \\ & 3.3 & & & & & \\ & & 2.5 & & & & \\ & & & 1.25 & & & \\ & & & & 3.3 & & \\ & & & & & 2 & \\ & & & & & & 1.25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 2,5 & 1,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,3 & -2,5 & 0 & 3,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,25 & 0 & -2 & 1,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,25 \end{bmatrix},$$

тогда

$$Y_\Delta = M \cdot Y_в \cdot M_t = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 2,5 & 1,25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -3,3 & -2,5 & 0 & 3,3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1,25 & 0 & -2 & 1,25 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -3,3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1,25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,75 & -2,5 & -1,25 & 0 & 0 \\ -2,5 & 9,1 & 0 & -3,3 & 0 \\ -1,25 & 0 & 4,5 & -2 & -1,25 \\ 0 & -3,3 & -2 & 5,3 & 0 \\ 0 & 0 & -1,25 & 0 & 1,25 \end{bmatrix}$$

Составим матрицу $\mathbf{Y_\Delta}$ без перемножения матриц с учетом физического смысла её элементов. На главной диагонали расположены собственные проводимости узлов $\boldsymbol{Y_{ii}}$ - равные сумме проводимостей ветвей, соединенных с узлом i:

$$\begin{bmatrix} 5+2,5+1,25 & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & 3,3+2,5+3,3 & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & Y_{32} & 1,25+2+1,25 & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & 3,3+2 & Y \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & 1,25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8,75 & Y_{12} & Y_{13} & Y_{14} & Y_{15} \\ Y_{21} & 9,1 & Y_{23} & Y_{24} & Y_{25} \\ Y_{31} & Y_{32} & 4,5 & Y_{34} & Y_{35} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} & 5,3 & Y_{45} \\ Y_{51} & Y_{52} & Y_{53} & Y_{54} & 1,25 \end{bmatrix}$$

Симметрично относительно главной диагонали расположены взаимные проводимости $\boldsymbol{Y_{ij} = -Y_{ji}}$ (**со знаком минус**), которые равны проводимости ветви (**взятой со знаком минус**), находящийся между узлами i и j, или нулю при отсутствии связи между узлами:

$$Y_\Delta = \begin{bmatrix} 8,75 & -2,5 & -1,25 & 0 & 0 \\ -2,5 & 9,1 & 0 & -3,3 & 0 \\ -1,25 & 0 & 4,5 & -2 & 1,25 \\ 0 & -3,3 & -2 & 5,3 & 0 \\ 0 & 0 & -1,25 & 0 & 1,25 \end{bmatrix}$$

Запишем уравнения узловых напряжений в матричной форме $\mathbf{Y_\Delta U_\Delta = J}$:

$$\begin{bmatrix} 8,75 & -2,5 & -1,25 & 0 & 0 \\ -2,5 & 9,1 & 0 & -3,3 & 0 \\ -1,25 & 0 & 4,5 & -2 & 1,25 \\ 0 & -3,3 & -2 & 5,3 & 0 \\ 0 & 0 & -1,25 & 0 & 1,25 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 3} \\ U_{\Delta 4} \\ U_{\Delta 5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 3 \\ 4 \\ 6 \\ 5 \end{bmatrix}$$

Составим уравнения узловых напряжений в виде системы уравнений.

$$\begin{cases} 8,75 \cdot U_{\Delta 1} - 2,5 \cdot U_{\Delta 2} - 1,25 \cdot U_{\Delta 3} = 8 \\ -2,5 \cdot U_{\Delta 1} + 9,1 \cdot U_{\Delta 2} - 3,3 \cdot U_{\Delta 4} = 3 \\ -1,25 \cdot U_{\Delta 1} + 4,2 \cdot U_{\Delta 3} - 2 \cdot U_{\Delta 4} + 1,25 \cdot U_{\Delta 5} = 4 \\ -3,3 \cdot U_{\Delta 2} - 2 \cdot U_{\Delta 3} + 5,3 \cdot U_{\Delta 4} = 6 \\ -1,25 \cdot U_{\Delta 3} + 1,25 \cdot U_{\Delta 4} = 5 \end{cases}$$

Выполнение задания 5:

В матричной форме уравнение контурных токов (II закон Кирхгофа) имеет вид:

$$N \cdot Z_B \cdot I = E_K .$$

Выразим матрицу токов I в ветвях через вектор контурных токов $I_к$, используя следующие известные уравнения связи между ними: $I = N_t \cdot I_K$, тогда второй закон Кирхгофа будет иметь вид:

$$N \cdot Z_B \cdot N_T \cdot I_K = E_K .$$

Произведение трех матриц $N \cdot Z_B \cdot N_t$ позволяет получить матрицу контурных сопротивлений:

$$Z_K = N \cdot Z_B \cdot N_t ,$$

где N_T-транспонированная матрица N:

$$N_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Тогда матричное уравнение контурных токов можно записать в виде:

$$Z_K \cdot I_K = E_K$$

Определяем матрицу контурных сопротивлений:

$$\mathbf{Z_к}=\begin{bmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{0,2} & & & & & & \\ & \mathbf{0,3} & & & & & \\ & & \mathbf{0,4} & & & & \\ & & & \mathbf{0,8} & & & \\ & & & & \mathbf{0,3} & & \\ & & & & & \mathbf{0,5} & \\ & & & & & & \mathbf{0,8}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{1} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{-1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}=$$

$$=\begin{bmatrix}\mathbf{0,2} & \mathbf{-0,3} & \mathbf{0,4} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0,4} & \mathbf{-0,8} & \mathbf{0,3} & \mathbf{0,5} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{-1} & \mathbf{0}\\ \mathbf{1} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{-1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{1}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{0,9} & \mathbf{0,4}\\ \mathbf{0,4} & \mathbf{2}\end{bmatrix}.$$

Определяем матрица контурных Э.Д.С:

$$\mathbf{Z_к}=\begin{bmatrix}\mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{-1} & \mathbf{1} & \mathbf{1} & \mathbf{0}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ \mathbf{100}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{300}\\ \mathbf{0}\\ \mathbf{0}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{-100}\\ \mathbf{300}\end{bmatrix}$$

Запишем матричное уравнение контурных токов $\mathbf{Z_K}\cdot\mathbf{I_K}=\mathbf{E_K}$:

$$\begin{bmatrix}\mathbf{0,9} & \mathbf{0,4}\\ \mathbf{0,4} & \mathbf{2}\end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\mathbf{I_{к1}}\\ \mathbf{I_{к2}}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{-100}\\ \mathbf{300}\end{bmatrix}$$

Составим уравнения контурных токов

$$\begin{cases}\mathbf{0,9I_{K1}+0,4I_{K2}=-100}\\ \mathbf{0,4I_{K1}+2I_{K2}=300}\end{cases}$$

Выполнение задания 6:

Данные из задания 4:

$$\begin{cases} 8,75\cdot U_{\Delta 1}-2,5\cdot U_{\Delta 2}-1,25\cdot U_{\Delta 3}=8 \\ -2,5\cdot U_{\Delta 1}+9,1\cdot U_{\Delta 2}-3,3\cdot U_{\Delta 4}=3 \\ -1,25\cdot U_{\Delta 1}+4,2\cdot U_{\Delta 3}-2\cdot U_{\Delta 4}+1,25\cdot U_{\Delta 5}=4 \\ -3,3\cdot U_{\Delta 2}-2\cdot U_{\Delta 3}+5,3\cdot U_{\Delta 4}=6 \\ -1,25\cdot U_{\Delta 3}+1,25\cdot U_{\Delta 4}=5 \end{cases}$$

Решим систему уравнений узловых напряжений с использованием алгоритма метода Гаусса с обратным ходом: алгоритм включает в себя два этапа:

1этап. Прямой ход Гаусса состоит из однотипных шагов, связанных с формированием из матриц коэффициентов Y_Δ верхней треугольной матрицы.

1шаг. Получим первое ключевое уравнение, для чего разделим 1-ое уравнение системы на диагональный элемент $Y_{11}=8,75$. Для исключения $U_{\Delta 1}$ из i-го уравнения мысленно домножим ключевое уравнение на коэффициент при $U_{\Delta 1}$ i-го уравнения взятый с обратным знаком, а затем сложим ключевое и i-е уравнение:

$$\begin{cases} \underline{U_{\Delta 1}-0,286\cdot U_{\Delta 2}-0,143\cdot U_{\Delta 3}=0,914} \\ 8,385\cdot U_{\Delta 2}-3,658\cdot U_{\Delta 3}-3,3\cdot U_{\Delta 4}=5,285 \\ -0,378\cdot U_{\Delta 2}+4,021\cdot U_{\Delta 3}-2\cdot U_{\Delta 4}+1,25\cdot U_{\Delta 5}=5,143 \\ -3,3\cdot U_{\Delta 2}-2\cdot U_{\Delta 3}+5,3\cdot U_{\Delta 4}=6 \\ -1,25\cdot U_{\Delta 3}+1,25\cdot U_{\Delta 4}=5 \end{cases}$$

2 шаг. Получим второе ключевое уравнение:

$$\begin{cases} \underline{U_{\Delta 2}-0,436\cdot U_{\Delta 3}-0,394\cdot U_{\Delta 4}=0,63} \\ 3,856\cdot U_{\Delta 3}-2,149\cdot U_{\Delta 4}+1,25\cdot U_{\Delta 5}=5,381 \\ -3,439\cdot U_{\Delta 3}+4\cdot U_{\Delta 4}=8,079 \\ -1,25\cdot U_{\Delta 3}+1,25\cdot U_{\Delta 4}=5 \end{cases}$$

3 шаг. Получим третье ключевое уравнение:

$$\begin{cases} \underline{U_{\Delta 3}-0,557\cdot U_{\Delta 4}+0,324\cdot U_{\Delta 5}=0,163} \\ 2,084\cdot U_{\Delta 4}+1,114\cdot U_{\Delta 5}=8,64 \\ -0,696\cdot U_{\Delta 4}+1,655\cdot U_{\Delta 5}=5,024 \end{cases}$$

4 шаг. Получим четвертое ключевое уравнение:

$$\begin{cases} \underline{U_{\Delta 4}+0,535\cdot U_{\Delta 5}=0,078} \\ 2,027\cdot U_{\Delta 5}=5,258 \end{cases}$$

5 шаг. Получим пятое ключевое уравнение:

$$\left\{ \underline{U_{\Delta 5}=2,594} \right.$$

В результате прямого хода Гаусса уравнение узловых напряжений приобретает вид:

$$\begin{bmatrix} 1 & -0,286 & -0,143 & 0 & 0 \\ & 1 & -0,436 & -0,394 & 0 \\ & & 1 & -0,557 & 0,324 \\ & & & 1 & -0,535 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_{\Delta 1} \\ U_{\Delta 2} \\ U_{\Delta 3} \\ U_{\Delta 4} \\ U_{\Delta 5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,914 \\ 0,63 \\ 0,163 \\ 0,078 \\ 2,594 \end{bmatrix}$$

2этап. Обратный ход метода Гаусса:

$$U_{\Delta 5} = 2,594$$

$$U_{\Delta 4} = 0,078 - 0,535 \cdot U_{\Delta 5} = -1,310$$

$$U_{\Delta 3} = 0,163 + 0,557 \cdot U_{\Delta 4} - 0,324 \cdot U_{\Delta 5} = -1,429$$

$$U_{\Delta 2} = 0,63 + 0,436 \cdot U_{\Delta 3} + 0,394 \cdot U_{\Delta 4} = -0,509$$

$$U_{\Delta 1} = 0,914 + 0,286 \cdot U_{\Delta 2} + 0,143 \cdot U_{\Delta 3} = 0,564$$

Проведем анализ точности решения, для этого рассчитаем невязки по исходной системе уравнений:

$$\omega_1 = \left|8 - 8,75 \cdot U_{\Delta 1} + 2,5 \cdot U_{\Delta 2} + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}\right| = 0,006$$

$$\omega_2 = \left|3 + 2,5 \cdot U_{\Delta 1} - 9,1 \cdot U_{\Delta 2} + 3,3 \cdot U_{\Delta 4}\right| = 4,720$$

$$\omega_3 = \left|4 + 1,25 \cdot U_{\Delta 1} - 4,2 \cdot U_{\Delta 3} + 2 \cdot U_{\Delta 4} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}\right| = 4,844$$

$$\omega_4 = \left|6 + 3,3 \cdot U_{\Delta 2} + 2 \cdot U_{\Delta 3} - 5,3 \cdot U_{\Delta 4}\right| = 8,405$$

$$\omega_5 = \left|5 + 1,25 \cdot U_{\Delta 3} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}\right| = 0,028$$

Рассчитаем суммарную невязку:

$$\omega_\Sigma = \sum_{i=1}^{5} \omega_i = 0,006 + 4,720 + 4,844 + 8,405 + 0,028 = 18,003 \approx 18$$

ω_Σ - определяет точность полученных значений узловых напряжений.

Выполнение задания 7:

Данные из задания 4:

$$\begin{cases} 8,75 \cdot U_{\Delta 1} - 2,5 \cdot U_{\Delta 2} - 1,25 \cdot U_{\Delta 3} = 8 \\ -2,5 \cdot U_{\Delta 1} + 9,1 \cdot U_{\Delta 2} - 3,3 \cdot U_{\Delta 4} = 3 \\ -1,25 \cdot U_{\Delta 1} + 4,2 \cdot U_{\Delta 3} - 2 \cdot U_{\Delta 4} + 1,25 \cdot U_{\Delta 5} = 4 \\ -3,3 \cdot U_{\Delta 2} - 2 \cdot U_{\Delta 3} + 5,3 \cdot U_{\Delta 4} = 6 \\ -1,25 \cdot U_{\Delta 3} + 1,25 \cdot U_{\Delta 4} = 5 \end{cases}$$

Расчет узловых напряжений с использованием метода Зейделя (метод итераций) включает в себя следующие этапы:

Преобразуем систему узловых напряжений к виду, удобному для итерационного процесса:

$$\mathbf{U_{\Delta 1} = 0,914 + 0,286 \cdot U_{\Delta 2} + 0,143 \cdot U_{\Delta 3}}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 2} = 0,329 + 0,275 \cdot U_{\Delta 1} + 0,362 \cdot U_{\Delta 4}}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 3} = 0,952 + 0,298 \cdot U_{\Delta 1} + 0,476 \cdot U_{\Delta 4} - 0,298 \cdot U_{\Delta 5}}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 4} = 1,132 + 0,623 \cdot U_{\Delta 2} + 0,377 \cdot U_{\Delta 3}}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 5} = 4 + U_{\Delta 3}}$$

Зададимся начальным приближением узловых напряжений:

$$\mathbf{U_{\Delta 1}^{(0)} = 0,914}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 2}^{(0)} = 0,329}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 3}^{(0)} = 0,952}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 4}^{(0)} = 1,132}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 5}^{(0)} = 4.}$$

На первой итерации вычисляем значения первого приближения узловых напряжений $\mathbf{U_{\Delta i}^{(1)}}$, осуществляя подстановку $\mathbf{U_{\Delta i}^{(0)}}$ в систему уравнений:

$$\mathbf{U_{\Delta 1}^{(1)} = 0,914 + 0,286 \cdot U_{\Delta 2}^{(0)} + 0,143 \cdot U_{\Delta 3}^{(0)} = 1,144}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 2}^{(1)} = 0,329 + 0,275 \cdot U_{\Delta 1}^{(1)} + 0,362 \cdot U_{\Delta 4}^{(0)} = 1,053}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 3}^{(1)} = 0,641 + 0,321 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 0,423 \cdot U_{\Delta 4}^{(0)} + 0,256 \cdot U_{\Delta 5}^{(0)} = 0,64}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 4}^{(1)} = 1,132 + 0,623 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 0,377 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} = 2,03}$$

$$\mathbf{U_{\Delta 5}^{(1)} = 4 + U_{\Delta 3}^{(1)} = 4,64}$$

Рассчитаем невязки на первой итерации для проверки точности полученных результатов. Для этого подставляем значения узловых напряжений $\mathbf{U_{\Delta i}^{(1)}}$ в исходную систему уравнений узловых напряжений:

$$\mathbf{\omega_1^{(1)} = \left| 8 - 8,75 \cdot U_{\Delta 1}^{(1)} + 2,5 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} \right| = 1,421}$$

$$\mathbf{\omega_2^{(1)} = \left| 3 + 2,5 \cdot U_{\Delta 1}^{(1)} - 9,1 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 3,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(1)} \right| = 2,972}$$

$$\mathbf{\omega_3^{(1)} = \left| 4 + 1,25 \cdot U_{\Delta 1}^{(1)} - 4,2 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} + 2 \cdot U_{\Delta 4}^{(1)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(1)} \right| = 1,002}$$

$$\mathbf{\omega_4^{(1)} = \left| 6 + 3,3 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 2 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} - 5,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(1)} \right| = 0}$$

$$\omega_5^{(1)} = \left|5 + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(1)}\right| = 0$$

Рассчитаем суммарную невязку:

$$\omega_\Sigma^{(1)} = \sum_{i=1}^{5} \omega_i^{(1)} = 1,421 + 2,972 + 1,002 + 0 + 0 = 5,396,$$

т.к. $\omega_\Sigma^{(1)} > 0,01,$ то точность расчета ε=0,01 не достигнута.

На второй итерации производим подстановку $U_{\Delta i}^{(1)}$ в систему уравнений. Именно:

$$U_{\Delta 1}^{(2)} = 0,914 + 0,286 \cdot U_{\Delta 2}^{(1)} + 0,143 \cdot U_{\Delta 3}^{(1)} = 1,307$$

$$U_{\Delta 2}^{(2)} = 0,329 + 0,275 \cdot U_{\Delta 1}^{(2)} + 0,362 \cdot U_{\Delta 4}^{(1)} = 1,423$$

$$U_{\Delta 3}^{(2)} = 0,641 + 0,321 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 0,423 \cdot U_{\Delta 4}^{(1)} + 0,256 \cdot U_{\Delta 5}^{(1)} = 0,925$$

$$U_{\Delta 4}^{(2)} = 1,132 + 0,623 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 0,377 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)} = 2,367$$

$$U_{\Delta 5}^{(2)} = 4 + U_{\Delta 3}^{(2)} = 4,925$$

Рассчитаем невязки на второй итерации:

$$\omega_1^{(2)} = \left|8 - 8,75 \cdot U_{\Delta 1}^{(2)} + 2,5 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)}\right| = 1,281$$

$$\omega_2^{(2)} = \left|3 + 2,5 \cdot U_{\Delta 1}^{(2)} - 9,1 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 3,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(2)}\right| = 1,128$$

$$\omega_3^{(2)} = \left|4 + 1,25 \cdot U_{\Delta 1}^{(2)} - 4,2 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)} + 2 \cdot U_{\Delta 4}^{(2)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(2)}\right| = 0,327$$

$$\omega_4^{(2)} = \left|6 + 3,3 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 2 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)} - 5,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(2)}\right| = 0,001$$

$$\omega_5^{(2)} = \left|5 + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(2)}\right| = 0$$

Рассчитаем суммарную невязку:

$$\omega_\Sigma^{(2)} = \sum_{i=1}^{5} \omega_i^{(2)} = 1,281 + 1,128 + 0,327 + 0,001 + 0 = 2,736,$$

т.к. $\omega_\Sigma^{(2)} > 0,01,$ то точность расчета ε=0,01 не достигнута.

На третей итерации производим подстановку $U_{\Delta i}^{(2)}$ в систему уравнений. Именно:

$$U_{\Delta 1}^{(3)} = 0,914 + 0,286 \cdot U_{\Delta 2}^{(2)} + 0,143 \cdot U_{\Delta 3}^{(2)} = 1,453$$

$$U_{\Delta 2}^{(3)} = 0,329 + 0,275 \cdot U_{\Delta 1}^{(3)} + 0,362 \cdot U_{\Delta 4}^{(2)} = 1,585$$

$$U_{\Delta 3}^{(3)} = 0,641 + 0,321 \cdot U_{\Delta 2}^{(3)} + 0,423 \cdot U_{\Delta 4}^{(2)} + 0,256 \cdot U_{\Delta 5}^{(2)} = 1,044$$

$$U_{\Delta 4}^{(3)} = 1,132 + 0,623 \cdot U_{\Delta 2}^{(3)} + 0,377 \cdot U_{\Delta 3}^{(3)} = 2,513$$

$$\mathbf{U_{\Delta 5}^{(3)} = 4 + U_{\Delta 3}^{(3)} = 5,044}$$

Рассчитаем невязки на третей итерации:

$$\omega_1^{(3)} = \left|8 - 8,75 \cdot U_{\Delta 1}^{(3)} + 2,5 \cdot U_{\Delta 2}^{(3)} + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(3)}\right| = 0,553$$

$$\omega_2^{(3)} = \left|3 + 2,5 \cdot U_{\Delta 1}^{(3)} - 9,1 \cdot U_{\Delta 2}^{(3)} + 3,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(3)}\right| = 0,499$$

$$\omega_3^{(3)} = \left|4 + 1,25 \cdot U_{\Delta 1}^{(3)} - 4,2 \cdot U_{\Delta 3}^{(3)} + 2 \cdot U_{\Delta 4}^{(3)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(3)}\right| = 2,513$$

$$\omega_4^{(3)} = \left|6 + 3,3 \cdot U_{\Delta 2}^{(3)} + 2 \cdot U_{\Delta 3}^{(3)} - 5,3 \cdot U_{\Delta 4}^{(3)}\right| = 0,001$$

$$\omega_5^{(3)} = \left|5 + 1,25 \cdot U_{\Delta 3}^{(3)} - 1,25 \cdot U_{\Delta 5}^{(3)}\right| = 0$$

Рассчитаем суммарную невязку:

$$\omega_\Sigma^{(3)} = \sum_{i=1}^{5} \omega_i^{(3)} = 0,553 + 0,499 + 0,153 + 0,001 + 0 = 1,206,$$

т.к. $\omega_\Sigma^{(3)} > 0,01,$ то точность расчета ε=0,01 не достигнута, следовательно, значения $U_{\Delta i}^{(2)}$ еще не являются искомым решением системы уравнений узловых напряжений. Однако суммарная невязка на третей итерации $\omega_\Sigma^{(3)}$ значительно уменьшилась по сравнению с $\omega_\Sigma^{(1)}$. Выполнение условия $\omega_\Sigma^{(3)} > \omega_\Sigma^{(2)} > \omega_\Sigma^{(1)}$ свидетельствует о сходимости итерационного процесса.

Выполнение задания 8:

Установившийся режим работ ЭЭС предполагает непрерывное, стохастическое изменение во времени большого количества нагрузок. Это приводит к появлению на генераторах системы дополнительных малых моментов $\Delta \boldsymbol{M}$, которые также стохастически увеличивают и уменьшают моменты, действующие на валах этих генераторов и смещающие их роторы на малые углы $\Delta\boldsymbol{\delta}$.

Возникающие при этом переходные процессы могут быть описаны дифференциальными уравнениями относительно малых $\Delta\delta$. Порядок уравнений определяется сложностью рассматриваемой ЭЭС.

Рассмотрим простейший случай: станция – шины бесконечной мощности. Проанализируем статическую устойчивость системы согласно рисунку 1 При отсутствии нагрузки в узлах 1,2,3,5, Б и подключения к узлу 4 синхронного неявнополюсного генератора. Для решения этой задачи целесообразно привести исходную расчетную схему к эквивалентному виду, показанному на рисунке П.1.1.

Если не учитывать переходные процессы в обмотке возбуждения генератора, но учесть демпфирующие моменты, дифференциальное уравнение относительно $\Delta\boldsymbol{\delta}$ имеет вид:

$$\mathbf{T_j \frac{d^2 \cdot \Delta\delta}{dt^2} + P_d \frac{d \cdot \Delta\delta}{dt} + C_1 \cdot \Delta\delta = 0,}$$

где $\mathbf{C_1 = \frac{E_q \cdot U_c}{X_{d\Sigma}} \cdot \cos\delta,}$

$\mathbf{X_{d\Sigma} = X_d + X_c}$, -эквивалентное сопротивление системы, которое соответствует сопротивлению узла, к которому подключен генератор.

Если вещественная часть обоих корней характеристического уравнения отрицательная, то электроэнергетическая система является устойчивой.

Данные для расчета:

$$\mathbf{Z_B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0.2} & & & & & & \\ & \mathbf{0.3} & & & & & \\ & & \mathbf{0.4} & & & & \\ & & & \mathbf{0.8} & & & \\ & & & & \mathbf{0.3} & & \\ & & & & & \mathbf{0.5} & \\ & & & & & & \mathbf{0.8} \end{bmatrix}$$ - матрица сопротивлений ветвей,

m=7 - количество ветвей в схеме,

n=5 - количество узлов в схеме,

y=4 - номер узла к которому подключен генератор.

Данные генератора:

$E_q = 1{,}07$ -синхронная ЭДС,

$X_d = 1{,}7$-синхронное индуктивное сопротивление генератора по продольной оси,

$U_c = 1$ -напряжение системы,

$P_d = 60$ -коэффициент демпфирования,

$T_j = 14с$ -постоянная инерции генератора,

$U_Б = U_{г\,ном} = 10{,}5кВ$ -номинальное напряжение генератора,

$S_Б = S_{г\,ном} = 7МВА$ -номинальная мощность генератора,

$\theta = \pi/6$ -угол между осью вращающегося магнитного поля обмотки статора и продольной осью ротора в генераторе.

Определим коэффициент $\boldsymbol{C_1}$, для этого необходимо рассчитать значение эквивалентного сопротивления системы $\boldsymbol{X_c}$, которое соответствует диагональному элементу матрицы узловых сопротивлений $\boldsymbol{Z_\Delta}$:

$$\boldsymbol{X_c = Z_{\Delta 44},}$$

так как генератор подключен к 4 узлу.

Матрица узловых сопротивлений $\boldsymbol{Z_{\Delta}}$ обратна по отношению к матрице узловых проводимостей, поэтому выполняется соотношение:

$$\boldsymbol{Y_{\Delta} Z_{\Delta}=E},$$

где $\mathbf{E}=\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$ -единичная матрица,

$\mathbf{Z_{\Delta}}=\begin{bmatrix} \mathbf{Z_{11}} & \mathbf{Z_{12}} & \mathbf{Z_{13}} & \mathbf{Z_{14}} & \mathbf{Z_{15}} \\ \mathbf{Z_{21}} & \mathbf{Z_{22}} & \mathbf{Z_{23}} & \mathbf{Z_{24}} & \mathbf{Z_{25}} \\ \mathbf{Z_{31}} & \mathbf{Z_{32}} & \mathbf{Z_{33}} & \mathbf{Z_{34}} & \mathbf{Z_{35}} \\ \mathbf{Z_{41}} & \mathbf{Z_{42}} & \mathbf{Z_{43}} & \mathbf{Z_{44}} & \mathbf{Z_{45}} \\ \mathbf{Z_{51}} & \mathbf{Z_{52}} & \mathbf{Z_{53}} & \mathbf{Z_{54}} & \mathbf{Z_{55}} \end{bmatrix}$ -матрица узловых сопротивлений для расчетной схемы.

Отсюда следует матричное уравнение для определения элементов третьего столбца $\boldsymbol{Z_{\Delta}}$, а, следовательно, $\boldsymbol{Z_{\Delta 44}}$:

$$\mathbf{Y_{\Delta}}\cdot\begin{bmatrix} \mathbf{Z_{14}} \\ \mathbf{Z_{24}} \\ \mathbf{Z_{34}} \\ \mathbf{Z_{44}} \\ \mathbf{Z_{54}} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.$$

При решении системы уравнений воспользуемся уже имеющимися у нас результатами расчета узловых напряжений методом Гаусса по матричному уравнению:

$$\boldsymbol{Y_{\Delta} U_{\Delta}=J}.$$

Поскольку матрица коэффициентов $\mathbf{Y_{\Delta}}$ одинакова, заменим вектор неизвестных $\mathbf{U_{\Delta I}}$ в уравнеии

$$\begin{cases} \mathbf{8{,}75\cdot U_{\Delta 1}-2{,}5\cdot U_{\Delta 2}-1{,}25\cdot U_{\Delta 3}=8} \\ \mathbf{-2{,}5\cdot U_{\Delta 1}+9{,}1\cdot U_{\Delta 2}-3{,}3\cdot U_{\Delta 4}=3} \\ \mathbf{-1{,}25\cdot U_{\Delta 1}+4{,}2\cdot U_{\Delta 3}-2\cdot U_{\Delta 4}+1{,}25\cdot U_{\Delta 5}=4} \\ \mathbf{-3{,}3\cdot U_{\Delta 2}-2\cdot U_{\Delta 3}+5{,}3\cdot U_{\Delta 4}=6} \\ \mathbf{-1{,}25\cdot U_{\Delta 3}+1{,}25\cdot U_{\Delta 4}=5} \end{cases}$$

на $\boldsymbol{Z_{\Delta ij}}$, а столбец свободных членов $\boldsymbol{J}$ на столбец единичной матрицы. Тогда все преобразования до четвертого ключевого уравнения аналогичны.

Запишем преобразованную матрицу, начиная с четвертого ключевого уравнения:

$$\begin{cases} 2,084 \cdot Z_{\Delta 44} + 1,114 \cdot Z_{\Delta 45} = 1 \\ -0,696 \cdot Z_{\Delta 44} + 1,655 \cdot Z_{\Delta 45} = 0 \end{cases}$$

Завершим прямой ход Гаусса:

$$\begin{cases} Z_{\Delta 44} + 0,535 \cdot Z_{\Delta 45} = 0,48 \\ \quad 2,027 \cdot Z_{\Delta 45} = 0,334 \end{cases}$$

Тогда

$$Z_{\Delta 45} = 0,165 \ \textit{Ом}$$

$$Z_{\Delta 44} = x_C = 0,392 \ \textit{Ом}$$

Переведем $\mathbf{X_c}$ и $\mathbf{T_j}$ в относительные единицы:

$$X_{c(\text{отн.ед.})} = X_{c(\text{Ом})} \cdot \frac{S_Б}{{U_Б}^2} = 0,392 \cdot \frac{7}{10,5^2} = 0,249$$

$$T_{j(\text{рад})} = \omega_0 \cdot T_{j(c)} = 314 \cdot 14 = 4396(\text{рад}),$$

где $\omega_0 = \dfrac{2\pi n}{60}$ -синхронная угловая частота, при ***n=3000об/мин***, $\boldsymbol{\omega_0}$***=314(рад/сек).***

Определяем значение коэффициента $\mathbf{C_1}$:

$$X_{d\Sigma} = X_d + X_c = 1,7 + 0,249 = 1,949$$

$$C_1 = \frac{E_q \cdot U_c}{X_{d\Sigma}} \cdot \cos\delta = \frac{1,07 \cdot 1}{1,949} \cdot \cos \pi/6 = 0,475$$

Найдем корни характеристического уравнения:

$$4396p^2 + 60p + 0,475 = 0$$

$$p_{1,2} = \frac{-60 \pm \sqrt{60^2 - 4 \cdot 4396 \cdot 0,475}}{2 \cdot 4396}$$

$$p_{1,2} = \frac{-60 \pm j \cdot 68,94}{8792} = -6,8 \cdot 10^{-3} \pm j \cdot 7,84 \cdot 10^{-3}$$

Исходя из теоремы Ляпунова, система является статически устойчивой, поскольку оба корня содержат отрицательную вещественную часть.

Выполнение задания 9:

Рассмотрим применение алгебраического критерия Гурвица для анализа статической устойчивости простейшей электрической системы, где учтены не только демпфирующие моменты, но и переходные процессы в обмотке возбуждения генератора. В этом случае характеристическое уравнение будет иметь вид:

$$\underbrace{T_j T'_d}_{a_0} p^3 + \underbrace{\left(T_j + P_d T'_d\right)}_{a_1} p^2 + \underbrace{\left(C_2 T'_d + P_d\right)}_{a_2} p + \underbrace{C_1}_{a_3} = 0,$$

где T_d' - переходная постоянная времени генератора по продольной оси;

P_d - коэффициент демпфирования;

T_j - постоянная инерции генератора.

Значение коэффициента C_1 вычисляется также как и в задании 8, а для определения C_2 используется выражение:

$$C_2 = C_1 + \frac{X_d - X'_d}{X_{d\Sigma} \cdot X'_{d\Sigma}} \cdot U_c^2 \cdot \sin^2 \delta,$$

где X_d' - переходное реактивное сопротивление генератора, по продольной оси;

$$X'_{d\Sigma} = X'_d + X_c.$$

Переходная постоянная времени генератора T'_d рассчитывается из выражения:

$$T'_d = \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}} \cdot T_{d0},$$

где T_{d0} - постоянная времени обмотки возбуждения синхронной машины при разомкнутой обмотке статора.

Исходные данные задания 8 и дополнительные справочные данные генератора в относительных единицах:

$T_{d0} = 7,26$ - постоянная времени обмотки возбуждения синхронной машины при разомкнутой обмотке статора;

$X_d' = 0,172$ - переходное реактивное сопротивление генератора, по продольной оси;

$E_q = 1,07$ -синхронная ЭДС,

X_d=1,7-синхронное индуктивное сопротивление генератора по продольной оси,

$U_c = 1$ -напряжение системы,

$P_d = 60$ -коэффициент демпфирования,

$T_j = 14c$ - постоянная инерции генератора,

$U_Б = U_{г\,ном} = 10,5кВ$ - номинальное напряжение генератора,

$S_Б = S_{г\,ном} = 7МВА$ - номинальная мощность генератора,

$\theta = \pi/6$ - угол между осью вращающегося магнитного поля обмотки статора и продольной осью ротора в генераторе;

$X_c = 0,249$ - эквивалентное сопротивление системы;

$$T_{j(рад)} = \omega_0 \cdot T_{j(c)} = 314 \cdot 14 = 4396(рад),$$

где $\omega_0 = \dfrac{2\pi n}{60}$ -синхронная угловая частота, при ***n=3000об/мин***, ***ω_0=314(рад/сек).***

$$X_{d\Sigma} = X_d + X_c = 1,7 + 0,249 = 1,949$$

$$C_1 = \frac{E_q \cdot U_c}{X_{d\Sigma}} \cdot \cos\delta = \frac{1,07 \cdot 1}{1,949} \cdot \cos\pi/6 = 0,475$$

$$X'_{d\Sigma} = X'_d + X_c = 0,172 + 0,249 = 0,421$$

$$T'_d = \frac{X'_{d\Sigma}}{X_{d\Sigma}} \cdot T_{d0} = \frac{0,421}{1,949} \cdot 7,26 = 1,568 .$$

Проведем расчет коэффициентов характеристического уравнения:

$$a_0 = T_j T'_d = 4396 \cdot 1,568 = 6892,928$$

$$a_1 = T_j + P_d T'_d = 4396 + 60 \cdot 1,568 = 4490,08$$

$$a_3 = C_1 = 0,475$$

Для определения a_2 найдем значение коэффициента $\mathbf{C_2}$ по:

$$C_2 = C_1 + \frac{X_d - X'_d}{X_{d\Sigma} \cdot X'_{d\Sigma}} \cdot U_c^2 \cdot \sin^2\delta = 0,532 + \frac{1,7 - 0,172}{1,742 \cdot 0,214} \cdot 1^2 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0,839$$

тогда

$$a_2 = C_2 \cdot T'_d + P_d = 0,839 \cdot 1,568 + 60 = 61,316 .$$

Запишем характеристическое уравнение с учетом значений коэффициентов:

$$6892,93p^3 + 4490,08p^2 + 61,316p + 0,475 = 0.$$

Составим определитель Гурвица для нашего характеристического уравнения:

$$\Delta_3 = \begin{bmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4490,08 & 0,475 & 0 \\ 6892,93 & 61,316 & 0 \\ 0 & 4490,08 & 0,475 \end{bmatrix}.$$

Выделим миноры относительно главной диагонали Δ_3 и применим критерий Гурвица: для устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы при $\mathbf{a_0>0}$ все главные диагональные миноры определителя Гурвица были положительны:

$$a_0 = 6892,93 > 0;$$

$$\Delta_1 = a_1 = 4490,08 > 0;$$

$$\Delta_2 = \begin{bmatrix} 4490,08 & 0,475 \\ 6892,93 & 61,316 \end{bmatrix} = 4490,08 \cdot 61,316 - 6892,93 \cdot 0,475 = 272039,61 > 0;$$

$$\Delta_3 = a_3\Delta_2 = 0,475 \cdot 272039,61 = 129218,81 > 0.$$

Таким образом, рассматриваемая электроэнергетическая система статически устойчива, т.к. все главные диагональные миноры определителя Гурвица положительные.

Выполнение задания 10:

Критерий Михайлова является частотным критерием устойчивости. В его основу положен принцип аргумента, известный из теории функций комплексного переменного. Рассмотрим использование частотного критерия Михайлова для анализа устойчивости простейшей ЭЭС, рассмотренной в предыдущих разделах.

Исходя из вида характеристического уравнения запишем характеристический многочлен ***D(p)***:

$$\mathbf{D(p) = a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3 = 6892,93p^3 + 4490,08p^2 + 61,316p + 0,475 = 0.}$$

Осуществляя подстановку ***p = jω*** в характеристический многочлен, получим характеристический вектор ***D(jω)*:**

$$\mathbf{D(j\omega) = 6892,93(j\omega)^3 + 4490,08(j\omega)^2 + 61,316(j\omega) + 0,475 = 0}$$

Разделим вещественную и мнимую части составляющие вектора ***D(jω)***, т.е.:

$$\mathbf{D(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),}$$

где $\mathbf{U(\omega) = 0,475 - 4490,08\omega^2}$

$$\mathbf{V(\omega) = 61,316\omega - 6892,93\omega^3}$$

Вектор ***D(jω)*,** изображенный в декартовых координатах на плоскости, при изменении ***-∞ < 0 < +∞***, вращается, и конец вектора описывает кривую, которая называется ***годографом*** характеристического уравнения.

Практическая формулировка критерия Михайлова: *система будет устойчива, если при возрастании ω от 0 до ∞, годограф, начинаясь на положительной части вещественной оси, проходит последовательно в положительном направлении n квадрантов, где n-степень характеристического уравнения.*

Такое перемещение годографа соответствует повороту вектора ***D(jω)*** на угол ***0,5πn.***

Построим годограф**,** для этого определим точки пересечения с вещественной ***U*** и мнимой ***V*** осями:

а) пересечение годографа с осью ***U*** происходит при ***V(ω)=0***:

$$\mathbf{V(\omega) = \omega(61,316 - 6892,93\omega^2) = 0,}$$

откуда $\mathbf{\omega_1=0}$, $\mathbf{\omega_2 = \sqrt{\dfrac{61,316}{6892,93}} = 0,0943}$

таким образом первая точка пересечения при $\omega_1=0$, соответствует:

$$\mathbf{U(\omega) = 0,475 - 6892,93\omega^2 = 0,475}$$

вторая точка пересечения при $\mathbf{\omega_1=0,0943}$, соответствует:

$$\mathbf{U(\omega) = 0,475 - 6892,93\omega^2 = 0,475 - 61,295 = -60,82}$$

б) пересечение годографа с осью ***V*** происходит при ***U(ω)=0***:

$$\mathbf{U(\omega) = 0,475 - 4490,08\omega^2 = 0,}$$

откуда $\mathbf{\omega_1 = \sqrt{\frac{0,475}{4490,08}} = 0,01028}$

таким образом точка пересечения при ***ω₁=0,01028*** соответствует

$$\mathbf{V(\omega) = 61,316\omega - 6892,937\omega^3 = 0,630 - 0,00748 = 0,623}$$

Выбираются только положительные значения корней, т.к. ω изменяется от *0* до *∞*.

Построим график, для этого зададимся рядом значений 0<ω<∞ и рассчитаем соответствующие значения *U(ω)* и *V(ω):*

ω	0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	0,1	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15
U	0,5	0,0	-1,3	-3,6	-6,7	-10,8	-15,7	-21,5	-28,3	-35,9	-44,4	-53,9	-64,2	-75,4	-87,5	-100,6
V	0,0	0,6	1,2	1,7	2,0	2,2	2,2	1,9	1,4	0,5	-0,8	-2,4	-4,6	-7,2	-10,3	-14,1

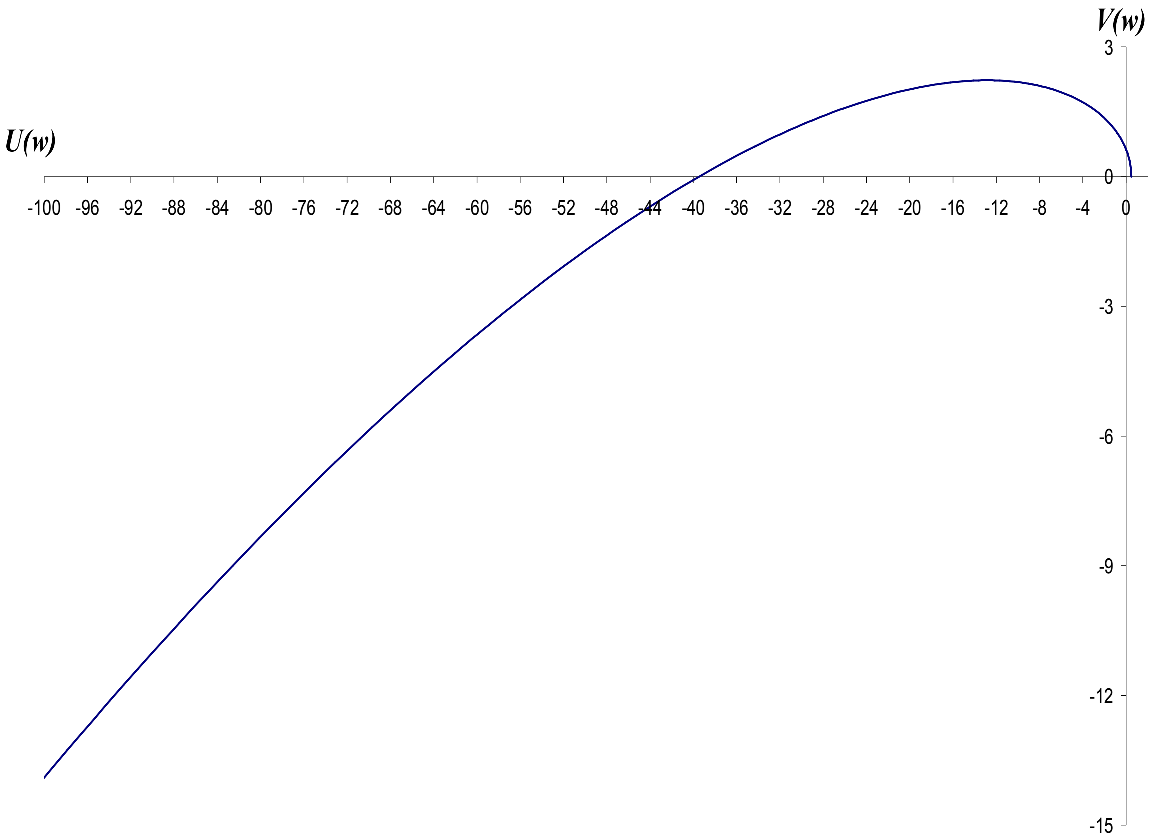

Рисунок 3.

На основании данного графика система по критерию Михайлова устойчива, т.к. кривая годографа пересекает три квадранта и степень характеристического уравнения тоже три.

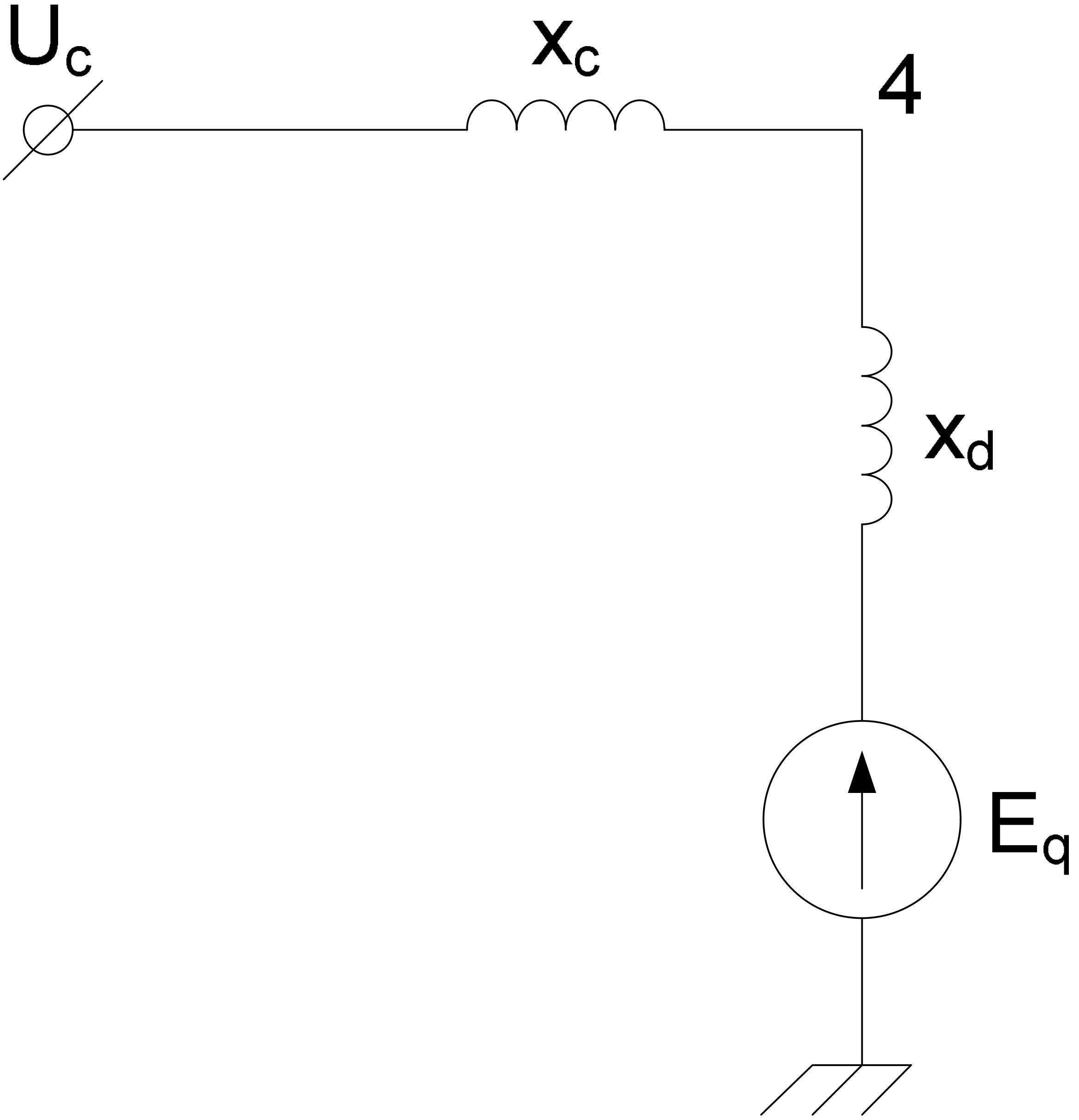

Рисунок П.1.1